

ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

$$A_1 \text{ } \textcircled{\alpha} \left. \begin{aligned} x_1 &= A \sin(2\pi f_1 t) \\ x_2 &= A \sin(2\pi f_2 t) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x = x_1 + x_2 = 2A \sin \frac{2\pi(f_1 + f_2)}{2} t \sin \frac{2\pi(f_1 - f_2)}{2} t$$

Διαμεσότητα με μέση συχνότητα:  $\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2}$

Άρα:  $\bar{T} = \frac{1}{\bar{f}} = \frac{2}{f_1 + f_2}$

Η αντιστροφή πραγματοποιείται κάθε:  $\Delta t = \frac{\bar{T}}{2} \Rightarrow \Delta t = \frac{2}{\frac{f_1 + f_2}{2}} \Rightarrow$

$$\Delta t = \frac{1}{f_1 + f_2} \sim \textcircled{\alpha} \text{ Σωστό.}$$

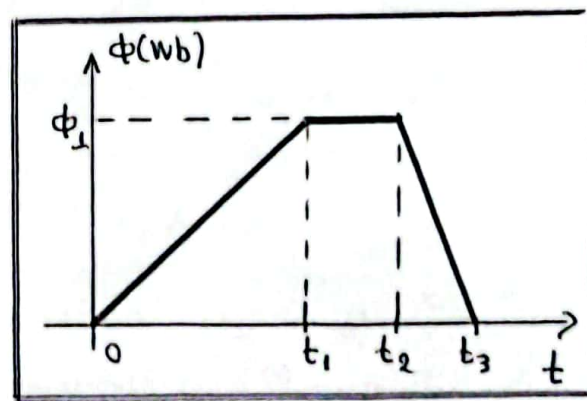
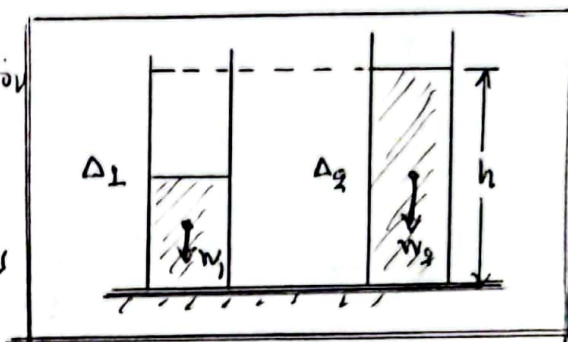
$A_2 \text{ } \textcircled{\beta} m_1 = m_2$

Όμοια δοχεία, άρα:  $A_1 = A_2 = A$  (εμβαδόν διατομής της βάσης των 2 όμοιων δοχείων)

Η υδροστατική πίεση στον πυθμένα των δύο δοχείων, οφείλεται στο βάρος της στήλης των 2 υγρών αντίστοιχα.

Επομένως:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1: p_1 &= \frac{w_1}{A_1} = \frac{m_1 g}{A_1} \\ \Delta_2: p_2 &= \frac{w_2}{A_2} = \frac{m_2 g}{A_2} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} m_1 &= m_2 \\ A_1 &= A_2 \end{aligned} \Rightarrow p_1 = p_2 \sim \textcircled{\beta} \text{ Σωστό το } \textcircled{\beta}$$



$A_3 \text{ } \textcircled{\gamma} 0 \rightarrow t_1: |E_{\text{em}1}| = \frac{|\Delta \Phi_1|}{\Delta t} = \frac{\Phi_1}{t_1} \Rightarrow$   
 $|E_{\text{em}1}| = \frac{\Phi_1}{t_1} \quad \textcircled{1}$

$t_2 \rightarrow t_3: |E_{\text{em}2}| = \frac{|\Delta \Phi_2|}{\Delta t} = \frac{|0 - \Phi_1|}{t_3 - t_2} \Rightarrow$   
 $|E_{\text{em}2}| = \frac{\Phi_1}{t_3 - t_2} \quad \textcircled{2}$

$0 \rightarrow t_1: |I_{\text{em}1}| = \frac{|E_{\text{em}1}|}{R} \xRightarrow{\textcircled{1}} |I_{\text{em}1}| = \frac{\Phi_1}{R t_1} \quad \textcircled{3}$

