

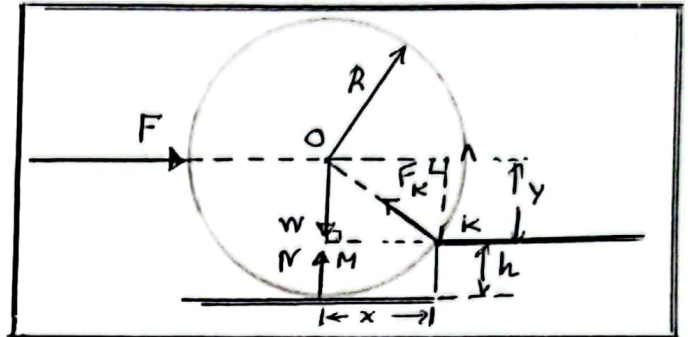
ΘΕΜΑ Α

$A_1 \rightarrow \delta$, $A_2 \rightarrow \alpha$, $A_3 \rightarrow \beta$, $A_4 \rightarrow \beta$, $A_5 \rightarrow \beta$

ΘΕΜΑ Β

B₁) Στον τροχό ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Η οριζόντια δύναμη F που ασκείται από το cm (οι τω τροχού).
- Η αντίδραση F_k στο σημείο επαφής k .
- Το βάρος w .
- Η αντίδραση N του οριζοντίου δακτύλου.



Εφόσον ο τροχός χάνει την επαφή με το οριζόντιο δάκτυλο $N=0$.

Για να υπερπηδηθεί ο τροχός το κέντρο θα πρέπει:

$$\tau_F(\omega) \geq \tau_w(\omega) \Rightarrow F \cdot (Ny) \geq w \cdot (Mk) \Rightarrow F \cdot y \geq w \cdot x \quad (1)$$

$$y = R - h = R - \frac{R}{3} \Rightarrow y = \frac{2R}{3} \quad (2)$$

$$\text{ΟΛΗ: } x^2 + y^2 = R^2 \Rightarrow x^2 = R^2 - y^2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} x^2 = R^2 - \left(\frac{2R}{3}\right)^2 \Rightarrow x^2 = R^2 - \frac{4R^2}{9} \Rightarrow$$

$$x^2 = \frac{5R^2}{9} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{5R^2}{9}} \Rightarrow x = \frac{R\sqrt{5}}{3} \quad (3)$$

$$\text{Από (1), (2) & (3)} \Rightarrow F \cdot \frac{2R}{3} \geq w \cdot \frac{R\sqrt{5}}{3} \Rightarrow \boxed{F \geq \frac{w\sqrt{5}}{2}} \text{ ~ Σωστή η (α)}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁) ΑΔΜΕ για τη σφαίρα από (A) $\rightarrow$ (B):

$$mg(R-r) = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \Rightarrow$$

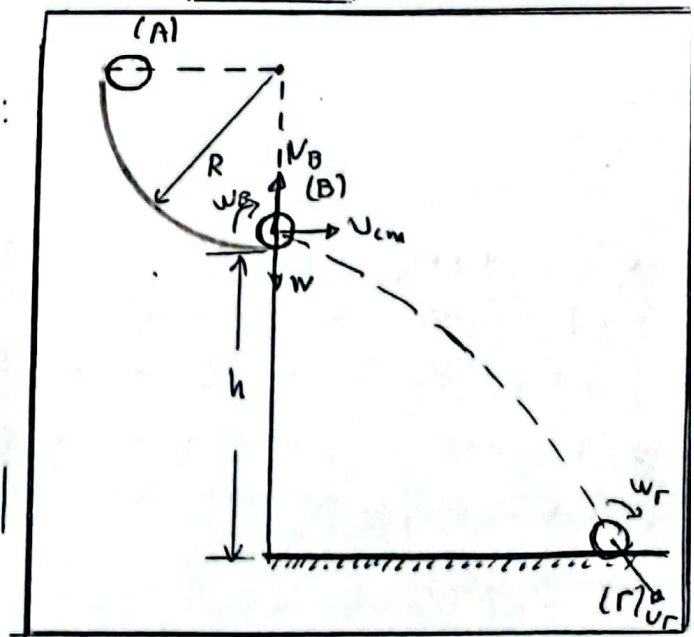
$$mg(R-r) = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \frac{v_{cm}^2}{r^2} \Rightarrow$$

