ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων.(ή αρχή της επαλληλίας)

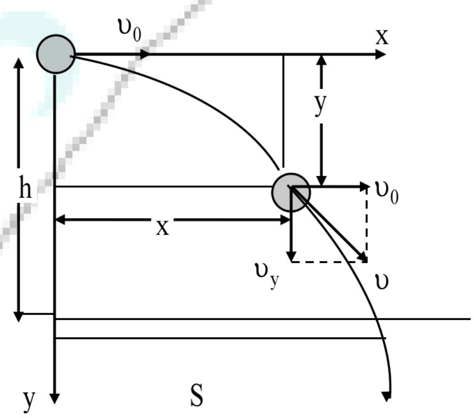
Όταν ένα κινητό εκτελεί ταυτόχρονα πολλές κινήσεις κάθε μια από αυτές εξελίσσεται ανεξάρτητα από τις άλλες και η θέση στην οποία φτάνει το κινητό μετά από χρόνο t, είναι η ίδια είτε οι κινήσεις εκτελούνται ταυτόχρονα είτε διαδοχικά σε χρόνο t κάθε μία. Ισχύει: $\vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_1 + \vec{\upsilon}_2$ και $\vec{x} = \vec{x}_1 + \vec{x}_2$.

ΜΕΛΕΤΗ ΤΗΣ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑΣ ΒΟΛΗΣ

Λέμε ότι ένα σώμα εκτελεί **οριζόντια βολή** στο βαρυτικό πεδίο της Γης, όταν η αρχική του ταχύτητα έχει οριζόντια διεύθυνση και ασκείται σ' αυτό μόνο το βάρος του.

Το σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δύο κινήσεις: μια ευθύγραμμη ομαλή στον άξονα Ox, οπότε ισχύει $x = \upsilon_0 t$ και μια ελεύθερη πτώση στον άξονα Oy όπου ισχύουν: $y = \frac{1}{2}gt^2$ και $\upsilon_y = g \cdot t$

Η ταχύτητα σε τυχαίο σημείο έχει μέτρο $\upsilon = \sqrt{\upsilon_y^2 + \upsilon_0^2}$.



Ο χρόνος για να φτάσει στο έδαφος είναι:

$h = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ (όταν φτάνει στο έδαφος y = h).

Το βεληνεκές είναι: $S = \upsilon_0 \cdot t = \upsilon_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}$

<u>Εξίσωση τροχιάς</u> είναι η σχέση y(x) που προκύπτει με απαλοιφή του χρόνου δηλαδή:

$$x = \upsilon_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{\upsilon_0} \quad \text{και} \quad y = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}g\left(\frac{x}{\upsilon_0}\right)^2 = \frac{g}{2\upsilon_0^2}x^2$$

οπότε η εξίσωση είναι $y = \frac{g}{2\upsilon_0^2}x^2$ και η τροχιά είναι παραβολή.

Η ΟΜΑΛΗ ΚΥΚΛΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ

- Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι ***ΚΙΝΗΣΗ*** υλικού σημείου, είναι δηλαδή ένα ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ κατά το οποίο η θέση ενός υλικού σημείου μεταβάλλεται συνεχώς

- Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι ***ΚΥΚΛΙΚΗ***, είναι δηλαδή μια κίνηση κατά την οποία η τροχιά του υλικού σημείου είναι ένας κύκλος

- Η ομαλή κυκλική κίνηση εκτός από κυκλική κίνηση είναι και ***ΟΜΑΛΗ***, είναι δηλαδή μια κίνηση κατά την οποία η ταχύτητα του υλικού σημείου δεν αυξάνεται ούτε ελαττώνεται

Η ομαλή κυκλική κίνηση είναι περιοδικό φαινόμενο.

Είναι μια **ΠΕΡΙΟΔΙΚΗ** κίνηση, δηλαδή μια κίνηση κατά την οποία ανά ίσα χρονικά διαστήματα το υλικό σημείο ανακτά τη θέση του, την ταχύτητά του και την επιτάχυνσή του.

ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ: ΑΚΤΙΝΑ του κύκλου και ΜΗΚΟΣ του κύκλου

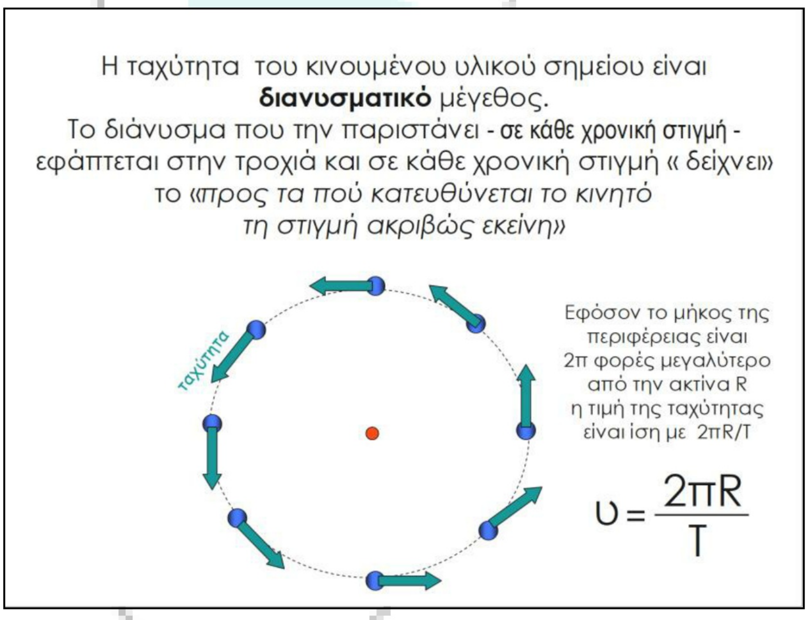
Το μήκος του κύκλου είναι 2π φορές μεγαλύτερο από το μήκος της ακτίνας

ΟΙ ΕΝΝΟΙΕΣ: ΠΕΡΙΟΔΟΣ και ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ

Εφόσον το ΦΑΙΝΟΜΕΝΟ είναι περιοδικό, κάθε ομαλή κυκλική κίνηση χαρακτηρίζεται από μία ΠΕΡΙΟΔΟ - που συμβολίζεται με T - και από μία ΣΥΧΝΟΤΗΤΑ που συμβολίζεται με το γράμμα f.

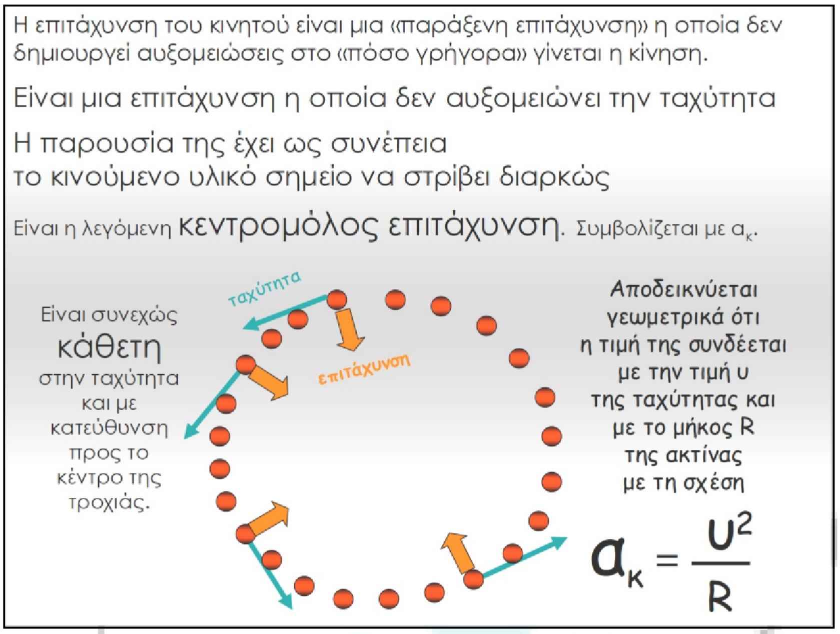
Η περίοδος του κινουμένου υλικού σημείου είναι το «σε πόσα δευτερόλεπτα κάνει μια ολόκληρη περιστροφή». Η συχνότητα είναι το αντίστροφο. Είναι δηλαδή το «πόσες περιστροφές κάνει σε ένα δευτερόλεπτο»

Η ΕΝΝΟΙΑ: ΤΑΧΥΤΗΤΑ



Κατά την εξέλιξη του φαινομένου, μολονότι η τιμή της δεν αυξομειώνεται **η ταχύτητα συνεχώς μεταβάλλεται** διότι αλλάζει συνεχώς κατεύθυνση.

Η ΕΝΝΟΙΑ: ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ

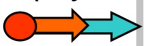


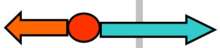
Στη Φυσική, το «να έχει ένα υλικό σημείο ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ» δεν σημαίνει ότι οπωσδήποτε θα αυξηθεί η ταχύτητά του. Σημαίνει ότι θα ΑΛΛΑΞΕΙ η ταχύτητά του

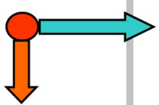
Η ταχύτητα της Φυσικής είναι **διάνυσμα** και το ότι «σε κάποια χρονική στιγμή το κινούμενο αντικείμενο έχει επιτάχυνση», σημαίνει ότι «η ταχύτητά του είτε θα αυξηθεί είτε θα ελαττωθεί ή θα αλλάξει κατεύθυνση»


Και από τι καθορίζεται το τι από αυτά θα συμβεί ;


Εξαρτάται από το «πώς είναι η κατεύθυνση της επιτάχυνσης σε σχέση με την κατεύθυνση της ταχύτητας»

Αν  η ταχύτητα θα αυξηθεί

Αν  η ταχύτητα θα αυξηθεί

Αν  η ταχύτητα ούτε θα αυξηθεί ούτε θα ελαττωθεί αλλά αλλάξει κατεύθυνση

Η ΕΝΝΟΙΑ: ΔΥΝΑΜΗ

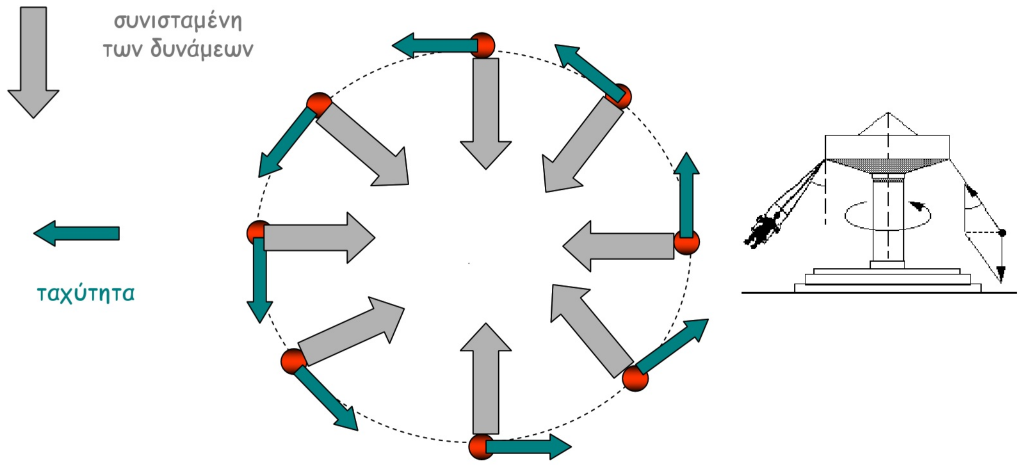
Εφόσον η ταχύτητα συνεχώς μεταβάλλεται (υπάρχει επιτάχυνση) στο κινούμενο αντικείμενο θα ασκείται συνεχώς δύναμη από το περιβάλλον Με άλλα λόγια η συνισταμένη των ασκουμένων στο αντικείμενο δυνάμεων θα είναι διάφορη του μηδενός.

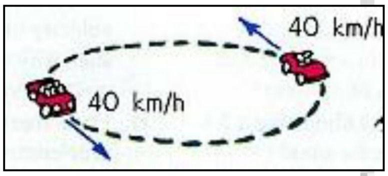
Ο δεύτερος νευτωνικός νόμος της κίνησης που ισχύει για την οποιαδήποτε κίνηση υλικού σημείου, ισχύει και στο συγκεκριμένο φαινόμενο.
Για να τον εφαρμόσουμε παίρνουμε υπόψη ότι το κινούμενο αντικείμενο έχει **μάζα** αδράνειας.

Σύμφωνα με τον νόμο αυτό η συνισταμένη των δυνάμεων ευθύνεται για την κατεύθυνση της επιτάχυνσης- κατευθύνεται δηλαδή προς το κέντρο του κύκλου - και έχει τιμή ίση με το γινόμενο της ΜΑΖΑΣ επί την ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ α_κ . Αν την συμβολίσουμε με το γράμμα F θα ισχύει $F = m\alpha_\kappa = mu^2/R$

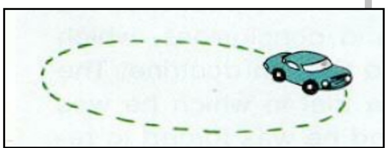
Για να πραγματοποιηθεί δηλαδή μια ομαλή κυκλική κίνηση πρέπει το ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ να επιδρά στο κινούμενο αντικείμενο έτσι ώστε

σε κάθε χρονική στιγμή - κατά την οποία η ταχύτητα του αντικειμένου θα είναι υ - να ασκούνται δυνάμεις η συνισταμένη των οποίων θα είναι συνεχώς κάθετη στη στιγμιαία ταχύτητα, θα βρίσκεται συνεχώς στο ίδιο επίπεδο και θα είναι ίση με mu^2/R .