$t_2 \rightarrow t_3: |I_{\text{em}2}| = \frac{|E_{\text{em}2}|}{R} \xRightarrow{\textcircled{2}} |I_{\text{em}2}| = \frac{\Phi_1}{R(t_3 - t_2)} \quad \textcircled{4}$

Επειδή  $t_1 > t_3 - t_2 \xRightarrow{\textcircled{3}} |I_{\text{em}1}| < |I_{\text{em}2}|$

Όμως  $I_{\text{em}1} > 0, I_{\text{em}2} < 0 \sim I_{\text{em}1} > I_{\text{em}2} \sim \textcircled{\delta} \text{ λείπει}$

Όμως:  $Q_{\text{em}} = \frac{\Delta \Phi}{R} = \frac{\Phi_c - \Phi_{\text{max}}}{R} = \frac{\Phi_1 - \Phi_1}{R} = 0 \Rightarrow \boxed{Q_{\text{em}} = 0} \sim \textcircled{\gamma}$

A4) ① Ελαστική κρούση  $\Rightarrow K_{αρχ} = K_{τελ} \Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v'^2 = v^2 \Rightarrow |v'| = |v|$  ①

Η μεταβολή των μέτρων της ορμής:  $\Delta|p| = |p'| - |p| = m|v'| - m|v| = m(|v'| - |v|) \stackrel{①}{=} m \cdot 0 \Rightarrow \boxed{\Delta|p| = 0} \Rightarrow$  ②

A5)  $\alpha \rightarrow \Lambda$ ,  $\beta \rightarrow \Sigma$ ,  $\gamma \rightarrow \Sigma$ ,  $\delta \rightarrow \Lambda$ ,  $\epsilon \rightarrow \Sigma$

$\alpha \rightarrow$  Λάθος. [Δεν μας λέει ότι το υγρό βρίσκεται σε ισορροπία]

$\beta \rightarrow$  Σωστό.  $\left[ \Delta t = \frac{T}{2} \Rightarrow \frac{\Delta \Phi}{\omega} = \frac{T}{2} \Rightarrow \Delta \phi = \frac{T}{2} \cdot \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \Delta \phi = \pi \right]$

$A = \lambda_1 - \lambda_2 = 0 \leftarrow \left[ \begin{array}{c} \leftarrow \quad \quad \quad \rightarrow \\ \lambda_2 = 3\text{cm} \quad 0 \quad \lambda_1 = 3\text{cm} \end{array} \right]$

$\gamma \rightarrow$  Σωστό.  $[B = \mu B_0, \text{ όπου } \mu = \text{η μαγνητική διαπερατότητα των υλικών που περνάει. Επειδή ο χαλκός ανήκει στα διαμαγνητικά υλικά τα οποία έχουν } \mu < 1 \Rightarrow B < B_0]$

$\delta \rightarrow$  Λάθος [απεικόνιση κυλινδρική από ελαστικότητα, να μην κεντρική η κρούση]

$\epsilon \rightarrow$  Σωστό (\*)

(\*) Όταν σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη απόσβεσης είναι:  $F_{απ} = -bv$ , τότε:  $\frac{A_0}{A_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{A_2}{A_3} = \dots = \frac{A_N}{A_{N+1}} = \dots = \text{σταθερό}$

$\left. \begin{array}{l} A_N = A_0 e^{-\lambda t_N} = A_0 e^{-N\lambda T} \\ A_{N+1} = A_0 e^{-\lambda t_{N+1}} = A_0 e^{-\lambda(N+1)T} \end{array} \right\} \Rightarrow A_{N+1} - A_N = A_0 [e^{-\lambda NT} - e^{-\lambda NT} \cdot e^{-\lambda T}]$

$\boxed{\Delta A_{(N+1, N)} = A_0 e^{-\lambda NT} [1 - e^{-\lambda T}]}$  ①

Από την ① βλέπουμε ότι ενώ ο παράγοντας:

$A_0(1 - e^{-\lambda T}) = \text{σταθερός}$ , ο παράγοντας  $e^{-\lambda NT} \neq \text{σταθερός}$  γιατί το  $N = 0, 1, 2, \dots$  ποικίλει:

$\boxed{\Delta A_{(N+1, N)} \neq \text{σταθερός}}$ , οπότε η μεταβολή των πλάτους

