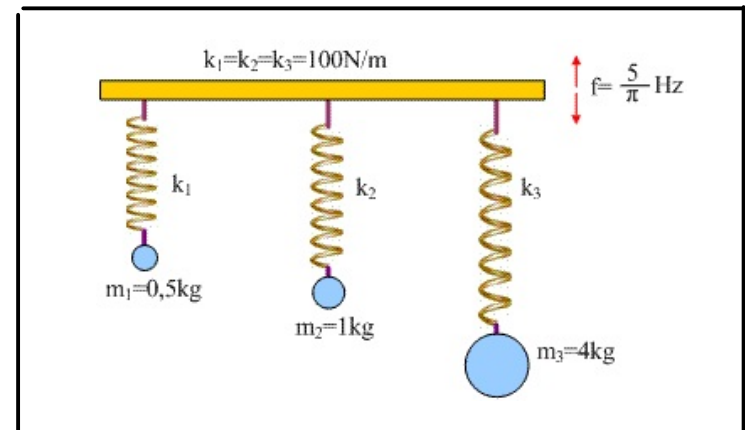
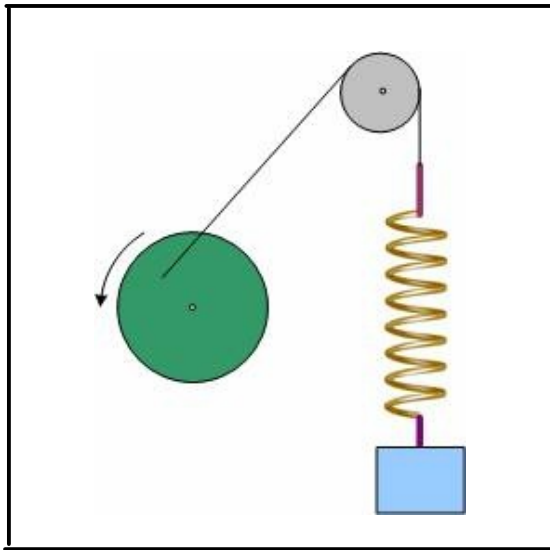


ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ- ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ -ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ

ΘΕΜΑΤΑ Β



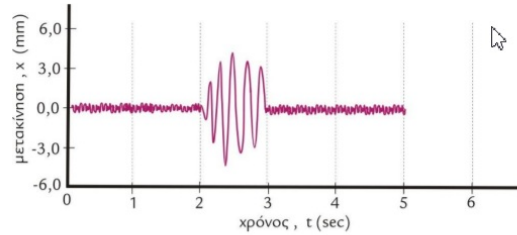
ΠΗΓΗ:

http://www.study4exams.gr/physics_k/course/view.php?id=47

ΘΕΜΑΤΑ ΣΤΙΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ (ΦΘΙΝΟΥΣΕΣ-ΕΞΑΝΑΓΚΑΣΜΕΝΕΣ -ΣΥΝΘΕΣΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΩΝ)

-1-

1. Στο παρακάτω διάγραμμα δείχνεται το πλάτος ταλάντωσης της ακίδας ενός σειсмоγράφου σε συνάρτηση με τον χρόνο (σεισμογράφημα), όπως αυτό καταγράφηκε σε μια σεισμογενή περιοχή.



Η ιδιοσυχνότητα ταλάντωσης ενός ψηλού κτιρίου μάζας $M=16 \cdot 10^8 \text{ kg}$ προσεγγίζεται με την ίδια μαθηματική σχέση που δίνει την ιδιοσυχνότητα ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή. Οι μηχανικοί που θα κατασκευάσουν το κτίριο στην παραπάνω σεισμογενή περιοχή πρέπει να χρησιμοποιήσουν τα υλικά με τρόπο που η σταθερά D επαναφοράς της ταλάντωσης του εξαιτίας ενός παρόμοιου σεισμού να βρίσκεται στην περιοχή τιμών ($\pi^2 = 10$)

- α. $15 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}} - 19 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.
 β. $13 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}} - 17 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.
 γ. $2 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}} - 6 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

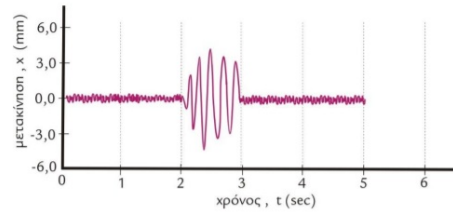
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

Η σωστή επιλογή είναι το (γ).