Μολονότι το κοντέρ δείχνει συνεχώς 40 χιλιόμετρα την ώρα, το όχημα ΕΧΕΙ ΕΠΙΤΑΧΥΝΣΗ. Κεντρομόλο επιτάχυνση.



Εάν το σώμα είναι αυτοκίνητο που παίρνει στροφή χωρίς αύξηση της ταχύτητάς του. Η δύναμη προέρχεται από το οδόστρωμα, είναι στατική τριβή.

Αν το όχημα είναι 1200 kg για να μπορέσει να πάρει στροφή ακτίνας 20 m με ταχύτητα 72 km /h (20 m/s), η στατική τριβή την οποία πρέπει να του ασκήσει το οριζόντιο οδόστρωμα οφείλει να είναι $mu^2/R = 24000$ N . Για να μπορέσει να πάρει στροφή με διπλάσια ταχύτητα (40 m/s) χρειάζεται τετραπλάσια δύναμη (96000 N) από το οδόστρωμα.

Μερικές περιπτώσεις κεντρομόλου δύναμης

α) Οριζόντια στροφή αεροπλάνου

Όταν ένα αεροπλάνο στρίβει οριζόντια, διαγράφοντας κυκλική τροχιά ακτίνας R, ο άξονας που συνδέει τα φτερά του, αποκλίνει από τον ορίζοντα κατά γωνία φ.

Οι δυνάμεις που δέχεται το αεροπλάνο είναι το βάρος του $\vec{B}$ και η δύναμη $\vec{N}$, από τον ατμοσφαιρικό αέρα.

Επιλέγοντας ως άξονα x τον οριζόντιο και ως άξονα y τον κατακόρυφο και αναλύοντας τη δύναμη $\vec{N}$ σε συνιστώσες, προκύπτει ότι:

$$\left.\begin{cases} F_{ολx} = F_{κεν} \\ και \\ F_{ολy} = 0N \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} N_x = m\dfrac{υ^2}{R} \\ και \\ N_y = B \end{cases}\right\} \Rightarrow \left.\begin{cases} Nημφ = m\dfrac{υ^2}{R} \\ και \\ Nσυνφ = m \cdot g \end{cases}\right\} \Rightarrow εφφ = \frac{υ^2}{g \cdot R}$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι για να πάρει με ασφάλεια το αεροπλάνο την οριζόντια στροφή ακτίνας R, με ταχύτητα που έχει τιμή υ, θα πρέπει να «γύρει» ως προς τον ορίζοντα κατά τη συγκεκριμένη γωνία φ.

β) Οριζόντια στροφή σε λείο κεκλιμένο επίπεδο

Με κατάλληλη κλίση του οδοστρώματος ένα αυτοκίνητο μπορεί να «διατηρηθεί» στη στροφή ακόμη και αν το δάπεδο είναι λείο.

Οι δυνάμεις που δέχεται το αυτοκίνητο είναι το βάρος του $\vec{B}$ και η δύναμη $\vec{N}$ από το λείο κεκλιμένο δρόμο.

Επιλέγοντας ως άξονα x τον οριζόντιο και ως άξονα y τον κατακόρυφο και αναλύοντας τη δύναμη $\vec{N}$ σε συνιστώσες, προκύπτει, όμοια με την προηγούμενη περίπτωση, ότι:

$$εφφ = \frac{υ^2}{g \cdot R} \Rightarrow υ = \sqrt{εφφ \cdot g \cdot R}$$

Η σχέση αυτή δείχνει ότι για να πάρει με ασφάλεια το αυτοκίνητο την οριζόντια στροφή ακτίνας R, σε κεκλιμένο δρόμο, που σχηματίζει γωνία φ με τον ορίζοντα, θα πρέπει η ταχύτητά του να έχει τιμή:

$$υ = \sqrt{εφφ \cdot g \cdot R}$$

γ) Οριζόντια στροφή κινητού σε δρόμο με τριβές

Ας θεωρήσουμε αυτοκίνητο, που κινείται, με σταθερού μέτρου ταχύτητα υ, σε κυκλικό οριζόντιο δρόμο ακτίνας R, με τον οποίο παρουσιάζει τριβές.
Η μοναδική δύναμη που ασκείται στο αυτοκίνητο και έχει την διεύθυνση της επιβατικής ακτίνας είναι η στατική τριβή, που αναπτύσσεται μεταξύ των ελαστικών του αυτοκινήτου και του δρόμου.
Η τριβή αυτή είναι στατική μια, και το αυτοκίνητο δεν κινείται κατά τη διεύθυνση της ακτίνας. Έτσι:

$$Tστ = \frac{mυ^2}{R}$$

Επειδή η στατική τριβή δεν μπορεί να αυξάνεται απεριόριστα, αλλά μέχρι την Τολ καταλαβαίνουμε ότι, αν:

- η ταχύτητα του αυτοκινήτου είναι υπερβολική ή
- η στροφή είναι απότομη (μικρή ακτίνα)

Το αυτοκίνητο δεν θα κινηθεί με ασφάλεια πάνω στο δρόμο

ΧΡΗΣΙΜΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

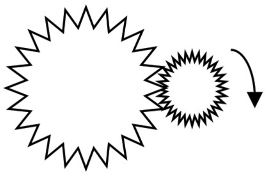
1. **Ομαλή κυκλική κίνηση** λέμε την κίνηση ενός σώματος κατά την οποία η τροχιά του είναι **περιφέρεια κύκλου** και **η ταχύτητά του έχει σταθερό μέτρο**.
ΠΡΟΣΟΧΗ: Η ταχύτητα **δεν** είναι σταθερή γιατί αλλάζει συνεχώς κατεύθυνση…άρα υπάρχει επιτάχυνση!

2. **Κεντρομόλος δύναμη** είναι η **συνισταμένη όλων των δυνάμεων** που ασκούνται στο σώμα **στη διεύθυνση της ακτίνας**. Στην ομαλή κυκλική κίνηση η κεντρομόλος δύναμη έχει σταθερό μέτρο.
ΠΡΟΣΟΧΗ: Η κεντρομόλος δύναμη **δεν** είναι σταθερή γιατί αλλάζει συνεχώς κατεύθυνση …άρα και η κεντρομόλος επιτάχυνση **δεν** είναι σταθερή! Έχει όμως σταθερό μέτρο στην ομαλή κυκλική κίνηση.

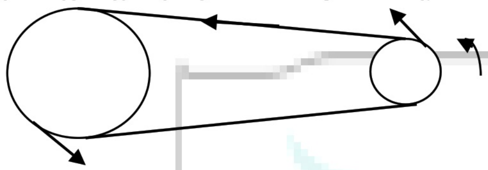
3. **Περιστρεφόμενος δίσκος**: **Όλα** τα σημεία του έχουν **ίδια** περίοδο(**Τ**) και συχνότητα (**f**) περιστροφής, άρα και **ίδια** γωνιακή ταχύτητα **ω.**

<u>Όμως</u>: **οι γραμμικές τους ταχύτητες** των σημείων **είναι <u>ανάλογες</u> με την απόστασή τους από το άξονα περιστροφής.** **$\upsilon=\omega R$ (ω=σταθερό)**

4. **Οδοντωτοί τροχοί** : τα μέτρα των **γραμμικών ταχυτήτων** των σημείων στις περιφέρειές τους είναι **ίσα**.
$\upsilon_1=\upsilon_2$ **(όμως: $\omega_1\neq\omega_2$ αν $R_1\neq R_2$)***



5. **Τροχοί που συνδέονται με ιμάντα:** το μέτρο της **γραμμικής ταχύτητας** των σημείων στις περιφέρειές τους είναι **ίσο** με το μέτρο της ταχύτητας **οποιουδήποτε** σημείου του ιμάντα.
$\upsilon_1=\upsilon_2=\upsilon$ **(όμως: $\omega_1\neq\omega_2$ αν $R_1\neq R_2$)***



6. **Τροχοί οχήματος:** το μέτρο της **γραμμικής ταχύτητας** των σημείων στις περιφέρειές τους είναι **ίσο** με το μέτρο της ταχύτητας του αυτοκινήτου.
(όμως: $\omega_1\neq\omega_2$ αν $R_1\neq R_2$)*

***Για τις περιπτώσεις 4,5,6 ισχύει $\omega_1=\omega_2$ όταν οι ακτίνες είναι ίσες…**

Σε πολλές περιπτώσεις δύο κινητών για να συγκρίνουμε μεγέθη ή για να βρούμε το σημείο συνάντησης γράφουμε τους αντίστοιχους τύπους και διαιρούμε κατά μέλη…

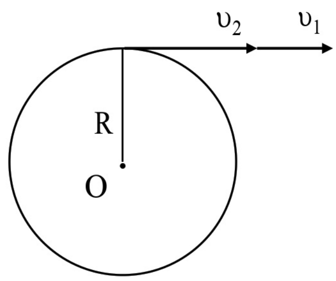
ΛΥΜΕΝΑ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ

1. Δύο κινητά ξεκινούν από το ίδιο σημείο ενός κυκλικού στίβου ακτίνας R = 100m με υ_1 = 10m/s και υ_2 = 20m/s.
i) Που θα συναντηθούν αν κινούνται ομόρροπα; ii) Που θα συναντηθούν αν κινούνται αντίρροπα;

ΛΥΣΗ

i) Όταν ξανασυναντηθούν το πιο γρήγορο κινητό θα κάνει ένα γύρο παραπάνω. Το κινητό με ταχύτητα υ_1 θα έχει διανύσει τόξο μήκους S_1 και το κινητό με υ_2, τόξο μήκους S_2.

Ισχύει:



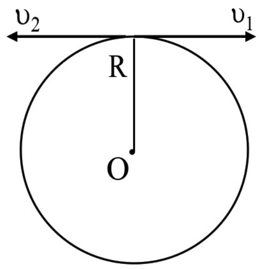
$$S_2=S_1+2\pi R\Rightarrow\upsilon_2\cdot t=\upsilon_1\cdot t+2\pi R\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\upsilon_2\cdot t-\upsilon_1\cdot t=2\pi R\Rightarrow(\upsilon_1-\upsilon_2)\cdot t=2\pi R\Rightarrow$$

$$t=\frac{2\pi R}{\upsilon_2-\upsilon_1}\Rightarrow t=\frac{2\cdot 3{,}14\cdot 100}{20-10}=6{,}28\ \ s$$

Θα συναντηθούν σε σημείο τέτοιο ώστε $S_1=\upsilon_1\cdot t=10\cdot 62{,}8=628\ \ m$

ii) Σε αυτήν την περίπτωση ισχύει:



$$S_1 + S_2 = 2\pi R \Rightarrow \upsilon_1 \cdot t + \upsilon_2 \cdot t = 2\pi R \Rightarrow$$

$$t = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 100}{10 + 20} \cong 21s$$

Θα συναντηθούν σε σημείο τέτοιο ώστε $S_1 = \upsilon_1 \cdot t = 10 \cdot 21 = 210$ m

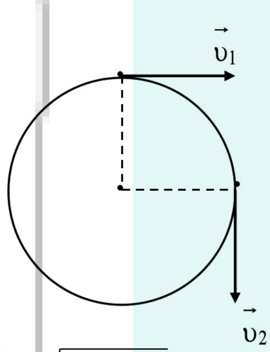
2. Ο δευτερολεπτοδείκτης ενός ρολογιού έχει μήκος 30 cm. Προσπαθήστε να υπολογίσετε:
i) Το μέτρο της ταχύτητάς του άκρου του.
ii) Το μέτρο της (διανυσματικής) μεταβολής της ταχύτητας μέσα σε 15s.
iii) Τη μεταβολή του μέτρου της ταχύτητας μέσα σε 15s.

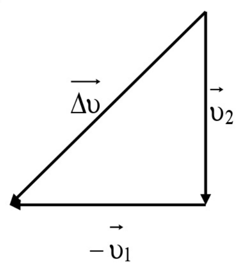
ΛΥΣΗ

Ο δευτερολεπτοδείκτης εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με T = 60s. Άρα το άκρο του εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση με T = 60s και ακτίνα R = 30cm = 0,3m.

i) $\upsilon = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3}{60} \cong 0{,}031 m/s$

ii) Σε 15s το άκρο του δευτερολεπτοδείκτη έχει διανύσει ένα τεταρτημόριο του κύκλου.





Από το τρίγωνο: $|\overrightarrow{\Delta\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2}$.

Όμως το μέτρο της ταχύτητας μένει σταθερό επειδή η κίνηση είναι ομαλή κυκλική δηλαδή $\upsilon_1 = \upsilon_2 = \upsilon$.

Άρα το μέτρο της $\overrightarrow{\Delta\upsilon}$ είναι: $|\overrightarrow{\Delta\upsilon}| = \sqrt{\upsilon^2 + \upsilon^2} = \sqrt{2\upsilon^2} = \upsilon\sqrt{2} = 0{,}031\sqrt{2} \cong 0{,}44 m/s$

iii) Δυ = 0 επειδή υ = σταθερό.

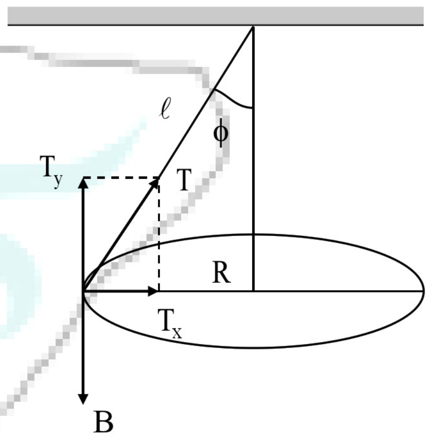
3. Σφαίρα μάζας m = 100g είναι δεμένη στο άκρο νήματος μήκους $\ell = 20\text{m}$ το οποίο εξαρτάται από οροφή. Το σώμα διαγράφει κυκλική τροχιά σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερή συχνότητα ν = 5/π Hz. Να βρείτε την τάση του νήματος και τη γωνία που σχηματίζει το νήμα με την κατακόρυφο. ($\pi^2 = 10$).