της φθίνουσας ταλάντωσης ανά περίοδο δεν είναι σταθερή



$$\text{Από } (1) \text{ \& } (4) \rightarrow p \sqrt{u} + \rho g h_1 = \frac{1}{2} \rho v^2 + p \sqrt{u} \Rightarrow h_1 = \frac{v^2}{2g} \quad (5) \quad -4-$$

$$\text{Από } (3), (5) \rightarrow \frac{h_1'}{h_1} = \frac{8v^2/2g}{9v^2/2g} \rightarrow \boxed{\frac{h_1'}{h_1} = \frac{8}{9}} \rightarrow \text{Σωστό το } (7)$$

### B3) Σχήμα 1:

$$\text{Θ.Ι: } F_{\text{ελ}} = W \Rightarrow kd = mg \Rightarrow$$

$$d = \frac{mg}{k} \quad (1)$$

$$\text{Ν.Ο.Ι: } F_{\text{ελ}} = F + W \xrightarrow{F=2W}$$

$$k \cdot d' = 3W \Rightarrow d' = \frac{3mg}{k} \quad (2)$$

Οποια και αν είναι η ταλάντωση (Α<sub>1</sub>) για το Ι εφάπτεται θα είναι:

$$A_1 = d' - d = \frac{3mg}{k} - \frac{mg}{k} \Rightarrow$$

$$A_1 = \frac{2mg}{k} \xrightarrow{(1)} \underline{A_1 = 2d} \quad (3)$$

### Σχήμα 2:

Για την αρχική θέση ισορροπίας:  $F_{\text{ελ}} = mg \Rightarrow kd = mg = W \quad (1)$

Η ενέργεια της ταλάντωσης (σαν μαζωρηθεί η F) ισούται με το έργο που προσφέρειται στο σώμα μέσω της F. Άρα:

$$W_F = \frac{1}{2} k A_2^2 \Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2} k A_2^2 \Rightarrow 2Wd = \frac{1}{2} k A_2^2 \xrightarrow{(1)} 2 \times d = \frac{1}{2} k A_2^2 \Rightarrow$$

$$\underline{A_2 = 2d} \quad (4) (*)$$

$$\text{Από } (3) \text{ \& } (4) \Rightarrow \boxed{\frac{A_1}{A_2} = 1} \rightarrow \text{Σωστό το } (α)$$

(\*) Θα μπορούσαμε το ηλίκως να το βρούμε κ' διαφορετικά. Υποθέτουμε ότι στην θέση (Γ) έχουμε  $v=0$ . Ενώ  $v_A = v_\Gamma = 0$ , το ηλίκως της ταλάντωσης θα είναι:  $A_2 = \gamma$  αφού (Α) είναι η Θ.Ι.

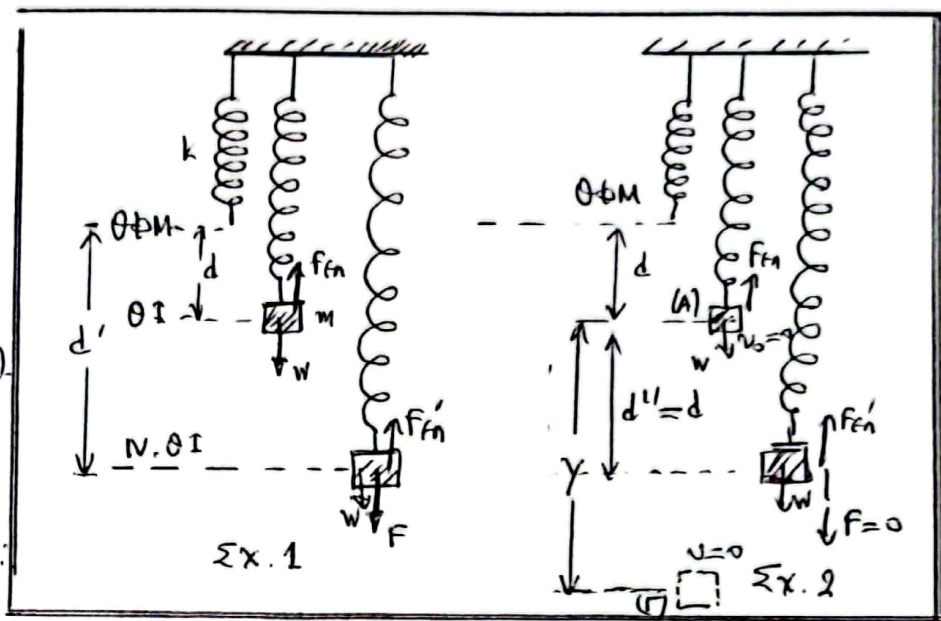
Με εφαρμογή των ΘΜΜΕ στο (Α)  $\rightarrow$  (Γ) έχουμε:  $W_{F_{\text{ελ}}} + W_F + W_W = 0 \rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k d^2 - \frac{1}{2} k (d+\gamma)^2 + 2W \cdot d + W \cdot \gamma = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} k d^2 - \frac{1}{2} k d^2 - k d \gamma - \frac{1}{2} k \gamma^2 + 2Wd + W\gamma = 0 \xrightarrow{(1)}$$