Από τη γραφική παράσταση προκύπτει ότι στο χρονικό διάστημα από $t_1 = 2 \text{ s}$ έως $t_2 = 3 \text{ s}$ πραγματοποιήθηκαν 5 πλήρεις ταλαντώσεις. Άρα, η συχνότητα των ταλαντώσεων που προκαλεί ο σεισμός (συχνότητα διεγέρτη) είναι

$$f_{\text{δηγ.}} = \frac{N}{\Delta t} = \frac{5 \text{ επαναλήψεις}}{1 \text{ s}} \Rightarrow f_{\text{δηγ.}} = 5 \text{ Hz}.$$

Η ιδιοσυχνότητα ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από τη σχέση: $f_o = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{M}}$.

Λύνοντας την προηγούμενη σχέση ως προς D και αντικαθιστώντας το f_o με $f_{\text{δηγ.}} = 5 \text{ Hz}$, θα βρούμε εκείνη τη σταθερά επαναφοράς που δεν πρέπει να έχει το κτίριο, καθώς στην περίπτωση αυτή το κτίριο θα βρεθεί σε συντονισμό και κινδυνεύει να καταρρεύσει.

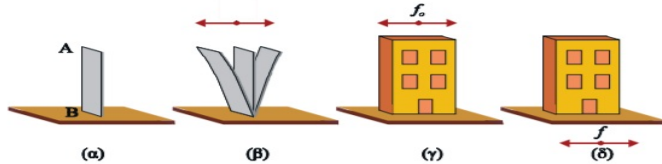
Η αντικατάσταση δίνει:

$$D = 4\pi^2 M \cdot f_o^2 = 4 \cdot 10 \cdot (16 \cdot 10^8 \text{ kg}) \cdot (5 \text{ Hz})^2 \Rightarrow D = 16 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

Όταν η τιμή της σταθεράς επαναφοράς του κτιρίου απομακρύνεται από την τιμή $D = 16 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, απομακρύνεται και η ιδιοσυχνότητα του κτιρίου από την συχνότητα του διεγέρτη, μειώνοντας έτσι το πλάτος ταλάντωσης του κτιρίου στον σεισμό. Θα επιλέξουμε την πρόταση που έχει τιμές πολύ μακρύτερα από την $D = 16 \cdot 10^8 \frac{\text{N}}{\text{m}}$.

Άρα σωστή είναι η πρόταση (γ).

Στη διάρκεια ενός σεισμού, το έδαφος πάλλεται με συχνότητα f (βλ. 1.318) και τα κτίρια εξαναγκάζονται να εκτελέσουν ταλάντωση. Αν η συχνότητα f με την οποία πάλλεται το έδαφος (διεγέρτης) είναι ίση με την ιδιοσυχνότητα f_0 του κτιρίου, το πλάτος της ταλάντωσης του κτιρίου θα γίνει μεγάλο, γεγονός που μπορεί να οδηγήσει στην κατάρρευσή του.



Το κτίριο συμπεριφέρεται όπως το μεταλλικό έλασμα. Όταν ταλαντώνεται το έδαφος (σεισμός) το κτίριο κάνει εξαναγκασμένη ταλάντωση.
Σχήμα 1-31.

2. Ένα σωματίδιο εκτελεί μια ιδιόμορφη ταλάντωση που προκύπτει από την επαλληλία δύο α-πλών αρμονικών ταλαντώσεων που έχουν ίδια διεύθυνση, ίδια θέση ισορροπίας, ίσα πλάτη και παραπλήσιες συχνότητες f_1 και f_2 αντίστοιχα, με $f_1 < f_2$.
Η συχνότητα διέλευσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του είναι f_a , ενώ η συχνότητα μηδενισμού του πλάτους του είναι $f_a/50$.

Αν μειώσουμε κατά Δf τη συχνότητα f_2 παρατηρούμε ότι το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν αυξήσουμε κατά Δf τη συχνότητα f_2 , τότε η συχνότητα διέλευσης του σωματιδίου από τη θέση ισορροπίας του γίνεται

α. $1,04f_a$.

β. $1,02f_a$.