ΛΥΣΗ

Στη σφαίρα ασκούνται το βάρος της Β και η τάση Τ του νήματος. Αναλύω την Τ σε δυο κάθετους άξονες ο ένας εκ των οποίων είναι τη διεύθυνση της ακτίνας R.

Η συνισταμένη των δυνάμεων στη διεύθυνση της ακτίνας που στην προσκείμενη περίπτωση είναι T_x είναι η κεντρομόλος δύναμη.

Ισχύει:



$$\eta\mu\phi = \frac{T_x}{T} \Rightarrow T_x = T\eta\mu\phi \quad \text{και} \quad \eta\mu\phi = \frac{R}{\ell}$$

$$\text{και} \quad T_x = F_\kappa = T\eta\mu\phi = \frac{m\upsilon^2}{R} \Rightarrow T\frac{R}{\ell} = \frac{m\upsilon^2}{R} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T\frac{R}{\ell} = \frac{m(2\pi\nu R)^2}{R} \Rightarrow$$

$$T = m4\pi^2\nu^2\ell \Rightarrow T = 2\text{N}$$

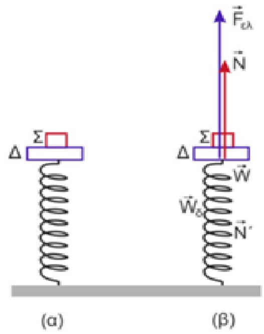
Στον κατακόρυφο άξονα έχουμε ισορροπία, άρα:

$$T_y = B \Rightarrow T\sigma\upsilon\nu\phi = mg \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{mg}{T} \Rightarrow \sigma\upsilon\nu\phi = \frac{0{,}1\cdot 10}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = 60°$$

ΒΑΣΙΚΕΣ ΚΑΙ ΠΡΟΑΠΑΙΤΟΥΜΕΝΕΣ ΓΝΩΣΕΙΣ ΘΕΩΡΙΑΣ
Από τη Φυσική της Α' Λυκείου

Εσωτερικές και εξωτερικές δυνάμεις σε σύστημα σωμάτων

Ας θεωρήσουμε ως εξεταζόμενο σύστημα το σύστημα δίσκος Δ - σώμα Σ (σχήμα α). Οι δυνάμεις που ασκούνται στο σύστημα είναι: Το βάρος σώματος $\vec{w}$ που ασκείται από τη Γη στο σώμα, το βάρος του δίσκου $\vec{w}_\delta$ που ασκείται από τη Γη στο δίσκο, η δύναμη $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$ που ασκείται από το ελατήριο στο σώμα, η δύναμη επαφής $\vec{N}$ που ασκείται από το δίσκο στο σώμα και η δύναμη επαφής $\vec{N}'$ που ασκείται από το σώμα στο δίσκο. Από αυτές τις δυνάμεις, οι δύο τελευταίες ασκούνται ανάμεσα σε σώματα (δίσκος, σώμα) του συστήματος. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται **εσωτερικές δυνάμεις του συστήματος**. Οι τρείς πρώτες δυνάμεις ασκούνται από σώμα εκτός συστήματος (Γη, ελατήριο) σε σώμα που ανήκει στο σύστημα. Οι δυνάμεις αυτές ονομάζονται εξωτερικές.



<u>**Σχόλια:**</u>

1. Με βάση τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα (δράση - αντίδραση) , η συνισταμένη δύναμη των εσωτερικών δυνάμεων ενός συστήματος σωμάτων είναι ίση με το μηδέν, $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\sigma} = 0$.
2. Μια δύναμη μπορεί να είναι εσωτερική για κάποια σύστημα και εξωτερική για κάποιο άλλο.
3. Λόγω της παρατήρησης (1) ένα σύστημα είναι μονωμένο ($\Sigma\vec{F} = 0$) όταν η συνισταμένη των εξωτερικών δυνάμεων είναι ίση με μηδέν: $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$.

Δεύτερος νόμος Νεύτωνα, $\vec{F}_{o\lambda} = m \cdot \vec{a}$ **και** $\vec{F}_{o\lambda} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$

Αποδεικνύεται πειραματικά ότι:

Η επιτάχυνση $\vec{a}$ ενός σώματος (όταν αυτό θεωρείται σημειακό αντικείμενο) έχει την ίδια κατεύθυνση με τη συνισταμένη δύναμη $\vec{F}_{o\lambda}$ που ασκείται σε αυτό, και μέτρο ανάλογο με τη δύναμη $\vec{F}_{o\lambda}$ και αντιστρόφως ανάλογο με τη μάζα m του σώματος. Δηλαδή $\vec{F}_{o\lambda} = m \cdot \vec{a}$.

Ορμή, διανυσματικά χαρακτηριστικά

Έχει διαπιστωθεί ότι το γινόμενο μάζα×ταχύτητα ($m \cdot \vec{u}$) , ενός σώματος, που κάνει μεταφορική κίνηση, έχει ιδιαίτερη σημασία διότι αφενός αποτελεί ένα μέτρο της κινητικής κατάστασης του σώματος και αφετέρου το άθροισμα των γινομένων $m \cdot \vec{u}$ ενός απομονωμένου συστήματος σωμάτων, διατηρείται σταθερό.

Το γινόμενο $m \cdot \vec{u}$ είναι διανυσματικό μέγεθος, έχει την κατεύθυνση της ταχύτητας και ονομάζεται ορμή $\vec{p}$ του σώματος. Δηλαδή $\vec{p} = m \cdot \vec{u}$.

☆ Μονάδα ορμής στο SI είναι το 1kg m/s .

Μεταβολή της ορμής έχουμε όταν μεταβάλλεται το διάνυσμα της ταχύτητας ενός σώματος (δηλαδή υπάρχει επιτάχυνση), αλλά και όταν μεταβάλλεται η μάζα του ή και τα δύο.

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ενός σώματος ($\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$) είναι η συνισταμένη δύναμη $\vec{F}_{o\lambda}$ που ασκείται στο σώμα.

Δηλαδή $\vec{F}_{o\lambda} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$.

Αρχή διατήρησης της ορμής

Έχει διαπιστωθεί ότι αν σε ένα σύστημα σωμάτων δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή ασκούνται και η συνισταμένη τους είναι μηδέν, τότε η ολική ορμή του συστήματος των σωμάτων διατηρείται σταθερή.

Δηλαδή $\vec{p}_{o\lambda} = \sigma\tau\alpha\theta.$ Ένα τέτοιο σύστημα σωμάτων ονομάζεται απομονωμένο. Η αρχή αυτή εφαρμόζεται και στις περιπτώσεις που έχουμε αλληλεπίδραση σωμάτων πάρα πολύ μικρής διάρκειας, όπως συμβαίνει στις κρούσεις.

Στατική τριβή και τριβή ολίσθησης

Οι ατέλειες (μικροσκοπικές εσοχές και εξοχές) των επιφανειών, για παράδειγμα δυο σωμάτων που είναι τοποθετημένα το ένα πάνω στο άλλο, εμποδίζουν την ελεύθερη σχετική τους κίνηση.

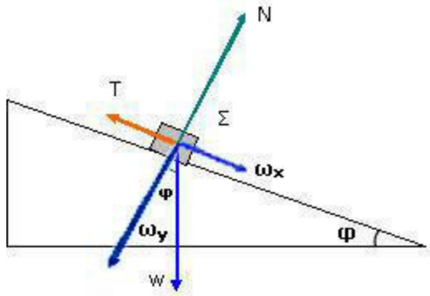
Η δύναμη που οφείλεται στην αλληλοεμπλοκή των ανωμαλιών της κοινής επιφάνειας των σωμάτων, γενικά ονομάζεται τριβή.
Όταν δεν υπάρχει σχετική κίνηση (τα σώματα ισορροπούν το ένα σε σχέση με το άλλο) η δύναμη ονομάζεται στατική τριβή. Έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση της ενδεχόμενης σχετικής κίνησης κάθε σώματος και το μέτρο της υπολογίζεται από τη συνθήκη ισορροπίας του ενός σώματος, επομένως δεν έχει σταθερή τιμή.

Αν το σώμα Σ ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο, ισχύει $T = m \cdot g \cdot ημφ$ όπου φ είναι η γωνία του κεκλιμένου επιπέδου (Εικόνα 1).
Όταν υπάρχει ολίσθηση (το ένα σώμα κινείται σε σχέση με το άλλο) η δύναμη ονομάζεται τριβή ολίσθησης ή κινητική τριβή. Έχει κατεύθυνση αντίθετη της ταχύτητας κίνησης του σώματος και μέτρο που δίνεται από τη σχέση

$T_{ολ} = μ \cdot N$, όπου

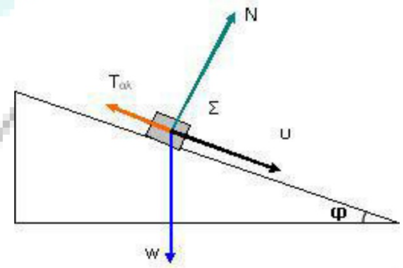
μ: είναι ένας παράγοντας που εξαρτάται από τη φύση των επιφανειών που είναι σε επαφή και ονομάζεται συντελεστής τριβής ολίσθησης

N: είναι η δύναμη που ασκείται κάθετα μεταξύ των επιφανειών που είναι σε επαφή



Εικόνα 1 Το σώμα Σ ισορροπεί πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο

Αν το σώμα ολισθαίνει στο κεκλιμένο επίπεδο, τότε ισχύει
$T_{ολ} = μ \cdot N = μ \cdot m \cdot g \cdot συνφ$ (Εικόνα 2).
Η τριβή ολίσθησης είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα και από το εμβαδόν της κοινής επιφάνειας των σωμάτων (μέσα σε ορισμένα πλαίσια ταχυτήτων και επιφανειών) και έχει στατιστικά σταθερή τιμή.



Εικόνα 2 Το σώμα Σ ολισθαίνει πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο

Έργο σταθερής και μεταβλητής δύναμης

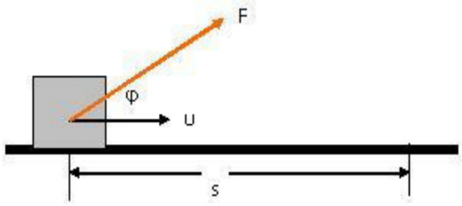
Έργο σταθερής δύναμης που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της σε ευθεία γραμμή

Στο σώμα ασκείται η σταθερή δύναμη $\vec{F}$ που σχηματίζει γωνία φ με την ταχύτητα.

Ονομάζουμε έργο W της δύναμης F για μετατόπιση κατά s, το γινόμενο $F \cdot s \cdot συνφ$, δηλαδή $W = F \cdot s \cdot συνφ$ (Εικόνα 3).

☆ Το έργο είναι μονόμετρο μέγεθος και η μονάδα στο SI είναι το 1 Joule (1 J).

Το έργο δύναμης εκφράζει την ενέργεια που μεταβιβάζεται με τη δύναμη F.
Μπορεί να είναι θετικό ($0<φ<90^o$) , αρνητικό ($90^o<φ<180^o$) ή μηδέν ($φ=90^o$).

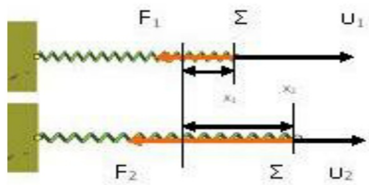


Εικόνα 3 Το σώμα μετατοπίζεται κατά s πάνω στο οριζόντιο επίπεδο με την επίδραση της δύναμης F

Έργο δύναμης σταθερής διεύθυνσης αλλά μεταβλητού μέτρου που μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της σε ευθεία γραμμή

Στην Εικόνα 4 φαίνεται να μετατοπίζεται προς τα δεξιά το ελεύθερο άκρο Σ, του ελατηρίου. Είναι γνωστό (νόμος Hooke) ότι δύναμη του ελατηρίου μεταβάλλεται κατά τη μετατόπιση από τη θέση x_1 στη θέση x_2.

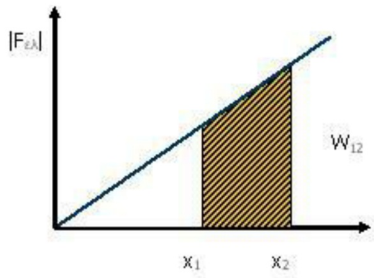
Για τον υπολογισμό του έργου της μεταβλητής κατά μέτρο δύναμης, θεωρούμε σταθερό το μέτρο της για μια μικρή μετατόπιση Δx και έχουμε $ΔW = -F_{ελ} \cdot Δx$.



Εικόνα 4 Το μέτρο της δύναμης F μεταβάλλεται κατά τη διάρκεια της μετατόπισης

Για τη μετατόπιση από τη θέση x_1 στη θέση x_2. θα είναι
$W_{1\to2} = \Sigma\Delta W = \Sigma F \cdot \Delta x$.

Το προηγούμενο άθροισμα υπολογίζεται από το εμβαδόν του χωρίου που βρίσκεται μεταξύ της γραφικής παράστασης F(x) και του άξονα x , μεταξύ των θέσεων x_1 και x_2 . (Εικόνα 5)



Εικόνα 5 Το έργο της δύναμης F υπολογίζεται από το εμβαδόν της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας

Κινητική και βαρυτική δυναμική ενέργεια. Δυναμική ενέργεια παραμορφωμένου ελατηρίου

Ένα σώμα μάζας m που κάνει μεταφορική κίνηση με ταχύτητα υ ως προς κάποιο σύστημα αναφοράς, έχει κινητική ενέργεια Κ (στο ίδιο σύστημα αναφοράς) που υπολογίζεται από τη σχέση $K = \frac{1}{2} \cdot m \cdot u^2$.