$$-k d \gamma - \frac{1}{2} k \gamma^2 + 2k d^2 + k d \gamma = 0 \rightarrow \frac{1}{2} k \gamma^2 = 2k d^2 \Rightarrow \gamma^2 = 4d^2 \Rightarrow$$

$$\gamma = 2d \Rightarrow \boxed{A_2 = 2d}$$



$$k\lambda = L$$

$$R_{kn} = 1 \Omega$$

$$m = 0,1 \text{ kg}$$

$$R = 3 \Omega$$

$$h_1 = 0,25 \text{ m}$$

$$\text{O.M.N.: } B = 2 \text{ T}$$

$$v_1 = 2 \text{ m/s}$$

$$\alpha) T = ;$$

$$\beta) \frac{\Delta k}{\Delta t} = -2,4 \text{ J/s}$$

$$L = ;$$

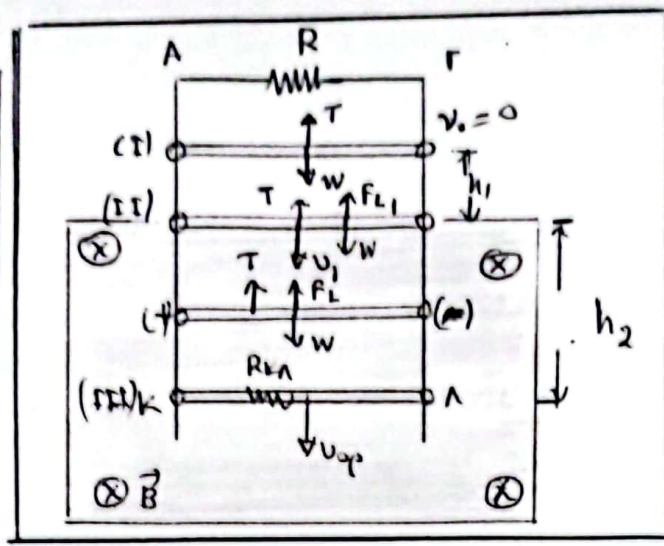
$$\gamma) \left. \begin{array}{l} \frac{Q_{\text{em}}}{t} = i \cdot R_{kn} \\ V_{kn} = ; \end{array} \right\} v = \frac{1}{2} v_1$$

$$\delta) P_R = ; (\text{when } v = v_{op})$$

$$\epsilon) v_1 \rightarrow v_0: Q_{\text{em}}(R_{kn}) = 9568 \text{ J}$$

$$Q_{\text{em}} = ;$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$



$$\alpha) \text{ Since the rod is at rest, } \Delta k = 0 \text{ for } (I) \rightarrow (II):$$

$$W_W + W_T = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow mgh_1 - T \cdot h_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 \Rightarrow T = \frac{mgh_1 - \frac{1}{2} m v_1^2}{h_1} = \frac{2 \cdot 0,1 \cdot 9,8 - 0,1 \cdot 4}{2 \cdot 0,25} = \frac{1,96 - 0,4}{0,5} = \frac{1,56}{0,5} = 3,12 \text{ N}$$

$$\Rightarrow \boxed{T = 0,2 \text{ N}}$$

$$\beta) \frac{\Delta k}{\Delta t} = \Sigma F \cdot v_1 = (W - T - F_L) v_1 \quad (1)$$

$$F_L = B I_{\text{em}} L = B \frac{E_{\text{em}}}{R + R_{kn}} \cdot L = \frac{B^2 v_1 L^2}{R + R_{kn}} \quad (2)$$

