

183. Δύο σώματα Α και Β με μάζες $m_1 = 10^4 \text{ Kg}$ και $m_2 = 9 \cdot 10^4 \text{ Kg}$ αντίστοιχα, που θεωρούνται σημειακά, κρατούνται ακίνητα σε απόσταση $r = 10 \text{ Km}$. Να υπολογίσετε:

4.1. το συνολικό δυναμικό του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στο μέσο Μ της απόστασής τους. **Μον. 6**

4.2. την απόσταση από το σώμα Α, του σημείου στο οποίο η ένταση του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β είναι μηδέν.

Μονάδες 6

Κάποια στιγμή τα δύο σώματα Α και Β αφήνονται ελεύθερα, οπότε εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί το ένα στο άλλο αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους σε απόσταση $r' = 2 \text{ Km}$. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησής των δύο σωμάτων Α και Β δεν ασκείται σε αυτά καμία άλλη δύναμη, να υπολογίσετε:

4.3. τον λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2 , των δύο σωμάτων Α και Β, όπου K_1 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Α και K_2 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Β.

Μονάδες 7

4.4. τον λόγο των δυναμικών ενεργειών U_1/U_2 , όπου U_1, U_2 είναι οι δυναμικές ενέργειες του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r' , αντίστοιχα.

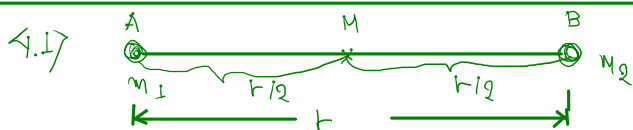
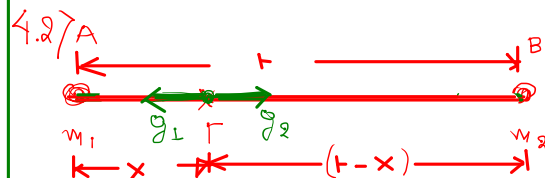
Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά της παγκόσμιας έλξης $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$.

$$V_A = -G \frac{M}{r} \quad \left| \quad V_A = \frac{W_{A \rightarrow \infty}}{m} \right.$$

$$r = 10 \text{ km} = 10 \cdot 1000 \text{ m} = 10000 = 10^4 \text{ m}$$

$$m_1 + m_2 = 1 \cdot 10^4 + 9 \cdot 10^4 = 10 \cdot 10^4 = 10^5 \text{ kg}$$



$$V_M = V_{M(1)} + V_{M(2)} \quad \text{αρχή της επαλληλίας,}$$

$$V_{M(1)} = -G \frac{m_1}{\frac{r}{2}} = -G \frac{\frac{m_1}{r}}{\frac{1}{2}} = -G \frac{2m_1}{r} \Rightarrow V_{M(1)} = -G \frac{2m_1}{r}$$

$$V_{M(2)} = -G \frac{m_2}{\frac{r}{2}} = \dots \Rightarrow V_{M(2)} = -G \frac{2m_2}{r}$$

$$V_M = -G \frac{2m_1}{r} - G \frac{2m_2}{r} = -\frac{2G}{r} (m_1 + m_2) \Rightarrow$$

$$V_M = -\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{10^4} \cdot 10^5 \Rightarrow V_M = -13,34 \cdot 10^{-10} \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

$$g = G \frac{M}{r^2} \quad g_1 = G \frac{m_1}{x^2}, \quad g_2 = G \frac{m_2}{(r-x)^2}$$

$$g_1 = g_2 \Rightarrow g_1 - g_2 = 0 \Rightarrow g_1 = g_2 \Rightarrow \frac{m_1}{x^2} = \frac{m_2}{(r-x)^2} \Rightarrow$$

$$\frac{10^4}{x^2} = \frac{9 \cdot 10^4}{(r-x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{9}{(r-x)^2} \Rightarrow 3x^2 = (r-x)^2 \Rightarrow$$

$$\sqrt{9x^2} = r-x \Rightarrow 3x = r-x \Rightarrow 3x + x = r \Rightarrow$$

$$4x = r \Rightarrow x = \frac{r}{4} = \frac{10 \text{ km}}{4} \Rightarrow x = 2,5 \text{ km}$$

$$x = 2500 \text{ m}$$

* Επίσημο: Αν έσω έμμεσο r βάλω μια μάζα m θα υπνοει ; $g_r = \frac{F_r}{m} \Rightarrow F_r = m g_r^{\rightarrow} = 0$
 ειν θα υπνοει!!