Ένα σώμα μάζας m (σημειακό αντικείμενο) μέσα στο βαρυτικό πεδίο της Γης, έχει βαρυτική δυναμική ενέργεια U που υπολογίζεται από τη σχέση $U_{\beta\alpha\rho} = m \cdot g \cdot h$, όπου g είναι η ένταση του βαρυτικού πεδίου της Γης και h είναι το ύψος πάνω από ένα επίπεδο που επιλέγεται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας. Αν το σώμα έχει υπολογίσιμες διαστάσεις (στερεό σώμα), h είναι το ύψος του κέντρου μάζας πάνω από ένα επίπεδο που επιλέγεται ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας.

Η δύναμη που παραμορφώνει ένα ελατήριο μεταβιβάζει ενέργεια σε αυτό μέσω του έργου της. Η ενέργεια αυτή αποθηκεύεται στο ελατήριο με τη μορφή δυναμικής ενέργειας λόγω της ελαστικής παραμόρφωσης και υπολογίζεται από τη σχέση $U_{\varepsilon\lambda} = \frac{1}{2} \cdot k \cdot x^2$, όπου x είναι η συνολική παραμόρφωση και k η σταθερά του ελατηρίου.

Αρχή διατήρησης μηχανικής ενέργειας (ΑΔΜΕ), Θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (ΘΜΚΕ), Αρχή διατήρησης ενέργειας (ΑΔΕ).

Σε ένα σύστημα σωμάτων στα οποία ασκούνται μόνο διατηρητικές δυνάμεις (πχ βαρυτικές, ελαστικότητας, ηλεκτροστατικές) το άθροισμα κινητικής και δυναμικής ενέργειας, δηλαδή η μηχανική ενέργεια, διατηρείται σταθερή σε κάθε μεταβολή. Δηλαδή $K_{\mathbf{o}\lambda,1} + U_{\mathbf{o}\lambda,1} = K_{\mathbf{o}\lambda,2} + U_{\mathbf{o}\lambda,2}$. Οι δείκτες 1 και 2 αναφέρονται σε δυο διαφορετικές καταστάσεις, χρονικές στιγμές κλπ του συστήματος.

Αν το σύστημα αποτελείται από ένα σώμα μάζας m και τη Γη, τότε για λόγους απλούστευσης, όμως καταχρηστικά, δεν αναφερόμαστε στο σύστημα σώμα-Γη αλλά μόνο στο σώμα. Δηλαδή εφαρμόζουμε την ΑΔΜΕ, ως αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας του σώματος.

Είναι γνωστό ότι η μεταβολή της κινητικής κατάστασης ενός σώματος αποδίδεται στις δυνάμεις που ασκούνται σε αυτό. Επίσης υπενθυμίζουμε ότι το έργο δύναμης εκφράζει την ενέργεια που μεταβιβάζεται ή μετατρέπεται σε άλλη μορφή.

Αποδεικνύεται ότι η μεταβολή της κινητικής ενέργειας ενός σώματος που κάνει μεταφορική κίνηση, κατά τη διάρκεια μιας μετατόπισής του, είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των έργων των δυνάμενων που ασκήθηκαν σε αυτό.

$$\text{Δηλαδή } \Delta K = \Sigma W = W_1 + W_2 + \cdots + W_n$$

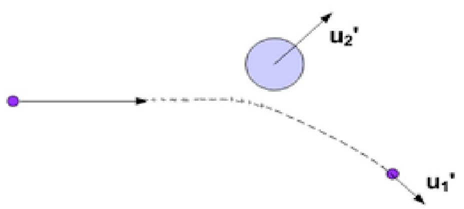
Η προηγούμενη σχέση ισχύει για οποιαδήποτε περίπτωση δυνάμεων και οποιοδήποτε είδος κίνησης.

Σε ένα σύστημα που δεν ανταλλάσσει ενέργεια με το περιβάλλον του ή δεν έχει περιβάλλον (σύμπαν), η συνολική ενέργεια διατηρείται σταθερή. Η πρόταση αυτή είναι γνωστή ως Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας.

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΚΡΟΥΣΗ : Σύγκρουση δύο σωμάτων που διαρκεί ελάχιστο χρόνο.

Κατά τη διάρκεια της κρούσης εμφανίζονται πολύ ισχυρές δυνάμεις με αποτέλεσμα ην κινητική κατάσταση των σωμάτων να μεταβάλλεται απότομα.



Η έννοια της **κρούσης** είναι διευρυμένη στην περίπτωση του μικρόκοσμου, όπου τα συγκρουόμενα σώματα δεν έρχονται υποχρεωτικά σε επαφή. Όταν για παράδειγμα ένα σωμάτιο α κινείται προς έναν ακίνητο πυρήνα, οι αλληλεπιδράσεις μεταξύ των φορτισμένων σωματιδίων γίνονται πολύ ισχυρές όταν τα σώματα πλησιάσουν με αποτέλεσμα να μεταβάλλονται απότομα οι κινητικές καταστάσεις των σωμάτων, **χωρίς** αυτά να έρχονται τελικά σε **επαφή.** Η ιδιαίτερη αυτή περίπτωση κρούσης ονομάζεται **σκέδαση**.

<u>Είδη κρούσεων</u>: Με κριτήριο τις διευθύνσεις των ταχυτήτων πριν την κρούση

ΚΡΟΥΣΕΙΣ

- **Κεντρικές** — Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν και μετά την κρούση , βρίσκονται στην ίδια διεύθυνση
- **Έκκεντρες** — Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση , βρίσκονται σε παράλληλες διευθύνσεις
- **Πλάγιες** — Οι ταχύτητες των σωμάτων πριν την κρούση , βρίσκονται σε τυχαίες διευθύνσεις

Σε κάθε κρούση , επειδή οι δυνάμεις που αναπτύσσονται στο σύστημα είναι εσωτερικές , δίνουν συνισταμένη μηδέν, άρα το σύστημα είναι μονωμένο και ισχύει πάντα η **αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.)**. $\vec{p}_{αρχ} = \vec{p}_{τελ}$

<u>Είδη κρούσεων</u>: Με κριτήριο τη διατήρηση ή μη της μηχανικής ενέργειας του συστήματος

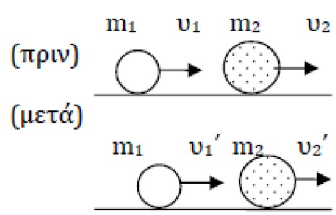
- **ΕΛΑΣΤΙΚΕΣ:** οι κρούσεις στις οποίες διατηρείται η ολική κινητική ενέργεια των σωμάτων που συγκρούονται.
  ΕΠΙΣΗΣ, **Ελαστική** ονομάζεται η κρούση κατά την οποία η μηχανική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων διατηρείται. Δηλαδή: $E_{μηχ(αρχ)} = E_{μηχ(τελ)}$.
  Προσοχή: Η ολική κινητική ενέργεια του συστήματος παραμένει σταθερή, όχι η ενέργεια κάθε σώματος.
  Με δεδομένο ότι η χρονική διάρκεια μιας κρούσης είναι πολύ μικρή, θεωρούμε ότι πρακτικά η κρούση δύο σωμάτων συμβαίνει σε ένα σημείο του χώρου και τα σώματα δεν μετακινούνται κατά τη διάρκεια της. Έτσι η δυναμική ενέργεια των σωμάτων παραμένει σταθερή κατά τη διάρκεια της κρούσης. Συνεπώς η διατήρηση της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μεταπίπτει σε διατήρηση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων. Έτσι, αν $K_{ολ(αρχ)}$ είναι η κινητική ενέργεια του συστήματος των σωμάτων ελάχιστα πριν την κρούση και $K_{ολ(τελ)}$ αμέσως μετά, θα πρέπει: $K_{ολ(αρχ)} = K_{ολ(τελ)}$.

- **ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΕΣ:** οι κρούσεις στις οποίες ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

- **ΠΛΑΣΤΙΚΕΣ:** ειδική περίπτωση ανελαστικών κρούσεων κατά τις οποίες τα σώματα μετά τη κρούση αποτελούν συσσωμάτωμα και κινούνται με την ίδια ταχύτητα.
  - Απώλειες κατά την κρούση : $ΔE = E_{τελ} - E_{αρχ}$
  - Ποσοστό % απωλειών: $\frac{ΔE}{E_{αρχ}} = \frac{E_{τελ} - E_{αρχ}}{E_{αρχ}} \cdot 100\%$

ΚΕΝΤΡΙΚΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Έστω δύο σώματα με μάζες m_1 και m_2 που κινούνται με ταχύτητες $υ_1$ και $υ_2$ αντίστοιχα. Συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά και μετά την κρούση κινούνται με ταχύτητες $υ_1$' και $υ_2$' .Επειδή η κρούση είναι ελαστική , θα ισχύει η αρχή διατήρησης ορμής (Α.Δ.Ο.) και η αρχή διατήρησης κινητικής ενέργειας (Α.Δ.Κ.Ε.) Αποδεικνύεται ότι οι ταχύτητες μετά τη



κρούση θα είναι: $υ_1{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} υ_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} υ_2$ και $υ_2{}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} υ_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} υ_2$

Περιπτώσεις :

Α. Αν τα σώματα έχουν **ίσες μάζες** $m_1 = m_2 = m$, τότε : $υ_1{}' = υ_2$ και $υ_2{}' = υ_1$,
δηλαδή τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες.

Β. Αν το 2ο σώμα ήταν αρχικά ακίνητο, $\upsilon_2 = 0$ τότε : $\upsilon_1{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1$ και $\upsilon_2{}' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$

Β1. Αν η δεύτερη σφαίρα είναι πολύ μεγάλη $m_1 << m_2$, τότε: $\upsilon_1{}' = -\upsilon_1$ και $\upsilon'_2 = 0$, δηλαδή η μεγάλη σφαίρα παραμένει ακίνητη , ενώ η μικρή γυρίζει πίσω με την ίδια ταχύτητα.

Β2. Αν η πρώτη σφαίρα είναι πολύ μεγάλη $m_1 >> m_2$, τότε $\upsilon_1{}' = \upsilon_1$ και $\upsilon_2{}' = 2\upsilon_1$, δηλαδή η μεγάλη σφαίρα συνεχίζει με την ίδια ταχύτητα , ενώ η μικρή πετάγεται εμπρός με διπλάσια ταχύτητα.

ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

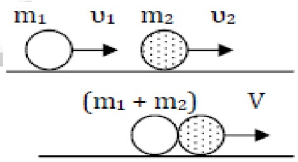
Ανελαστική ονομάζεται η κρούση στην οποία ένα μέρος της μηχανικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων μετατρέπεται σε θερμότητα.

Δηλαδή: $E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} + Q$, όπου Q το ποσό θερμότητας.

Και σε αυτήν την περίπτωση σύμφωνα με τη διευκρίνιση που παρουσιάστηκε στην περίπτωση της ελαστικής κρούσης, η θερμότητα Q προέρχεται από τη μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων.

Συνεπώς: $K_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} = K_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} + Q$

Μία περίπτωση ανελαστικής κρούσης είναι η **πλαστική** κρούση, κατά την οποία το ένα σώμα "σφηνώνεται" στο άλλο με αποτέλεσμα να δημιουργείται συσσωμάτωμα:



ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Τα σώματα αμέσως μετά τη κρούση, αποτελούν συσσωμάτωμα και κινούνται με ταχύτητα V.

(Α.Δ.Ο.) $\vec{p}_{\alpha\rho\chi} = \vec{p}_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2 = (m_1 + m_2)V \Rightarrow V = \frac{m_1\upsilon_1 + m_2\upsilon_2}{m_1 + m_2}$

Η ενέργεια που χάθηκε είναι $\Delta E = K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow \Delta E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1{}^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2{}^2$

Δηλαδή: $E_{\mu\eta\chi(\alpha\rho\chi)} = E_{\mu\eta\chi(\tau\varepsilon\lambda)} + Q$, όπου Q το ποσό θερμότητας.

Και σε αυτήν την περίπτωση σύμφωνα με τη διευκρίνιση που παρουσιάστηκε στην περίπτωση της ελαστικής κρούσης, η θερμότητα Q προέρχεται από τη μείωση της κινητικής ενέργειας του συστήματος των σωμάτων.

Συνεπώς: $K_{o\lambda(\alpha\rho\chi)} = K_{o\lambda(\tau\varepsilon\lambda)} + Q$

ΠΛΑΓΙΑ ΚΡΟΥΣΗ

Τα σώματα έχουν τυχαίες διευθύνσεις και συγκρούονται. Εφαρμόζω διανυσματική άθροιση ή αναλύω σε άξονες και εφαρμόζω Α.Δ.Ο. σε κάθε άξονα ξεχωριστά.

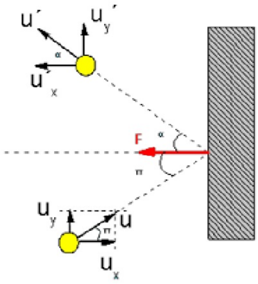
Προσοχή: Όταν γίνεται η κρούση εφαρμόζω πάντα **Α.Δ.Ο.** .

Μετά ή πριν τη κρούση αν έχω κίνηση, εφαρμόζω **Θ.Μ.Κ.Ε. (θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας)** για να βρω τη ταχύτητα με την οποία θα συγκρουστούν τα σώματα ή την απόσταση που θα διανύσουν .