$$\text{And } (1) \text{ \& } (2) \rightarrow \frac{\Delta k}{\Delta t} = (mg - T - \frac{B^2 v_1 L^2}{R + R_{kn}}) \cdot v_1 \Rightarrow$$

$$-2,4 = (1 - 0,2 - \frac{4 \cdot L^2 \cdot 4}{4}) \cdot 2 \Rightarrow$$

$$-1,2 = (0,8 - 4L^2) \Rightarrow -1,2 - 0,8 = -4L^2 \Rightarrow -2 = -4L^2 \Rightarrow \boxed{L = 1 \text{ m}}$$

$$\gamma) P_{kn} = I_{\text{em}}^2 \cdot R_{kn} \quad (3)$$

$$I_{\text{em}} = \frac{E_{\text{em}}}{R + R_{kn}} = \frac{B \cdot \frac{1}{2} v_1 \cdot L}{R + R_{kn}} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 1}{4} \Rightarrow I_{\text{em}} = 0,5 \text{ A}$$

$$(3): P_{kn} = (0,5)^2 \cdot 1 \Rightarrow \boxed{P_{kn} = 0,25 \text{ W}}$$

$$V_{kn} = E_{\text{em}} - I_{\text{em}} \cdot R_{kn} = I_{\text{em}} (R + R_{kn}) - I_{\text{em}} \cdot R_{kn} = I_{\text{em}} \cdot R = 0,5 \cdot 3 \Rightarrow$$

$$\boxed{V_{kn} = 1,5 \text{ V}}$$

$$\delta) P_R = \frac{\Delta W_R}{\Delta t} = \frac{-F_L \cdot dx}{dt} = -F_L \cdot v \Rightarrow P_R = -F_L \cdot v_{op} \quad (4)$$

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow W - F_L - T = 0 \Rightarrow mg - T = \frac{B^2 L^2 v_{op}}{R + R_{kn}} \Rightarrow$$

$$1 - 0,2 = \frac{4 \cdot 1 \cdot v_{op}}{4} \Rightarrow \underline{v_{op} = 0,8 \text{ m/s}}$$

$$F_L = B I_{\text{em}} L = B \frac{B v_{op} L}{R + R_{kn}} \cdot L = \frac{B^2 L^2}{R + R_{kn}} \cdot v_{op} = \frac{4 \cdot 1}{4} \cdot 0,8 \Rightarrow \underline{F_L = 0,8 \text{ N}}$$

$$(4): P_{FL} = -F_L \cdot v_{cp} = -0,8 \cdot 0,8 \Rightarrow \boxed{P_{FL} = -0,64 W}$$

$$\epsilon \rangle \text{ Ομω για } L_A \text{ αν } (I \uparrow) \rightarrow (I \downarrow): W_W + W_{FL} + W_T = \frac{1}{2} m v_{cp}^2 - \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$mgh_2 + W_{FL} - T \cdot h_2 = \frac{1}{2} m (v_{cp}^2 - v_1^2) \Rightarrow h_2 + W_{FL} - 0,2h_2 = \frac{1}{2} 0,1 (9,64 - 4)$$

$$0,8h_2 + \frac{1}{2} 0,1 \cdot 3,36 = |W_{FL}| = Q_{\text{αφ}} \Rightarrow$$

$$0,8h_2 = 0,568 - 0,168 \Rightarrow 0,8h_2 = 0,4 \Rightarrow \underline{h_2 = 0,5 m}$$

Από τον νόμο του Νευτωνα για το ηλεκτρικό φορτίο ( $Q_m$ ) έχω:

$$|Q_m| = \frac{|\Delta\Phi|}{R_m} = \frac{B \cdot \Delta A}{R + R_m} = \frac{B \cdot L \cdot h_2}{R + R_m} = \frac{2 \cdot 1 \cdot 0,5}{4} \Rightarrow$$