γ. $0,96f_a$.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 5)

ΛΥΣΗ:

Η σωστή επιλογή είναι το (β).

Έχουμε σύνθεση ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες, άρα η σύνθετη ταλάντωση έχει συχνότητα $\bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2}$ και το πλάτος της μηδενίζεται με συχνότητα (συχνότητα διακροτήματος)

$$f_\delta = f_2 - f_1.$$

Ένα υλικό σημείο που ταλαντώνεται διέρχεται 2 φορές από τη θέση ισορροπίας του, άρα η συχνότητα διέλευσής του από τη θέση ισορροπίας θα είναι:

$$f_a = 2\bar{f} \Rightarrow f_a = f_1 + f_2 \quad (1)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση, η συχνότητα μηδενισμού του πλάτους είναι $\frac{f_a}{50}$, άρα μπορούμε να

$$\text{γράψουμε: } f_\delta = \frac{f_a}{50} \Rightarrow f_2 - f_1 = \frac{f_a}{50} \quad (2)$$

$$\text{Η λύση του συστήματος των (1) και (2) δίνει: } f_2 = \frac{51}{100}f_a \text{ και } f_1 = \frac{49}{100}f_a$$

Η μείωση της συχνότητας f_2 κατά Δf οδηγεί σε απλή αρμονική ταλάντωση, αυτό σημαίνει ότι οι δύο ταλαντώσεις θα έχουν την ίδια συχνότητα, άρα $f_2 - \Delta f = f_1 \Rightarrow f_2 - f_1 = \Delta f \Rightarrow \Delta f = \frac{1}{100}f_a$

$$\text{Η αύξηση της } f_2 \text{ κατά } \Delta f = \frac{f_a}{50} \text{ οδηγεί σε } f'_2 = f_2 + \Delta f = \frac{51f_a}{100} + \frac{2f_a}{100} \Rightarrow f'_2 = \frac{53f_a}{100}.$$

Η νέα συχνότητα ταλαντώσεων θα γίνει $\bar{f}' = \frac{f_1 + f'_2}{2}$ και έτσι η νέα συχνότητα διελεύσεων από την θέση ισορροπίας θα είναι

$$f'_a = f_1 + f'_2 = \frac{49f_a}{100} + \frac{53f_a}{100} = \frac{102f_a}{100} \Rightarrow f'_a = f_a + \frac{2}{100}f_a \text{ ή } f'_a = 1,02f_a$$

Άρα, σωστή είναι η πρόταση η (β).

3. Ένα σώμα μάζας m είναι προσδεμένο στο κάτω άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το πάνω άκρο είναι στερεωμένο σε οροφή. Μετατοπίζουμε κατακόρυφα το σώμα από τη θέση ισορροπίας του μέχρι τη θέση που το ελατήριο αποκτά το φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με τη δύναμη που αντιτίθεται στην κίνησή του να είναι της μορφής $F_{\text{αντ}} = -bv$.

Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος τη στιγμή που διέρχεται από την αρχική θέση ισορροπίας του για πρώτη φορά,

α) μειώνεται με ρυθμό $\frac{bv}{m}$.

β) αυξάνεται με ρυθμό $\frac{bv}{m}$.

γ) παίρνει την μέγιστη τιμή του.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

ΛΥΣΗ:

Κατά την κάθοδο του σώματος από τη θέση φυσικού μήκους (Θ.Φ.Μ.) έως την αρχική θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

Το βάρος, η δύναμη του ελατηρίου και η δύναμη απόσβεσης, $F_{\text{αντ}}$. Η συνισταμένη του βάρους και της δύναμης του ελατηρίου παίζουν τον ρόλο της δύναμης επαναφοράς, $F_{\text{επ}}$.

Όταν το σώμα διέρχεται από την αρχική

θέση ισορροπίας του η $F_{\text{επ}}$ είναι ίση με μηδέν, οπότε η μόνη δύναμη που ασκείται στο σώμα είναι η $F_{\text{αντ}}$, που έχει φορά αντίθετη της ταχύτητας.