- (ΘΜΚΕ) : $K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_{o\lambda}$
- Το έργο σταθερής δύναμης είναι: $W = F \cdot s \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$
- Έργο βάρους: $W = m \cdot g \cdot h$,
- Έργο τριβής: $W = -T \cdot s = -\mu \cdot N \cdot s \cdot \sigma\upsilon\nu\theta$
- Το Θ.Μ.Κ.Ε. εφαρμόζεται για ένα σώμα όταν κινείται μεταξύ δύο θέσεων (αρχική – τελική) ή για σύστημα σωμάτων (για μονωμένα συστήματα)

  Σχέση κινητικής ενέργειας – ορμής: $K = \frac{p^2}{2m}$

Ισότητα της γωνίας πρόσπτωσης με τη γωνία ανάκλασης όταν σφαίρα συγκρούεται πλάγια και ελαστικά με ακλόνητο εμπόδιο.



Θεωρούμε μία σφαίρα μάζας m η οποία προσκρούει σε κατακόρυφο τοίχο, έτσι ώστε η ταχύτητα της να σχηματίζει με την κάθετη στον τοίχο γωνία π. Αναλύουμε την ταχύτητα u σε δύο κάθετες μεταξύ τους συνιστώσες, μια κάθετη στο εμπόδιο και μία παράλληλη στο εμπόδιο. Η σύγκρουση αφορά τη συνιστώσα η οποία είναι κάθετη στο εμπόδιο, δηλαδή την

Κεφάλαιο 5- Ηλεκτρικό πεδίο Β΄ Λυκείου

SCHOOLDOCTOR

Α. Δυναμική ενέργεια –Δυναμικό – Διαφορά δυναμικού

Όταν τοποθετήσουμε ένα ηλεκτρικό φορτίο σε ένα σημείο ενός Ηλεκτροστατικού πεδίου, αυτό θα δεχτεί ηλεκτρική δύναμη και θα μετακινηθεί κινούμενο πάνω στην δυναμική γραμμή. Όπως γνωρίζουμε από την Φυσική της Α Λυκείου, όταν μια δύναμη μετακινεί το σημείο εφαρμογής της παράγει ή καταναλώνει έργο. Η ηλεκτρική δύναμη (όπως και η βαρυτική) είναι μια **συντηρητική δύναμη**, έτσι το έργο της είναι ανεξάρτητο της διαδρομής που το φορτίο θα ακολουθήσει. Εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση. Συγκεκριμένα για κάθε συντηρητική δύναμη το έργο σχετίζεται με την μεταβολή της δυναμικής ενέργειας. Στην περίπτωση της ηλεκτρικής δύναμης το έργο της ισούται με:

$$W_{F_{\eta\lambda}} = -\Delta U_{\eta\lambda} = U_{\eta\lambda(\alpha\rho\chi)} - U_{\eta\lambda(\tau\epsilon\lambda)} \tag{6}$$

όπου βέβαια $U_{\eta\lambda}$ είναι η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια.

Αξίζει να θυμηθούμε ότι για στην Α Λυκείου μάθαμε ότι το έργο του βάρους δίνεται από την μεταβολή της Βαρυτικής δυναμικής ενέργειας $W_B = -\Delta U_B$

Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια

Έστω ένα ακίνητο σημειακό φορτίο Q το οποίο δημιουργεί γύρω του ένα ηλεκτροστατικό πεδίο Coulomb. Όταν ένα δοκιμαστικό φορτίο q βρεθεί σε ένα σημείο Σ του ηλεκτρικού πεδίου και σε απόσταση r από αυτό δέχεται δύναμη Coulomb. Αποδεικνύεται ότι το έργο της δύναμης κατά την μετακίνηση

του δοκιμαστικού φορτίου από την θέση Σ μέχρι το άπειρο υπολογίζεται από την σχέση:

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty} = k_c\frac{Q\cdot q}{r} \tag{7}$$

Το έργο της δύναμης κατά την παραπάνω μετακίνηση ισούται με το αντίθετο της μεταβολής της Ηλεκτρικής δυναμικής Ενέργειας του συστήματος των δύο φορτίων. Δηλαδή:

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty} = -\Delta U_{\eta\lambda} = U_{\eta\lambda}^{(\Sigma)} - U_{\eta\lambda}^{(\infty)}$$

Όταν τα φορτία βρίσκονται σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους δεν αλληλεπιδρούν, οπότε $U_{\eta\lambda}^{(\infty)} = 0$. Άρα για να υπολογίσουμε την ενέργεια που αποθηκεύεται σε ένα σύστημα αλληλεπιδρόντων ηλεκτρικών φορτίων:

$$W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty} = U_{\eta\lambda}^{(\Sigma)} = k_c\frac{Q\cdot q}{r}$$

Τα φορτία στην παραπάνω σχέση αντικαθιστώνται με το πρόσημο της. Άρα η ηλεκτρική δυναμική ενέργεια μπορεί να είναι θετική (για ομόσημα φορτία) ή αρνητική (για ετερόσημα φορτία).

- $W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty} = U_{\eta\lambda}^{(\Sigma)} > 0$: Τα **ομόσημα φορτία** απωθούνται μεταξύ τους, άρα το έργο της δύναμης είναι θετικό (παραγόμενο). Τα φορτία πηγαίνουν μόνα τους σε άπειρη απόσταση.
- $W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty} = U_{\eta\lambda}^{(\Sigma)} < 0$: Τα **ετερόσημα φορτία** έλκονται μεταξύ τους, άρα το έργο της δύναμης είναι αρνητικό (παραγόμενο). Για να φέρουμε τα φορτία σε άπειρη απόσταση μεταξύ τους πρέπει να καταναλώσουμε ενέργεια.

Το ηλεκτρικό Δυναμικό

Δυναμικό σε ένα σημείο (Σ) ενός ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος που ισούται με το πηλίκο της δυναμικής ηλεκτρικής ενέργειας ενός σημειακού φορτίου q το οποίο βρίσκεται στο σημείο (Σ) του πεδίου προς το φορτίο αυτό.

$$V_\Sigma = \frac{U_{\eta\lambda}^{(\Sigma)}}{q} = \frac{W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty}}{q} \tag{8}$$

Η μονάδα μέτρησης του δυναμικού στο S.I. είναι το 1 V(Volt), το οποίο ορίζεται ως: $1V = \frac{1J}{1C}$.

Το δυναμικό εκφράζει ενέργεια ανά μονάδα φορτίου. Όταν λέμε ότι το δυναμικό είναι +5V σε ένα σημείο, σημαίνει ότι όταν τοποθετήσουμε ένα φορτίο 1C σε αυτό το σημείο θα αποκτήσει ηλεκτρική δυναμική ενέργεια ίση με 5 J. Επίσης το έργο της δύναμης κατά την μετακίνηση του φορτίου από το σημείο αυτό στο άπειρο ισούται με 5 J.

Δυναμικό σε σημείο ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb

Το δυναμικό σε ένα σημείο (Σ) ενός ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb που απέχει απόσταση r από το φορτίο πηγή Q θα δίνεται από την σχέση:

$$V_\Sigma = k_c \frac{Q}{r} \tag{9}$$

Με βάση τον ορισμό του Ηλεκτρικού Δυναμικού 8 και την σχέση για την Ηλεκτρική Δυναμική Ενέργεια 8 μπορούμε να αποδείξουμε την 9

$$V_\Sigma = \frac{U_{\eta\lambda}^{(\Sigma)}}{q} = \frac{k_c \frac{Q\cdot q}{r}}{q} = k_c \frac{Q}{r}$$

Διαφορά Δυναμικού

Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων (Α) και (Γ) ενός ηλεκτρικού πεδίου ονομάζεται το πηλίκο του έργου της δύναμης για την μετακίνηση ενός δοκιμαστικού φορτίου από την θέση (Α) στην θέση (Γ) προς το φορτίο αυτό. Δηλαδή:

$$V_{A\Gamma} = V_A - V_\Gamma = \frac{W_{F_{\eta\lambda}}^{A\to\Gamma}}{q} \tag{10}$$

- Στην περίπτωση του Ηλεκτροστατικού πεδίου Coulomb η διαφορά δυναμικού υπολογίζεται από την σχέση:

  $$V_A - V_\Gamma = k_c Q\left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_\Gamma}\right)$$

  όπου βέβαια r_A και r_Γ οι αποστάσεις των δύο σημείων από το φορτίο πηγή Q.

- Από την σχέση ορισμού της διαφοράς δυναμικού μπορούμε εύκολα να υπολογίσουμε το έργο κατά την μετακίνηση του δοκιμαστικού φορτίου q από το σημείο (Α) στο σημείο (Γ).

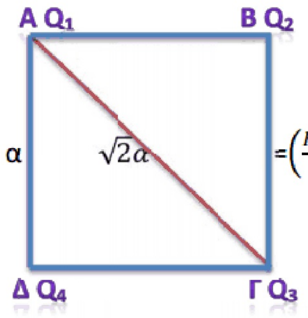
  $$W_{F_{\eta\lambda}}^{A\to\Gamma} = q(V_A - V_\Gamma) \tag{11}$$

  Όταν το μετακινούμενο δοκιμαστικό φορτίο q είναι το στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο e και η διαφορά δυναμικού το 1 V, τότε το έργο κατά την μετακίνηση είναι $W = 1e \cdot 1V = 1eV = 1,6 \cdot 10^{-19}$ J. Το eV είναι μονάδα ενέργειας που χρησιμοποιείται στην ατομική και πυρηνική φυσική. Ο λόγος είναι προφανής, αφού το J είναι τεράστια ενέργεια για τα φαινόμενα του μικρόκοσμου.

Δυναμική Ενέργεια	*Ορισμός:* $U_\Sigma = q \cdot W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty}$ *Τύπος:* $U = k_c\frac{Q\cdot q}{r}$(ισχύει μόνο για σύστημα δυο σημειακών φορτισμένων σωματιδίων)
Δυναμικό	*Ορισμός:* $V_\Sigma = \frac{U_{\eta\lambda}^{(\Sigma)}}{q} = \frac{W_{F_{\eta\lambda}}^{\Sigma\to\infty}}{q}$
Διαφορά δυναμικού	$V_{A\Gamma} = V_A - V_\Gamma = \frac{W_{F_{\eta\lambda}}^{A\to\Gamma}}{q}$
Έργο Δύναμης πεδίου:	$W_{F_{\eta\lambda}}^{A\to\Gamma} = q(V_A - V_\Gamma)$

Α. Α1. ΔΥΝΑΜΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΟΣ ΦΟΡΤΙΩΝ

Εστω 4 φορτια τοποθετημενα στις κορυφες τετραγωνου πλευρας α.



$$U=(U_{1,2}+U_{1,3}+U_{1,4})+(U_{2,3}+U_{2,4})+(U_{3,4})$$

$$=\left(\frac{KQ_1Q_2}{\alpha}+\frac{KQ_1Q_3}{\sqrt{2}\alpha}+\frac{KQ_1Q_4}{\alpha}\right)+\left(\frac{KQ_2Q_3}{\alpha}+\frac{KQ_2Q_4}{\sqrt{2}\alpha}\right)+\left(\frac{KQ_3Q_4}{\alpha}\right)$$

Α2. ΔΥΝΑΜΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟΥ

$$V_\Delta=\frac{KQ_1}{\alpha}+\frac{KQ_2}{\sqrt{2}\alpha}+\frac{KQ_3}{\alpha}.$$

- Δεν λαμβανεται υπ'οψιν το φορτιο στο σημειο που υπολογιζουμε το δυναμικο
- σε Α1 και Α2 τα φορτια χρησιμοποιουνται με το προσημο τους.

Β. ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΦΟΡΤΙΩΝ ΣΕ ΜΗ ΟΜΟΓΕΝΗ ΠΕΔΙΑ

Β1. ΟΡΙΖΟΝΤΙΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ (ΤΟ ΒΑΡΟΣ ΔΕΝ ΛΑΜΒΑΝΕΤΑΙ ΥΠ'ΟΨΙΝ)

Β1α. ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΑ ΕΚ ΤΩΝ ΟΠΟΙΩΝ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΜΟΝΟ ΤΟ ΕΝΑ (Q_2).

Q_1 ———— r_1 ———— Q_2

Q_1 ———— r_2 ———— Q_2 εφαρμοζω ΑΔΜΕ:

$$E_{\delta\upsilon\nu.\sigma\upsilon\sigma\tau.\alpha\rho\chi.}+\cancel{E_{\kappa\iota\nu.\alpha\rho\chi.1}}+\cancel{E_{\kappa\iota\nu.\alpha\rho\chi.2}}=E_{\delta\upsilon\nu.\sigma\upsilon\sigma\tau.\tau\varepsilon\lambda.}+\cancel{E_{\kappa\iota\nu.\tau\varepsilon\lambda.1}}+E_{\kappa\iota\nu.\tau\varepsilon\lambda.2}\Rightarrow\frac{KQ_1Q_2}{r_1}=\frac{KQ_1Q_2}{r_2}+\frac{1}{2}m_2u_2^2$$

Β1β. ΔΥΟ ΦΟΡΤΙΑ ΠΟΥ ΚΙΝΟΥΝΤΑΙ ΚΑΙ ΤΑ ΔΥΟ.