$$\boxed{|Q_m| = 0,25 C}$$

### ΘΕΜΑ Δ

$$m = 3 kg$$

$$R = 0,5 m$$

$$r = R/2$$

$$M = 60 N$$

$$L = 2 m$$

$$F = 0$$

$$F = ;$$

$$r(W_F) \% \text{ of}$$

$$\Delta K$$

$$\text{από } 0 \rightarrow t_1 = 1 s$$

$$v_0 = 10\sqrt{3} m/s$$

$$\text{νύξη νύξη}$$

$$t_2 = ;$$

$$L_{\text{αφ}} = f(t)$$

$$\text{α } t \leq 5 sec$$

$$t_3: \frac{\Delta v_{\text{αφ}}(δ_{\text{αφ}})}{\Delta t} =$$

$$= 390 I$$

$$N = ; (t_2 \rightarrow t_3)$$

$$\left( \frac{\Delta W_F}{\Delta t} \right)_{t=t_3}$$

α) Ελαστική ράβδος

$$\text{εφα: } \sum \tau(M) = 0 \Rightarrow$$

$$T \cdot L - Mg \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$T = Mg/2 = 60/2 \Rightarrow$$

$$\underline{T = 30 N}$$

$$\underline{\Delta \text{ίνω}}: \sum \tau(K) = I_{\text{αφ}} \cdot \alpha$$

$$T \cdot \frac{R}{2} = \frac{1}{2} m R^2 \cdot \frac{\alpha_{\text{αφ}}}{R/2}$$

$$\frac{T}{2} = \frac{m}{2} \alpha_{\text{αφ}} \Rightarrow \alpha_{\text{αφ}} = \frac{T}{m/2} = \frac{30}{3 \cdot 2} \Rightarrow \alpha_{\text{αφ}} = 5 \text{ rad/s}^2$$

$$\sum F = m \alpha_{\text{αφ}} \Rightarrow F - mg - T = m \alpha_{\text{αφ}} \Rightarrow$$

$$F = mg + T + m \alpha_{\text{αφ}} = 30 + 30 + 3 \cdot 5 \Rightarrow \boxed{F = 75 N}$$

β) Από  $0 \rightarrow t_1 = 1 \text{ sec}$ :  $W_F = F \cdot \Delta x = F \cdot \frac{1}{2} \alpha_{\text{αφ}} t_1^2 =$

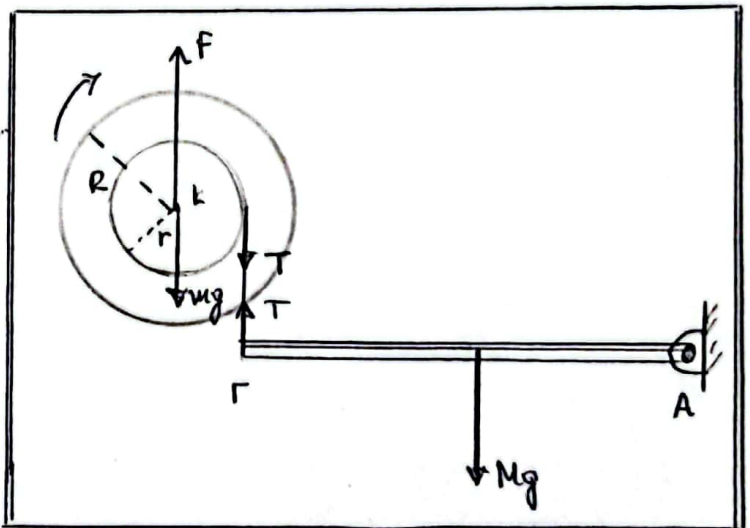
$$= 75 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1^2 = 37,5 \cdot 5 = 187,5 \Rightarrow \underline{W_F = 187,5 \text{ J}}$$

$$\Delta K = K_{\text{αφ}} - K_{\text{αφ}} = K_1 - 0 = \frac{1}{2} I \omega_1^2 + \frac{1}{2} m v_{\text{αφ}(1)}^2 \Rightarrow$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} I \omega_1^2 + \frac{1}{2} m v_{\text{αφ}(1)}^2 \quad (1)$$

$$v_{\text{αφ}(1)} = \alpha_{\text{αφ}} \cdot t_1 \Rightarrow v_{\text{αφ}(1)} = 5 \text{ m/s}$$

$$\alpha_{\text{αφ}} = \frac{\alpha_{\text{αφ}}}{r} = \frac{5}{0,5} = 10 \Rightarrow \alpha_{\text{αφ}} = 20 \text{ rad/s}^2$$