Κάποια στιγμή τα δύο σώματα Α και Β αφήνονται ελεύθερα, οπότε εξαιτίας της βαρυτικής δύναμης που ασκεί το ένα στο άλλο αρχίζουν να κινούνται πλησιάζοντας μεταξύ τους σε απόσταση $r' = 2 \text{ Km}$. Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης των δύο σωμάτων Α και Β δεν ασκείται σε αυτά καμία άλλη δύναμη, να υπολογίσετε:

4.3. τον λόγο των κινητικών ενεργειών K_1/K_2 , των δύο σωμάτων Α και Β, όπου K_1 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Α και K_2 είναι η κινητική ενέργεια του σώματος Β.

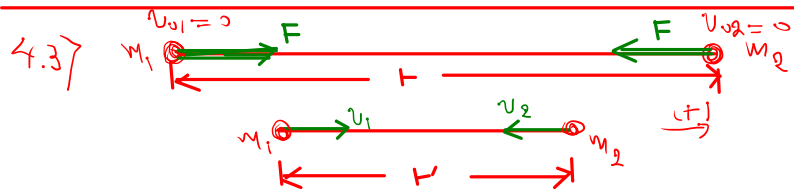
Μονάδες 7

4.4. τον λόγο των δυναμικών ενεργειών U_1/U_2 , όπου U_1, U_2 είναι οι δυναμικές ενέργειες του βαρυτικού πεδίου των δύο σωμάτων Α και Β στην αρχική τους απόσταση r και στην απόστασή τους r' , αντίστοιχα.

Μονάδες 6

Δίνεται η σταθερά της παγκόσμιας έλξης $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{Kg}^2$.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{d}{dt} \right)^2 = \left(\frac{d}{dt} \right)^2$$



$$\frac{K_1}{K_2} = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^2 \quad (1)$$

$$F = \text{εσωτερική δύναμη των συστήματων των 2 μαζών} \rightarrow \sum F_{\text{εξω}} = 0 \Rightarrow \text{Α.Δ.Ο} \Rightarrow$$

$$\vec{P}_{\text{ολ (αρχ)}} = \vec{P}_{\text{ολ (τελ)}} \Rightarrow 0 = m_1 v_1 - m_2 v_2 \Rightarrow m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{m_2}{m_1} \quad (2)$$

$$\text{Αν } (1), (2) \Rightarrow \frac{K_1}{K_2} = \frac{m_1}{m_2} \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^2 = \frac{m_1}{m_2} \frac{m_2^2}{m_1^2} = \frac{m_2}{m_1} = \frac{3 \cdot 10^4}{10^4} \Rightarrow \boxed{\frac{K_1}{K_2} = 3}$$

4.4

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{-G \frac{m_1 m_2}{r}}{-G \frac{m_1 m_2}{r'}} = \frac{-G \cancel{m_1 m_2} r'}{-G \cancel{m_1 m_2} r} = \frac{r'}{r} = \frac{2 \text{ Km}}{10 \text{ Km}} = \frac{1}{5} \Rightarrow \boxed{\frac{U_1}{U_2} = \frac{1}{5}}$$

Να προσπαθήσετε να λύσετε την παρακάτω άσκηση.

184. Δύο μικρά ομογενή σφαιρικά σώματα αμελητέων διαστάσεων έχουν μάζες $m_1 = 2kg$ και m_2 και βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Απέχουν μεταξύ τους $d = 1m$ και έλκονται με βαρυτική δύναμη μέτρου $F = \frac{40}{3} \cdot 10^{-11}N$. Αν η σταθερά της παγκόσμιας έλξης είναι $G = \frac{20}{3} \cdot 10^{-11} N m^2 Kg^{-2}$ και η βαρυτική δυναμική ενέργεια στο άπειρο θεωρείται μηδέν

4.1. Ποια είναι η μάζα του σώματος m_2 ;

Μονάδες 6

4.2. Να βρεθεί το δυναμικό του βαρυτικού πεδίου που δημιουργείται από τις δύο μάζες στο μέσο Μ της μεταξύ τους απόστασης.

Μονάδες 6

4.3. Στο σημείο Μ τοποθετούμε μία μάζα $m_3 = 0,5kg$. Να υπολογιστεί η δυναμική ενέργεια του συστήματος των τριών μαζών και να βρεθεί το έργο της βαρυτικής δύναμης όταν το σώμα μάζας m_3 μεταφερθεί έξω από το βαρυτικό πεδίο των άλλων δύο μαζών.

Μονάδες 7

4.4. Αν οι μάζες m_1 και m_2 αφεθούν ελεύθερες να κινηθούν, να υπολογιστεί ο λόγος των ταχυτήτων τους $\frac{u_1}{u_2}$ οποιαδήποτε χρονική στιγμή πριν συγκρουστούν.

Μονάδες 6