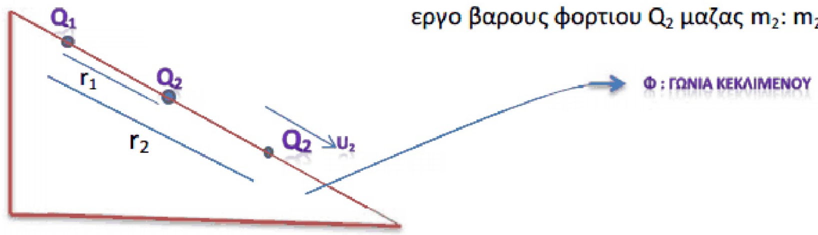
πρωτα εφαρμοζω Α.Δ.Ο: $(\overset{+}{\rightarrow})$

$P_{ολ.αρχ.} = P_{ολ.τελ.} \Rightarrow 0+0 = -m_1u_1+m_2u_2$ μετα εφαρμοζω ΑΔΜΕ:

$E_{δυν.συστ.αρχ.}+E_{κιν.αρχ.1}+E_{κιν.αρχ.2}=E_{δυν.συστ.τελ.}+E_{κιν.τελ.1}+E_{κιν.τελ.2} \Rightarrow$

$$\frac{KQ_1Q_2}{r_1} = \frac{KQ_1Q_2}{r_2} + \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \,.$$

Β2. ΠΛΑΓΙΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ΣΕ ΚΕΚΛΙΜΕΝΟ,ΒΑΡΟΣ ΥΠ'ΟΨΙΝ ΚΑΙ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΤΟ ΕΝΑ ΦΟΡΤΙΟ (Q_2).

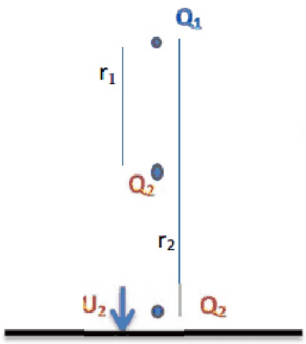


εργο βαρους φορτιου Q_2 μαζας m_2: $m_2 gημφ(r_2-r_1)$

εφαρμοζω ΘΜΚΕ : $E_{κιν.τελ.2} - E_{κιν.αρχ.2} = E_{δυν.συστ.αρχ} - E_{δυν.συστ.τελ} + W_B \Rightarrow$

$$\frac{1}{2}m_2u_2^2 - 0 = \frac{KQ_1Q_2}{r_1} - \frac{KQ_1Q_2}{r_2} + m_2 gημφ(r_2-r_1)\,.$$

Β3. ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΕΣ ΚΙΝΗΣΕΙΣ ,ΒΑΡΟΣ ΥΠ'ΟΨΙΝ ΚΑΙ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΤΟ ΕΝΑ ΦΟΡΤΙΟ(Q_2).



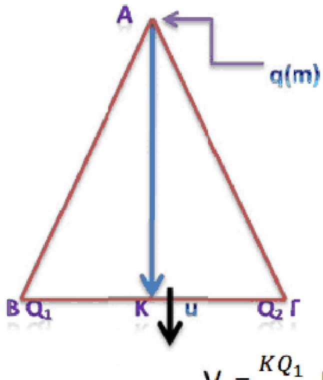
εργο βαρους φορτιου Q_2 μαζας m_2: $m_2g(r_2-r_1)$

εφαρμοζω ΘΜΚΕ : $E_{κιν.τελ.2} - E_{κιν.αρχ.2} = E_{δυν.συστ.αρχ} - E_{δυν.συστ.τελ} + W_B$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m_2u_2^2 - 0 = \frac{KQ_1Q_2}{r_1} - \frac{KQ_1Q_2}{r_2} + m_2g(r_2-r_1)\,.$$

(προσοχη!! να τηρηθουν προσημα σε δυναμικα και φορτια)

Β4. ΚΑΤΑΚΟΡΥΦΗ ΚΙΝΗΣΗ ΣΕ ΣΥΣΤΗΜΑ 3 ΦΟΡΤΙΩΝ. ,ΒΑΡΟΣ ΥΠ'ΟΨΙΝ ΚΑΙ ΚΙΝΕΙΤΑΙ ΤΟ ΕΝΑ ΦΟΡΤΙΟ (q).



εφαρμοζω ΘΜΚΕ : $E_{κιν.τελ.(q)} - E_{κιν.αρχ.(q)} = W_{A\to K} + W_B \Rightarrow$

$\frac{1}{2}mu^2 - 0 = (V_A - V_K)q + mg\,(AK)$ οπου:

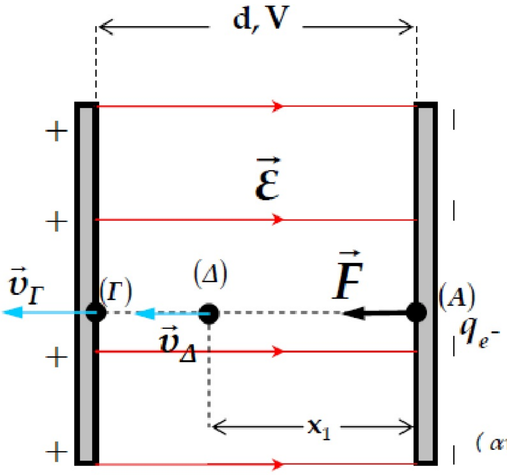
$V_A = \frac{KQ_1}{AB} + \frac{KQ_2}{A\Gamma}$ και $V_K = \frac{KQ_1}{BK} + \frac{KQ_2}{K\Gamma}$ (με προσημα)

Β. Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

I. *Κίνηση ηλεκτρονίου που αφήνεται μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο χωρίς αρχική ταχύτητα*

Το ηλεκτρόνιο που βρίσκεται αρχικά στον αρνητικό οπλισμό του επίπεδου πυκνωτή θα δεχθεί δύναμη από το πεδίο όπως φαίνεται στο σχήμα. Επειδή το πεδίο είναι ομογενές, η δύναμη που θα δεχθεί το ηλεκτρόνιο θα είναι σε κάθε θέση του μέσα στο πεδίο σταθερή κατά μέτρο και κατεύθυνση. Επομένως το ηλεκτρόνιο θα αρχίσει να κινείται και σύμφωνα με το 2ο νόμο του Νεύτωνα θα κάνει Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση (Ε.Ο.Επ.Κ.) χωρίς αρχική ταχύτητα.

❑ Υπολογισμός δύναμης



$$E=\frac{F}{q_e}\Rightarrow \boxed{F=E\cdot q_e} \quad (1)$$

(αν η άσκηση μου δίνει την ένταση)

Όμως επειδή $E=\dfrac{V}{d}$ η σχέση (1) δίνει

$$\boxed{F=\frac{V\cdot q_e}{d}} \quad (2)$$

(αν η άσκηση μου δίνει την τάση του πυκνωτή και την απόσταση των οπλισμών του)

❑ Υπολογισμός επιτάχυνσης

2ος νόμος του Νεύτωνα: $F=m\cdot a\Rightarrow a=\dfrac{F}{m}$

Οπότε από τις σχέσεις (1) και (2) αντίστοιχα παίρνουμε:

$$\boxed{a=\frac{E\cdot q_e}{m}} \quad (3) \qquad \text{ή} \qquad \boxed{a=\frac{V\cdot q_e}{d\cdot m}} \quad (4)$$

Εξισώσεις ταχύτητας – κίνησης

$$\upsilon = a \cdot t$$
$$x = \tfrac{1}{2} a t^2$$

Χρόνος που χρειάζεται το e⁻ για να φτάσει στο θετικό οπλισμό

Αν t_1 ο χρόνος που χρειάζεται το ηλεκτρόνιο να φτάσει στο θετικό οπλισμό, τότε στο χρόνο αυτό θα έχει διανύσει διάστημα ίσο με την απόσταση των δύο οπλισμών οπότε θα ισχύει:

$$\left.\begin{array}{r} x = d \\ x = \tfrac{1}{2}\alpha t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow d = \tfrac{1}{2} a t_1^2 \Rightarrow \boxed{t_1 = \sqrt{\frac{2a}{d}}}$$

Ταχύτητα πρόσκρουσης του e⁻ στο θετικό οπλισμό

$$\left.\begin{array}{l} \upsilon = a \cdot t \\ t = t_1 = \sqrt{\frac{2a}{d}} \end{array}\right\} \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \alpha t_1 \Rightarrow \upsilon_\Gamma = \alpha\sqrt{\frac{2a}{d}} \Rightarrow \boxed{\upsilon_\Gamma = \sqrt{2\alpha\, d}}$$

Παρατηρήσεις:

1. Το φορτίο του ηλεκτρονίου στους παραπάνω τύπους το βάζουμε κατ' απόλυτο τιμή.
2. Σε τυχαία θέση (Δ) που απέχει απόσταση $x = x_1$ από τον αρνητικό οπλισμό (βλέπε σχήμα), η ταχύτητα υπολογίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως και στο (Γ), δηλαδή ισχύει $\upsilon_\Delta = \sqrt{2\,\alpha\, x_1}$.
3. Η ταχύτητα σε οποιοδήποτε σημείο της κίνησης του e⁻ υπολογίζεται και με το Θ.Μ.Κ.Ε.

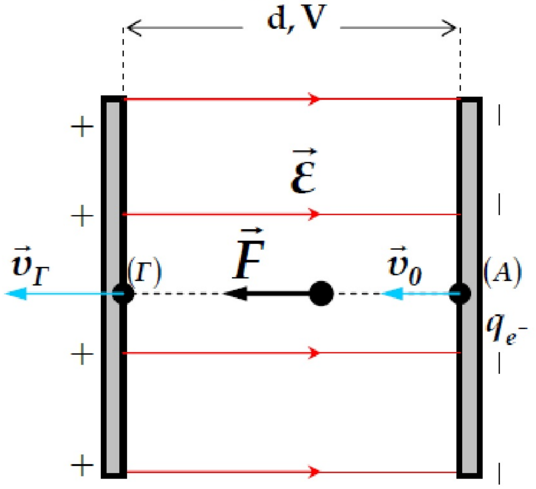
   Θ.Μ.Κ.Ε. $_{(A)\rightarrow(\Gamma)}$:

   $$\Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_\Gamma - K_A = W_{F_{\eta\lambda.}} \Rightarrow \tfrac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 - 0 = F \cdot d \Rightarrow \tfrac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 = E \cdot q_e d \Rightarrow$$

   $\upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{2Eq_e d}{m}}$ που είναι η ίδια με τη σχέση $\upsilon_\Gamma = \sqrt{2ad}$, κάτι που προκύπτει από τη σχέση (3).
4. Αν το φορτίο είναι θετικό ισχύουν όλα τα παραπάνω με τη διαφορά ότι το θετικό φορτίο πρέπει να αφεθεί στον θετικό οπλισμό.

ΙΙ. Κίνηση ηλεκτρονίου μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με αρχική ταχύτητα υ₀ αντίρροπη στις δυναμικές γραμμές

Στη περίπτωση αυτή ισχύουν ότι και στην *Ι* με τη διαφορά ότι το e^- θα κάνει Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση (Ε.Ο.Επ.Κ.) με αρχική ταχύτητα $υ_0$. Έτσι δύναμη και η επιτάχυνση θα δίνονται από τους τύπους της περίπτωσης *Ι*. Τα μόνα που αλλάζουν είναι οι εξισώσεις ταχύτητας και κίνησης.



❑ Εξισώσεις ταχύτητας – κίνησης

$$υ = υ_0 + a \cdot t$$

$$x = υ_0 t + \tfrac{1}{2} a t^2$$

- *Σχέση που συνδέει την ταχύτητα με τη μετατόπιση (ανεξάρτητη χρόνου)*

Εξίσωση ταχύτητας **Εξίσωση μετατόπισης**

$$υ = υ_0 + αt \qquad x = υ_0 t + \frac{1}{2}αt^2$$

Από την πρώτη σχέση επιλύοντας ως προς το χρόνο: $t = \dfrac{υ - υ_0}{α}$ **(#)**

Και με αντικατάσταση στη δεύτερη:

$$x = υ_0 \frac{υ - υ_0}{α} + \frac{1}{2}α\left(\frac{υ - υ_0}{α}\right)^2 \Rightarrow x = \frac{υ_0 \cdot υ - υ_0^2}{α} + \frac{υ^2 - 2υ_0 \cdot υ + υ_0^2}{2α} \Rightarrow$$

$$x = \frac{υ^2 - υ_0^2}{2α} \Rightarrow υ^2 = υ_0^2 + 2α\,x \Rightarrow \boxed{υ = \sqrt{υ_0^2 + 2α\,x}}$$

Έτσι η ταχύτητα με την οποία το e⁻ φτάνει στο θετικό οπλισμό θα είναι

$$\boxed{\upsilon_I = \sqrt{\upsilon_0^2 + 2\alpha\, d}}$$

ενώ ο χρόνος που θέλει το e⁻ μέχρι να φτάσει στο θετικό οπλισμό που προκύπτει με αντικατάσταση στην (#) θα είναι

$$\boxed{t_1 = \frac{\sqrt{\upsilon_0^2 + 2\alpha\, d} - \upsilon_0}{\alpha}}$$

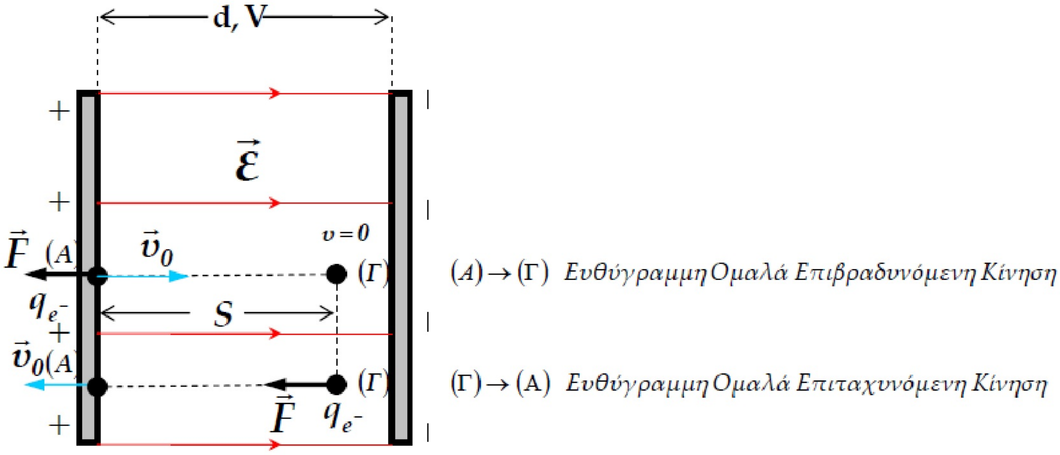
Παρατηρήσεις:

1. Η ταχύτητα σε οποιοδήποτε σημείο της τροχιάς του e⁻, προκύπτει και με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. όπως και στην περίπτωση *I*.
2. Αν το φορτίο είναι θετικό ισχύουν όλα τα παραπάνω με τη διαφορά ότι το θετικό φορτίο πρέπει να έχει αρχική ταχύτητα ομόρροπη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.