$$mg(R - \frac{R}{8}) = \frac{1}{2}mv_{cm}^2 + \frac{1}{5}mv_{cm}^2 \Rightarrow$$

$$g \frac{7R}{8} = \frac{7v_{cm}^2}{10} \Rightarrow v_{cm}^2 = \frac{10gR}{8} \Rightarrow$$

$$v_{cm} = \sqrt{\frac{10gR}{8}} = \sqrt{\frac{10 \cdot 10 \cdot 0.008}{8}} \Rightarrow \boxed{v_{cm} = 1 \text{ m/s}}$$

Γ₂) Στο σημείο (B) στη σφαίρα εφαρμόζονται: $\Sigma F = F_k \Rightarrow$



$$N_B - W = m \frac{v_{cm}^2}{R-r} \Rightarrow N_B = mg + m \frac{v_{cm}^2}{\frac{7R}{8}} = mg + \frac{8mv_{cm}^2}{7R} =$$

$$= 35 \cdot 10^{-3} \left(10 + \frac{8 \cdot 1}{7 \cdot 0,08} \right) = 35 \cdot 10^{-3} \left(10 + \frac{100}{7} \right) = 35 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{170}{7} = 5,175 \cdot 10^{-3} \Rightarrow$$

$$N_B = 850 \cdot 10^{-3} \Rightarrow \boxed{N_B = 0,85 N}$$

Γ₃) Για την οριζόντια βολή της σφαίρας από το (β) μέχρι το (γ), η μοναδική δύναμη που ασκείται στη σφαίρα είναι το βάρος της. Οπότε το βάρος δεν μπορεί να δημιουργήσει ροπή ως προς το cm της σφαίρας, αφού περνά ο φορέας του κινήσεως. Άρα $\Sigma \tau = 0 \Rightarrow \alpha_{\gamma\omega} = 0 \Rightarrow \omega = \text{const}$
 $\Rightarrow \omega_B = \omega_r \Rightarrow \omega_r = \omega_B = \frac{v_{cm(B)}}{r} = \frac{v_{cm(B)}}{\frac{R}{8}} = \frac{8v_{cm(B)}}{R} \Rightarrow$

$$\omega_r = \frac{8 \cdot 1}{0,08} \Rightarrow \omega_r = 100 \text{ rad/s.}$$

$$\text{Άρα: } L_r = I \omega_r = \frac{2}{5} m r^2 \omega_r = \frac{2}{5} \cdot 35 \cdot 10^{-3} \cdot \left(\frac{0,08}{8} \right)^2 \cdot 100 =$$

$$= \frac{2}{5} \cdot 35 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{1}{100} \cdot 100 = 2 \cdot 7 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-2} = 14 \cdot 10^{-5} \Rightarrow$$

$$\boxed{L_r = 14 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2/\text{s}}$$

Παρατηρήσεις για το κέντρο μάζας ενός σώματος:

Αναφορά με την ρύθμιση Α5

- Ορισμός: Κέντρο μάζας (cm) ενός στερεού σώματος ονομάζεται ένα σημείο το οποίο κινείται σαν υλινό σημείο με μάζα ίση με αυτή του σώματος, αν αβληθούν πάνω του όλες οι δυνάμεις που ασκούνται στο στερεό σώμα.
- Το κέντρο μάζας (cm) ομογενών ή συμμετρικών σωμάτων συμπίπτει με το κέντρο συμμετρίας τους.
- Το κέντρο μάζας (cm) ενός στερεού σώματος μπορεί να βρεθεί και μέσω της μάζας των σωμάτων, όπως π.χ σε ένα δακτυλίδι που το κέντρο μάζας του είναι στο κέντρο του.
- Το κέντρο μάζας (cm) ενός σώματος συμπίπτει με το κέντρο βάρους του, όταν το σώμα βρίσκεται σε ομογενές πεδίο βαρύτητας.