$$\omega_1 = \alpha_{\text{γων}} \cdot t_1 = 20 \text{ rad/s}$$

$$I = \frac{1}{2} m R^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$$\text{Chick n (1)} : \Delta k = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{8} \cdot \frac{50}{1} + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 25 = 75 + \frac{75}{2} = 75 + 37,5 \Rightarrow$$

$$\Delta k = 112,5 \text{ J}$$

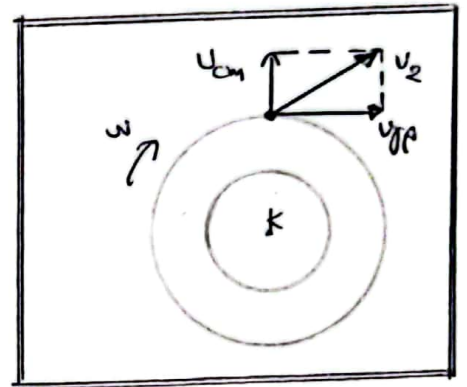
$$\text{Το 2400 μJ το 100% είναι: } \eta \% = \frac{\Delta k}{W_F} \cdot 100 \% = \frac{112,5}{187,5} \cdot 100 \% \Rightarrow$$

$$\boxed{\eta \% = 60 \%}$$

8) Τον χρονισμό στιγμήν  $t_2$  η ταχύτητα του ανώτερου ούχτην του δίσκου είναι:

$$v_2 = \sqrt{v_{\text{cm}}^2 + v_{\text{tp}}^2} = \sqrt{(\omega r)^2 + (\omega R)^2} =$$

$$= \sqrt{\omega^2 \frac{R^2}{4} + \omega^2 R^2} = \sqrt{\frac{5\omega^2 R^2}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} v_{\text{tp}} \Rightarrow$$



$$10\sqrt{5} = \frac{\sqrt{5} v_{\text{tp}}}{2} \Rightarrow v_{\text{tp}} = 20 \Rightarrow \omega R = 20 \Rightarrow$$

$$2v_{\text{cm}} = 20 \Rightarrow v_{\text{cm}} = 10 \text{ m/s}$$

$$v_{\text{cm}} = \alpha_{\text{γων}} \cdot t_2 \Rightarrow 10 = 5 t_2 \Rightarrow \boxed{t_2 = 2 \text{ sec}}$$

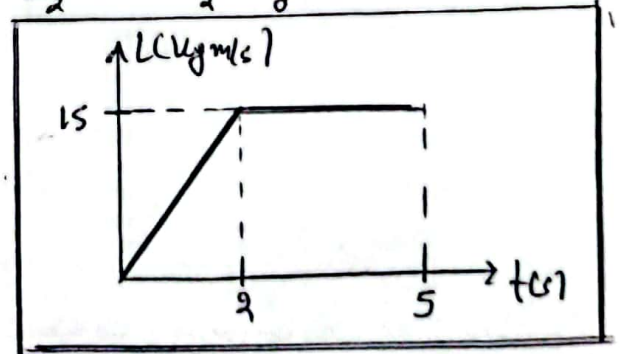
Όταν των  $t_2 = 2 \text{ sec}$  υπάρχει το νήμα  $\Rightarrow T = 0 \Rightarrow \tau(k) = 0$   
 $\Rightarrow \alpha_{\text{γων}} = 0 \Rightarrow \omega = \omega_0 = \omega_2 = \alpha_{\text{γων}} \cdot t_2 = 20 \cdot 2 = 40 \text{ rad/sec} \Rightarrow$   
 $\omega_2 = \omega = 40 \text{ rad/sec}$

Η ορμή του  $t_2 = 2 \text{ sec}$  είναι:  $L_2 = I \omega_2 = \frac{3}{8} \cdot 40 = 15 \Rightarrow$

$$L_2 = 15 \text{ kgm/sec}$$

Η συνάρτηση  $L = f(t)$  ν

$$L = \begin{cases} I \omega, & 0 \leq t < 2 \text{ sec} \\ 40, & t \geq 2 \text{ sec} \end{cases}$$



$$\delta) \text{ b) } \frac{\Delta U_{\text{Bsp}}}{\Delta t} = \frac{\Delta W_{\text{W}}}{\Delta t} = +mg v_{\text{cm}} \Rightarrow$$

$$390 = 30 \cdot v_{\text{cm}} \Rightarrow \underline{v_{\text{cm}(3)} = 13 \text{ m/sec}}$$