III. Κίνηση ηλεκτρονίου μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με αρχική ταχύτητα υ_0 ομόρροπη στις δυναμικές γραμμές

Στην περίπτωση αυτή, επειδή η αρχική ταχύτητα του e⁻ είναι αντίρροπη με τη δύναμη που ασκεί το πεδίο, το e⁻ θα κάνει Ευθύγραμμη Ομαλά Επιβραδυνόμενη Κίνηση (Ε.Ο.Εβ.Κ) αρχικά. Η δύναμη και η επιτάχυνση θα δίνονται πάλι από τους τύπους της περίπτωσης *I*.
Υπάρχουν 2 διαφορετικές υποπεριπτώσεις:
α) Το e⁻ φτάνει στον αρνητικό οπλισμό προτού μηδενιστεί η ταχύτητά του.
β) Η ταχύτητα του e⁻ μηδενίζεται τη στιγμή που φτάνει στον αρνητικό οπλισμό, ή λίγο πριν φτάσει σε αυτόν, δηλαδή το e⁻ σταματάει ή την στιγμή που φτάνει στον θετικό οπλισμό ή λίγο πριν φτάσει σε αυτόν.

Η πρώτη υποπερίπτωση δεν έχει ιδιαίτερο ενδιαφέρον, γι' αυτό θα μας απασχολήσει η δεύτερη.
Επειδή η δύναμη που ασκείται στο e⁻ δεν σταματάει να του ασκείται ποτέ ενώ αυτό βρίσκεται μέσα στο πεδίο, θα το αναγκάσει από τη στιγμή που σταματάει και μετά να κινηθεί προς τα πίσω αυτή τη φορά με Ευθύγραμμη Ομαλά Επιταχυνόμενη Κίνηση (Ε.Ο.Επ.Κ.) χωρίς αρχική ταχύτητα έως ότου το e⁻ επιστρέψει στο σημείο από όπου ξεκίνησε.



Για να μελετήσουμε αυτή την κίνηση που κάνει το e⁻ τόσο καθώς επιβραδύνεται αλλά και όσο καθώς επιταχύνεται προς την αντίθετη φορά, χρησιμοποιούμε τις παρακάτω εξισώσεις ταχύτητας και κίνησης, με τη διαφορά ότι όταν το e⁻ επιβραδύνεται (κινείται προς δεξιά όπως φαίνεται στο σχήμα) η ταχύτητά του θα είναι θετική, ενώ όταν επιβραδύνεται (κινείται προς τα αριστερά όπως φαίνεται στο σχήμα) η ταχύτητά του θα είναι αρνητική.

- <u>Εξισώσεις ταχύτητας – κίνησης</u>

$$\upsilon = \upsilon_0 - a \cdot t$$

$$x = \upsilon_0 t - \tfrac{1}{2} a t^2$$

$\upsilon > 0 \quad \rightarrow \quad$ το e^- κινείται προς τα δεξιά

$\upsilon < 0 \quad \rightarrow \quad$ το e^- κινείται προς τα αριστερά

<u>Σχέση που συνδέει την ταχύτητα με τη μετατόπιση (ανεξάρτητη χρόνου)</u>

Με τρόπο ανάλογο όπως και στην περίπτωση ***ΙΙ***, προκύπτει η σχέση:

$$\boxed{\upsilon = \sqrt{\upsilon_0^2 - 2a\,x}}$$

Χρόνος που θέλει το e⁻ μεχρι να σταματήσει στιγμιαία (θέση Γ)

σημείο Γ: $\left.\begin{array}{l} \upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \\ \upsilon_\Gamma = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \boxed{t_{A\Gamma} = \frac{\upsilon_0}{\alpha}}$

Διάστημα (S) που διανύει το e⁻ μέχρι να σταματήσει στιγμιαία

$$\left.\begin{array}{l} x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ t = t_{A\Gamma} = \frac{\upsilon_0}{\alpha} \end{array}\right\} \Rightarrow S = \upsilon_0 \cdot \frac{\upsilon_0}{\alpha} - \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\upsilon_0}{\alpha}\right)^2 \Rightarrow$$

Ολικός χρόνος κίνησης του e⁻ μέχρι να γυρίσει στη θέση Α

$$\left.\begin{array}{l} x = \upsilon_0 t - \frac{1}{2}\alpha t^2 \\ x = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow 0 = \upsilon_0 t_{o\lambda.} - \frac{1}{2}\alpha t_{o\lambda.}^2 \Rightarrow \boxed{t_{o\lambda} = \frac{2\upsilon_0}{\alpha}}$$

Παρατηρούμε ότι $t_{o\lambda.} = 2t_{A\Gamma}$ οπότε ο χρόνος που θέλει το e⁻ από το σημείο που μηδενίζεται στιγμιαία η ταχύτητά του μέχρι να επιστρέψει στο σημείο από όπου ξεκίνησε είναι ο ίδιος.

$$t_{A\Gamma} = t_{\Gamma A} = \frac{1}{2}t_{o\lambda.} = \frac{\upsilon_0}{\alpha}$$

Ταχύτητα επιστροφής

$$\left.\begin{array}{l} \upsilon = \upsilon_0 - \alpha t \\ t = t_{o\lambda.} = \frac{2\upsilon_0}{\alpha} \end{array}\right\} \Rightarrow \upsilon_{\varepsilon\pi.} = \upsilon_0 - \alpha\frac{2\upsilon_0}{\alpha} \Rightarrow \boxed{\upsilon_{\varepsilon\pi.} = -\upsilon_0}$$

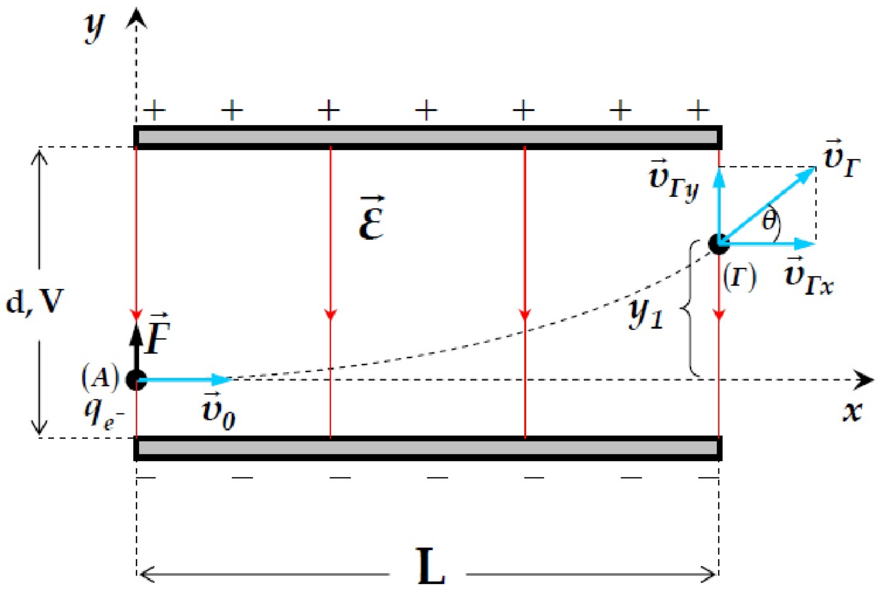
Παρατηρήσεις:

1. Η ταχύτητα σε οποιοδήποτε σημείο της τροχιάς του e⁻, προκύπτει και με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. όπως και στην περίπτωση *I*.
2. Αν το φορτίο είναι θετικό ισχύουν όλα τα παραπάνω με τη διαφορά ότι το θετικό φορτίο πρέπει να έχει αρχική ταχύτητα αντίρροπη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου.
3. Για να φτάσει το επιβραδυνόμενο φορτίο από τη μια πλάκα στην άλλη πρέπει το συνολικό διάστημα της επιβραδυνόμενης κίνησής

του να είναι μεγαλύτερο ή οριακά ίσο με την απόσταση των δύο πλακών, δηλαδή:

$$S \geq d \Rightarrow \boxed{\frac{\upsilon_0^2}{2\alpha} \geq d}$$

IV. <u>Κίνηση ηλεκτρονίου μέσα σε ομογενές ηλεκτρικό πεδίο με αρχική ταχύτητα υ₀ κάθετη στις δυναμικές γραμμές</u>



Σύμφωνα με την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων[1], η κίνηση του e⁻ μπορεί να θεωρηθεί ως το αποτέλεσμα της σύνθεσης δύο επιμέρους κινήσεων που γίνονται ταυτόχρονα. Μιας κίνησης σε έναν άξονα x κάθετο στις δυναμικές γραμμές του πεδίου και του οποίου ο φορέας θα περνάει απ' την αρχική ταχύτητα του e⁻ με την οποία μπαίνει στο πεδίο, και μιας κίνησης σε ένα άξονα y παράλληλο προς τις δυναμικές γραμμές του πεδίου όπως φαίνεται στο παραπάνω σχήμα. Το e⁻ δέχεται δύναμη σταθερή από το πεδίο με διεύθυνση παράλληλη συνεχώς στις δυναμικές γραμμές όπως φαίνεται στο σχήμα. Η δύναμη αυτή υπολογίζεται από τους τύπους (1) ή (2) της περίπτωσης ***I***.

Στον άξονα x το e⁻ δεν δέχεται καμία δύναμη οπότε θα κάνει ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (Ε.Ο.Κ.) με σταθερή ταχύτητα $\vec{\upsilon}_0$. Στον άξονα y το e⁻ δεν

---

[1] **Αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων**: όταν ένα σώμα κάνει ταυτόχρονα δύο κινήσεις και σε χρόνο t_1 πάει από το (Α) στο (Γ), τότε το σώμα φτάνει στην ίδια θέση αν κάνει ξεχωριστά και διαδοχικά κάθε κίνηση για χρόνο t_1 όμως την καθεμία.

έχει αρχική ταχύτητα και δέχεται συνεχώς σταθερή δύναμη $\vec{F}$ όπως φαίνεται στο σχήμα οπότε κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα.

Άξονας x	Άξονας y
$F_x = 0$	$F_y = E \cdot q_e$ ή $F_y = \frac{V \cdot q_e}{d}$
$a_x = 0$	$a_y = \frac{E \cdot q_e}{m}$ ή $a_y = \frac{V \cdot q_e}{d \cdot m}$
$\upsilon_x = \upsilon_0$	$\upsilon_y = a_y t$
$x = \upsilon_0 t$	$y = \frac{1}{2} a_y t^2$

Χρόνος παραμονής στο πεδίο (t_1)

Όταν το e⁻ εξέλθει από το πεδίο στη θέση (Γ) θα έχει μετατοπιστεί στον άξονα x κατά L.

$$\left.\begin{matrix} x = \upsilon_0 t \\ x = L \end{matrix}\right\} \Rightarrow L = \upsilon_0 t_1 \Rightarrow \boxed{t_1 = \frac{L}{\upsilon_0}}$$

Απόκλιση ή εκτροπή από την αρχική διεύθυνση κίνησης (y_1)

Για να υπολογίσουμε την κατακόρυφη απόκλιση y_1 του e⁻ απ' την αρχική του θέση, αρκεί να θέσουμε στη σχέση $y = \frac{1}{2} a_y t^2$ όπου t το χρόνο παραμονής t_1.

$$\left.\begin{matrix} y = \frac{1}{2} a_y t^2 \\ t = t_1 = \frac{L}{\upsilon_0} \end{matrix}\right\} \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2} a_y t_1^2 \Rightarrow \boxed{y_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{V q_e}{dm} \cdot \frac{L^2}{\upsilon_0^2}}$$

Ταχύτητα εξόδου από το πεδίο (υΓ)

Σε κάθε σημείο της τροχιάς του e⁻ μέσα στο πεδίο και επομένως και στη θέση (Γ), η ταχύτητα του θα είναι ίση με:

$$\left.\begin{array}{l} \upsilon_\Gamma = \sqrt{\upsilon_{x\Gamma}^2 + \upsilon_{y\Gamma}^2} \\ \text{όπου} \\ \upsilon_{x\Gamma} = \upsilon_0 \\ \upsilon_{y\Gamma} = \alpha_y t_1 \Rightarrow \upsilon_{y\Gamma} = \dfrac{Vq_e}{dm} \cdot \dfrac{L}{\upsilon_0} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{\upsilon_\Gamma = \sqrt{\upsilon_0^2 + \left(\frac{Vq_e}{dm} \cdot \frac{L}{\upsilon_0}\right)^2}}$$

Ως διανυσματικό μέγεθος η ταχύτητα υπολογίζουμε και την κατεύθυνσή της μέσω της εφαπτομένης της γωνίας θ όπως φαίνεται στο σχήμα.

