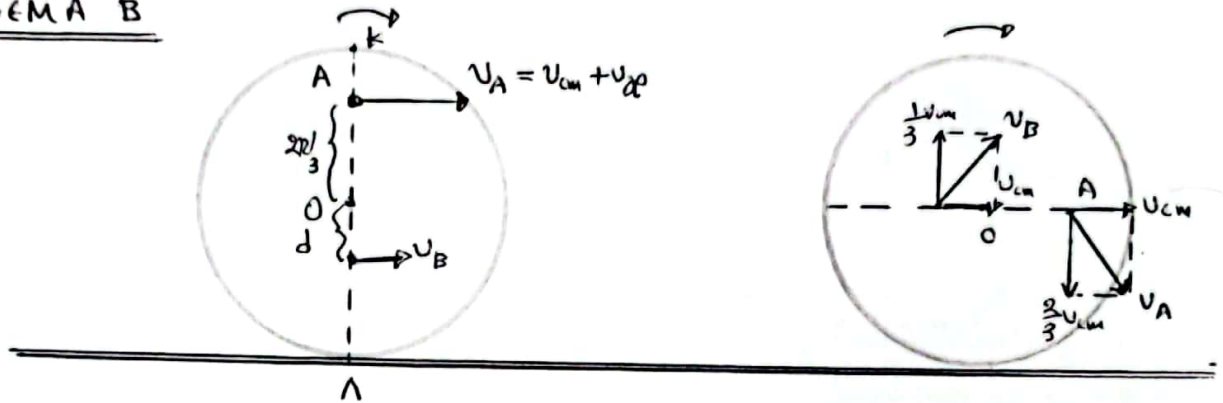


ΘΕΜΑ Α

$A_1 \rightarrow \delta, A_2 \rightarrow \alpha, A_3 \rightarrow \delta, A_4 \rightarrow \alpha, A_5 \rightarrow \delta.$

ΘΕΜΑ Β



Υποθέτουμε ότι το σημείο Β βρίσκεται στην ακτίνα ΟΚ.

$$\vec{v}_A = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\varphi} \Rightarrow v_A = v_{cm} + \omega \frac{2R}{3} = v_{cm} + \frac{2}{3} v_{cm} \Rightarrow v_A = \frac{5}{3} v_{cm} \quad (1)$$

$$\vec{v}_B = \vec{v}_{cm} + \vec{v}_{\varphi} \Rightarrow v_B = v_{cm} + \omega d \Rightarrow v_B = v_{cm} + \omega d \quad (2)$$

όπου $d = (OB).$

$$\text{Από την υπόθεση: } |v_A - v_B| = v_{cm} \Rightarrow \left| \frac{5}{3} v_{cm} - v_{cm} - \omega d \right| = v_{cm}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{3} v_{cm} - v_{cm} - \omega d = v_{cm} \Rightarrow \frac{2}{3} v_{cm} - \omega d = v_{cm} \Rightarrow \omega d = -\frac{1}{3} v_{cm} \quad (3) \\ v_{cm} - \omega d - \frac{5}{3} v_{cm} = v_{cm} \Rightarrow -\frac{2}{3} v_{cm} - \omega d = v_{cm} \Rightarrow \omega d = -\frac{5}{3} v_{cm} \quad (4) \end{cases}$$

$$(3) \leadsto \frac{v_{cm}}{R} d = -\frac{1}{3} v_{cm} \Rightarrow d = -\frac{1}{3} R \quad (5)$$

$$(4) \leadsto \frac{v_{cm}}{R} d = -\frac{5}{3} v_{cm} \Rightarrow d = -\frac{5}{3} R \quad (6)$$

Το (-) στις σχέσεις (5) & (6) σημαίνει ότι το Β θα βρίσκεται στην ακτίνα (ΟΑ). Αρα η (6) αποκλείεται γιατί $d \leq R$.

Οπότε το Β θα βρίσκεται στην ΟΑ σε απόσταση: $OB = d = \frac{1}{3} R$.

Όταν η διάμετρος γίνει οριζόντια:

$$v_B = \sqrt{v_{cm}^2 + \left(\frac{1}{3} v_{cm}\right)^2} = v_{cm} \sqrt{1 + \frac{1}{9}} \Rightarrow v_B = v_{cm} \frac{\sqrt{10}}{3} \quad (7)$$

$$v_A = \sqrt{v_{cm}^2 + \left(\frac{2}{3} v_{cm}\right)^2} = v_{cm} \sqrt{1 + \frac{4}{9}} \Rightarrow v_A = v_{cm} \frac{\sqrt{13}}{3} \quad (8)$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{13}{10}} \Rightarrow \boxed{\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{1,3}} \leadsto \text{όπως το } (\beta)$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ₁ > Ο δίσκος ισορροπεί, άρα
έχουμε τις παρακάτω
συνθήκες ισορροπίας:

$$\Sigma \tau_{\text{ισ}} = 0, \Sigma F_x = 0, \Sigma F_y = 0$$

$$\Sigma \tau_{\text{ισ}} = 0 \Rightarrow T \cdot R - T_s R = 0 \Rightarrow$$

$$T = T_s \quad (1)$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_x + T_s - W_x = 0 \Rightarrow$$

$$T \cos \theta + T_s = mg \sin \theta \Rightarrow$$

$$T \cos \theta + T = mg \sin \theta \Rightarrow$$

$$T(\cos \theta + 1) = mg \sin \theta \Rightarrow$$

$$T = \frac{mg \sin \theta}{1 + \cos \theta} \Rightarrow T = \frac{210 \cdot 0,8}{1,6} = \frac{16}{1,6} \Rightarrow$$

$$\boxed{T = 10 \text{ N}}$$

Γ₂ > Κίνηση χωρίς ολίσθηση:

$$a_{\text{cm}} = a_{\text{γων}} \cdot r \Rightarrow a_{\text{γων}} = \frac{a_{\text{cm}}}{r} =$$

$$= \frac{\frac{16}{3}}{0,1} = \frac{16}{0,3} \Rightarrow \boxed{a_{\text{γων}} = \frac{160}{3} \text{ m/s}^2}$$

Γ₃ > Από το τρίγωνο ΑΛΖ:

$$\sin \theta = \frac{h}{d} \Rightarrow d = \frac{h}{\sin \theta} \quad (2)$$

$a_{\text{cm}} = 0 \Rightarrow$ η μεταφορική κίνηση των cm είναι ε.ο.φ.π.κ $\Rightarrow$

$$\left. \begin{aligned} v_{\text{cm}} &= a_{\text{cm}} t \\ v_{\text{cm}} &= \omega \cdot r \end{aligned} \right\} \Rightarrow \omega r = a_{\text{cm}} t \Rightarrow t = \frac{\omega r}{a_{\text{cm}}} = \frac{40 \cdot 0,1}{\frac{160}{3}} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \Rightarrow$$

$$t = \frac{3}{4} \text{ sec}$$

$$d = \frac{1}{2} a_{\text{cm}} t^2 \Rightarrow d = \frac{1}{2} \cdot \frac{160}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{1}{2} \cdot 3 \Rightarrow d = \frac{3}{2} \text{ m} \xrightarrow{\frac{h}{\sin \theta}} \frac{h}{\sin \theta} = \frac{3}{2} \Rightarrow$$

$$h = \frac{3}{2} \cdot 0,8 = \frac{2,4}{2} \Rightarrow \boxed{h = 1,2 \text{ m}}$$