$\Delta \phi = \omega_3 \Delta t$  (μια το ωφέλιμο του νήματος:  $\omega_3 = \omega_2 = 40 \text{ rad/s}$ )

$$\Sigma F = m a'_{\text{cm}} \Rightarrow F - W = m a'_{\text{cm}} \Rightarrow 75 - 30 = 3 \cdot a'_{\text{cm}} \Rightarrow a'_{\text{cm}} = 15 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Οπότε: } v_{\text{cm}(3)} = v_{\text{cm}(2)} + a'_{\text{γων}} \cdot \Delta t \Rightarrow 13 = 10 + 15 \cdot \Delta t \Rightarrow \underline{\Delta t = 0,2 \text{ sec}}$$

Επομένως:  $\Delta\phi = \omega_2 \cdot \Delta t = 40.92 \Rightarrow \Delta\phi = 8\text{rad}$ .  
Άρα ο δίσκος θα έχει διαπεράσει  $N = \frac{\Delta\phi}{2\pi} \Rightarrow N = \frac{8}{2\pi} \Rightarrow$

$N = \frac{4}{\pi}$  περιστροφές, για  $t_2 \leq t \leq t_3$

$$\left(\frac{\Delta W_F}{\Delta t}\right)_{t=t_2} = F \cdot v_{cm(3)} = 75 \cdot 13 \Rightarrow$$

$\frac{\Delta W_{F_L}}{\Delta t} = 975 \text{ J/s}$

(ε) Εφαρμογή ΑΔΜΕ για τις θέσεις (I) & (II) της ράβδου:

$$Mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} I_{(A)} \omega^2 \quad (1)$$

Θ. Steiner:  $I_{(A)} = I_{cm} + M\left(\frac{L}{2}\right)^2 =$   
 $= \frac{ML^2}{12} + \frac{ML^2}{4} = \frac{4ML^2}{12} \Rightarrow I_{(A)} = \frac{ML^2}{3} \quad (2)$

$$v_{cm} = \omega \cdot \frac{L}{2} \Rightarrow \omega = \frac{2v_{cm}}{L} \quad (3)$$

Από (1), (2), (3)  $\Rightarrow$

$$Mg \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{ML^2}{3} \cdot \frac{4v_{cm}^2}{L^2}$$

$$gL = \frac{4v_{cm}^2}{3} \Rightarrow 3gL = 4v_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$v_{cm}^2 = \frac{3gL}{4} \quad (4)$$

Το cm επιτελεί κυλιτική κίνηση οπότε στην κατακόρυφη θέση:

$$\Sigma F = F_k \Rightarrow F_A - Mg = M \frac{v_{cm}^2}{L/2} \Rightarrow F_A = Mg + M \frac{2v_{cm}^2}{L} \quad (4)$$

$$F_A = 60 + 6 \cdot \frac{9.8}{2} \cdot \frac{3 \cdot 2}{4} = 60 + \frac{12 \cdot 30}{4} = 60 + 3 \cdot 30 \Rightarrow \boxed{F_A = 150 \text{ N}}$$

### Παρατήρηση:

Το cm επιτελεί κυλιτική κίνηση με συνιστώσα δύναμη το διανυσματικό άθροισμα των δυνάμεων που ασκούνται στη ράβδο.

Για την κατακόρυφη θέση της ράβδου έχουμε:  $\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow$

$I_{(A)} \cdot \alpha_{\gamma\omega} = 0 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega} = 0 \Rightarrow$  δεν υπάρχει επιγώγιος επιτάχυνση αφ' ου:  $\alpha_e = \alpha_{\gamma\omega} \cdot \frac{L}{2} = 0$ . Επομένως:  $\Sigma F_x = M \cdot \alpha_{επιγ\omega} = 0$

Άρα υπάρχει συνιστώσα μόνο του κατακόρυφου άξονα.

Αυτός μας οδηγεί στο συμπέρασμα ότι στη θέση αυτή υπάρχει μόνο κατακόρυφη συνιστώσα:

$$\vec{F}_A = \vec{F}_{Ax} + \vec{F}_{Ay} = \vec{F}_{Ay} \Rightarrow \vec{F}_A = \vec{F}_{Ay}$$