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\upsilon_{y\Gamma}}{\upsilon_{x\Gamma}} \Rightarrow \boxed{\varepsilon\varphi\theta = \frac{Vq_e}{dm} \cdot \frac{L}{\upsilon_0^2}}$$

Η ταχύτητα του e⁻ μέσα στο πεδίο σε κάθε του σημείο θα είναι εφαπτόμενη στην τροχιά του.

Εξίσωση τροχιάς

Η εξίσωση της τροχιάς του e⁻ και οποιουδήποτε σωματιδίου είναι μια σχέση της μορφής $y = f(x)$ που συνδέει τις συντεταγμένες x, y του σωματιδίου και προκύπτει με απαλοιφή του χρόνου.

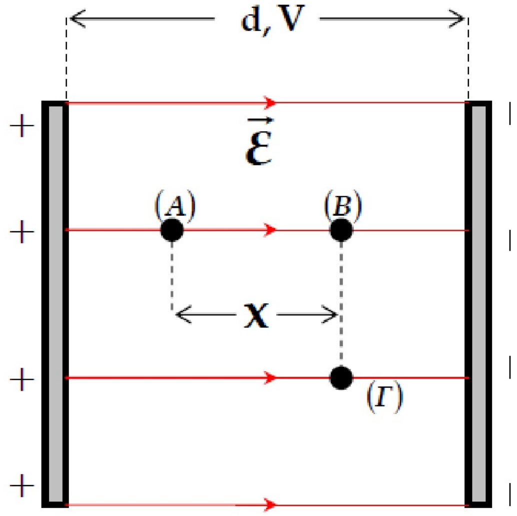
$$\left.\begin{array}{l} x = \upsilon_0 t \Rightarrow t = \dfrac{x}{\upsilon_0} \\ \\ y = \frac{1}{2}\alpha_y t^2 \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{1}{2} \cdot \alpha_y \left(\frac{x}{\upsilon_0}\right)^2 \Rightarrow \boxed{y = \frac{Vq_e}{2dm\upsilon_0^2} \cdot x^2}$$

Επειδή η τελευταία σχέση είναι της μορφής $y = Ax^2$, η τροχιά του e είναι **παραβολική** όπως φαίνεται άλλωστε και στο σχήμα.

Για τις ασκήσεις

Δυναμικό – Διαφορά δυναμικού μεταξύ 2 σημείων στο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο

Θεωρούμε Ο.Η.Π. που δημιουργείται ανάμεσα στους οπλισμούς επίπεδου πυκνωτή. Έστω V η τάση του πυκνωτή και d η απόσταση των οπλισμών του. Στο πεδίο αυτό ισχύει:



σχήμα 1

α) Η τάση του πυκνωτή V είναι η διαφορά του δυναμικού του θετικού οπλισμού του πυκνωτή μείον το δυναμικό του αρνητικού οπλισμού του πυκνωτή, δηλαδή ισχύει

$$V = V_{(+)} - V_{(-)}$$

οπότε

$$V_{(-)} - V_{(+)} = -V$$

β) Κατά τη φορά των δυναμικών γραμμών του πεδίου το δυναμικό ελαττώνεται. Δηλαδή ισχύει: $V_A > V_B$.

γ) Όλα τα σημεία τα οποία τα οποία βρίσκονται σε ευθεία παράλληλη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, δηλαδή ισαπέχουν απ' αυτές, έχουν το ίδιο δυναμικό. Δηλαδή ισχύει: $V_B = V_\Gamma$.

δ) Όταν σε άσκηση μας ζητάνε να υπολογίσουμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β που βρίσκονται πάνω στην ίδια δυναμική γραμμή (βλέπε σχήμα 1), τότε:

i) Υπολογίζουμε τη ένταση του πεδίου $\vec{E}$ (αν δε δίνεται) από τη σχέση

$$E = \frac{V}{d}$$

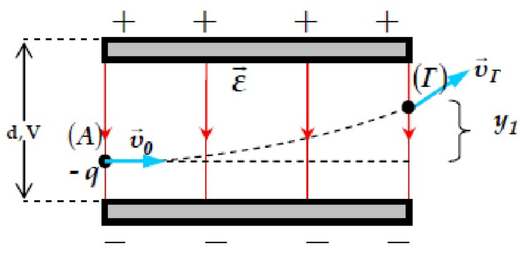
ii) Αν x είναι η απόσταση μεταξύ των δύο σημείων Α και Β των οποίων ζητάμε τη διαφορά δυναμικού, τότε επειδή η ένταση του πεδίου είναι σταθερή θα ισχύει

$$E = \frac{V_A - V_B}{x} \Rightarrow V_A - V_B = E \cdot x \overset{E=\frac{V}{d}}{\Rightarrow} \boxed{V_{AB} = \frac{V}{d} \cdot x}$$

iii) Τέλος ελέγχουμε ποιο από τα δύο σημεία έχει μεγαλύτερο δυναμικό, όπως το περιγράψαμε στο β), και αναλόγως τη διαφορά δυναμικού των δύο σημείων τη βάζουμε θετική ή αρνητική.

π.χ. στο σχήμα 1 $V_{AB} > 0$ ενώ $V_{BA} < 0$.

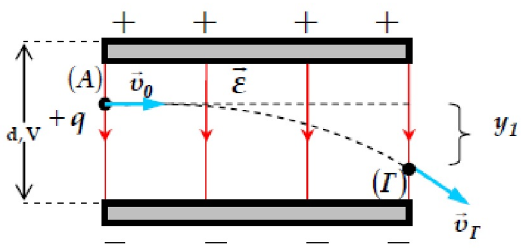
ε) Σε πολλές ασκήσεις που το φορτίο μπαίνει με αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές, μας ζητάνε να υπολογίσουμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων εισόδου και εξόδου. Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία με την περίπτωση δ), μόνο που αντί για την μεταξύ των δύο σημείων απόσταση βάζουμε την απόκλιση του φορτίου απ' την αρχική του θέση (βλέπε σχήματα 2 και 3).



$$\boxed{V_{A\Gamma} = -\frac{V}{d} \cdot y_1 < 0}$$

$$\boxed{V_{\Gamma A} = \frac{V}{d} \cdot y_1 > 0}$$

σχήμα 2



$$\boxed{V_{A\Gamma} = \frac{V}{d} \cdot y_1 > 0}$$

$$\boxed{V_{\Gamma A} = -\frac{V}{d} \cdot y_1 < 0}$$

σχήμα 3

Στην περίπτωση λοιπόν που το φορτίο μπαίνει κάθετα στις δυναμικές γραμμές του πεδίου, τότε αν το φορτίο είναι αρνητικό το δυναμικό στην έξοδο μεγαλώνει, ενώ αν το φορτίο είναι θετικό το δυναμικό στην έξοδο μικραίνει.

Παρατήρηση : Η διαφορά δυναμικού δύο σημείων υπολογίζεται και με εφαρμογή του Θ.Μ.Κ.Ε. μεταξύ των δύο αυτών σημείων.

$Θ.Μ.Κ.Ε._{A\to Γ}: ΔK = ΣW_F \Rightarrow K_Γ - K_A = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}mv_Γ^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = q \cdot V_{AΓ} \Rightarrow$

$$\boxed{V_{AΓ} = \frac{m}{2q}\left(v_Γ^2 - v_0^2\right)}$$

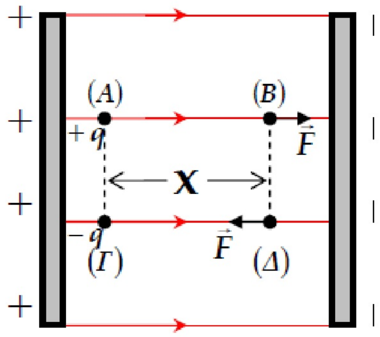
το φορτίο q με το πρόσημό του

Το έργο της δύναμης του ομογενούς ηλεκτρικού πεδίου

α) **Με βάση τον ορισμό του έργου σταθερής δύναμης**

Ο ορισμός του έργου μιας δύναμης είναι η δύναμη αυτή επί την μετατόπιση του σώματος. Αν η δύναμη και η μετατόπιση είναι της ίδιας φοράς τότε το έργο είναι θετικό, ενώ αν η δύναμη και η μετατόπιση είναι διαφορετικής φοράς τότε το έργο είναι αρνητικό.

Με βάση τα προηγούμενα και το ότι $F = E \cdot q$, έχουμε:



$AB : W_F = Eqx$

$BA : W_F = -Eqx$

$ΓΔ : W_F = -Eqx$

$ΔΓ : W_F = Eqx$

Προσοχή : Το φορτίο στο τύπο $F = E \cdot q$, το βάζουμε πάντα κατ' απόλυτο τιμή.

β) **Από τη σχέση**

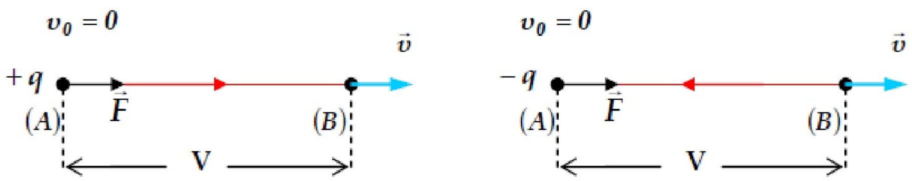
$$W_{F(A\to B)} = q(V_A - V_B)$$

Στη περίπτωση αυτή το φορτίο το βάζουμε με το πρόσημό του

γ) **Από το Θ.Μ.Κ.Ε.**

$Θ.Μ.Κ.Ε._{A\to B}: ΔK = ΣW_F \Rightarrow K_B - K_A = W_F \Rightarrow \boxed{W_{F(A\to B)} = \frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2}$

Επιτάχυνση φορτίου μεταξύ δύο σημείων που που παρουσιάζουν διαφορά δυναμικού V



Όταν φορτίο ανεξάρτητα από το είδος του, επιταχύνεται μεταξύ δύο σημείων που παρουσιάζουν γνωστή τάση V, εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. και υπολογίζουμε είτε την κινητική ενέργεια είτε την ταχύτητα που αποκτά το φορτίο.

$Θ.Μ.Κ.Ε._{\ A\to B}: \Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_B - K_A = W_F \Rightarrow \boxed{K_B = q\cdot V}$

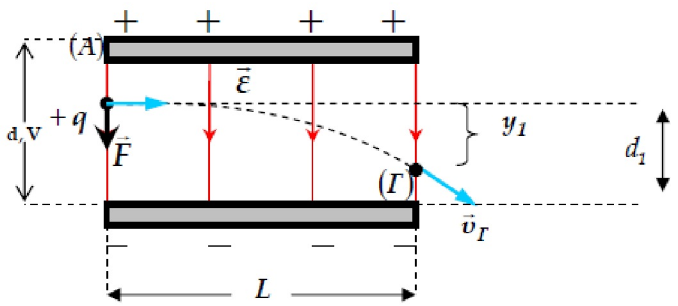
ή $\frac{1}{2}mv^2 = q\cdot V \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}}$

Αν το φορτίο έχει αρχική ταχύτητα ($v_0 \neq 0$), τότε εφαρμόζουμε πάλι Θ.Μ.Κ.Ε οπότε έχουμε:

$Θ.Μ.Κ.Ε._{\ A\to B}: \Delta K = \Sigma W_F \Rightarrow K_B - K_A = W_F \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = q\cdot V \Rightarrow$

$$\boxed{v = \sqrt{v_0^2 + \frac{2qV}{m}}}$$

Κίνηση φορτίου με αρχική ταχύτητα κάθετη στις δυναμικές γραμμές του πεδίου



α) Για να εξέλθει το φορτίο από το πεδίο χωρίς να συναντήσει τον αρνητικό (ή τον θετικό οπλισμό ανάλογα), πρέπει η απόκλισή του y_1 από την αρχική του θέση (A) να είναι μικρότερη ή οριακά ίση με την απόσταση d_1. Αυτό συμβαίνει αν

$$\boxed{x = L \qquad \kappa\alpha\iota \qquad y_1 \geq d_1}$$

β) Η κινητική ενέργεια του φορτίου μέσα στο πεδίο συνεχώς αυξάνεται.

<u>*θέση (Α)*</u>: $K_A = \frac{1}{2} m\upsilon_0^2$

<u>*θέση (Γ)*</u>: $K_\Gamma = \frac{1}{2} m\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow K_\Gamma = \frac{1}{2} m\left(\upsilon_0^2 + \upsilon_y^2\right)$

γ) Η δυναμική ενέργεια του φορτίου (ανεξάρτητα από το είδος του) κατά την κίνησή του μέσα στο πεδίο συνεχώς ελαττώνεται. Αν μας ζητάνε να υπολογίσουμε την μεταβολή της δυναμικής του ενέργειας κατά την κίνηση του μέσα στο πεδίο τότε επειδή η ηλεκτρικές δυνάμεις είναι δυνάμεις συντηρητικές τότε το έργο τους μεταξύ 2 σημείων ενός ηλεκτρικού πεδίου είναι ίσο το αντίθετο της μεταβολής της δυναμικής ενεργείας των δύο αυτών σημείων δηλαδή:

$$W_{F(A\to\Gamma)} = -\Delta U_{A\Gamma} \Rightarrow \qquad \boxed{\Delta U_{A\Gamma} = -W_{F(A\to\Gamma)}}$$

οπότε θα ισχύει και ότι:

$$\boxed{\Delta U_{A\Gamma} = -\Delta K_{A\Gamma}}$$

σύμφωνα με το Θ.Μ.Κ.Ε.