Άρα, όταν το σώμα διέρχεται από την θέση ισορροπίας του εκτελεί επιβραδυνόμενη κίνηση και το μέτρο της ταχύτητας μειώνεται με ρυθμό που είναι ίσος με

$$\left| \frac{dv}{dt} \right| = |a| = \frac{|\Sigma F|}{m} = \frac{|F_{\text{αντ}}|}{m} \Rightarrow \left| \frac{dv}{dt} \right| = \frac{bv}{m}.$$

Άρα σωστή είναι η (α).

4. Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που εξελίσσονται πάνω στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις

$$x_1 = A \eta \mu \omega t, \quad x_2 = A \eta \mu \left(\omega t + \frac{2\pi}{3} \right).$$

Η μέγιστη ταχύτητα του σώματος είναι

$$\alpha. v_{\text{max}} = \omega A.$$

$$\beta. v_{\text{max}} = 2\omega A.$$

$$\gamma. v_{\text{max}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \omega A.$$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ΛΥΣΗ:

Το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης δύο αρμονικών ταλαντώσεων με ίδιες συχνότητες βρίσκεται

$$\text{από τη σχέση } A' = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\varphi}$$

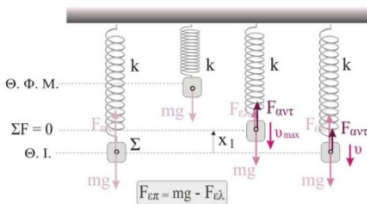
$$\text{Στην περίπτωση μας έχουμε } A_1 = A_2 = A \text{ και } \cos\varphi = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}$$

Με αντικατάσταση προκύπτει:

$$A' = \sqrt{A^2 + A^2 + 2A^2\cos\left(-\frac{1}{2}\right)} = \sqrt{A^2 + A^2 + 2A^2\left(-\frac{1}{2}\right)} = A$$

Άρα, η μέγιστη ταχύτητα της σύνθετης ταλάντωσης είναι $v_{\text{max}} = \omega \cdot A' = \omega \cdot A$

Άρα σωστή είναι η πρόταση (α).



5. Ένα σώμα δεμένο στην ελεύθερη άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση αρχικής ενέργειας 0,5J και αρχικού πλάτους A_0 , στην οποία η αντιτιθέμενη δύναμη είναι της μορφής $F' = -bv$. Αν η θερμότητα που εκλύεται από τη χρονική στιγμή $t=0$ μέχρι τη χρονική στιγμή t_1 είναι $Q = 0,42 \text{ J}$, τότε το πλάτος της ταλάντωσης, A_1 , τη χρονική στιγμή t_1 είναι

α. $A_1 = 0,5A_0$

β. $A_1 = 0,4 A_0$

γ. $A_1 = 0,3A_0$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ:

$$E_0 = \frac{1}{2} k A_0^2 = 0,5 \text{ J}, (1)$$

$$E_1 = E_0 - Q = 0,08 \text{ J} \Rightarrow E_1 = \frac{1}{2} k A_1^2 = 0,08 \text{ J}, (2)$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (1), (2) κατά μέλη παίρνουμε:

$$\frac{E_1}{E_0} = \frac{\frac{1}{2} k A_1^2}{\frac{1}{2} k A_0^2} \Rightarrow \frac{0,08}{0,5} = \frac{A_1^2}{A_0^2} \Rightarrow \frac{8}{50} = \frac{A_1^2}{A_0^2} \Rightarrow \frac{16}{100} = \frac{A_1^2}{A_0^2} \Rightarrow A_1 = 0,4 A_0.$$

6. Ένα σύστημα μάζας ελατηρίου εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση και βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού. Αντικαθιστούμε το ελατήριο με άλλο σκληρότερο, χωρίς να μεταβάλουμε κάποιο άλλο στοιχείο στο σύστημα. Αυτό έχει ως συνέπεια, η συχνότητα ταλάντωσης να

α. παραμένει σταθερή και το πλάτος ταλάντωσης να μικρύνει.

β. αυξηθεί και το πλάτος ταλάντωσης να μικρύνει.

γ. αυξηθεί και το πλάτος ταλάντωσης να παραμένει σταθερό.

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ:

Η ιδιοσυχνότητα f_0 του ταλαντωτή είναι $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$.

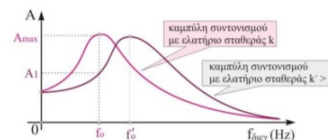
Το σύστημα βρίσκεται σε συντονισμό, άρα ο διεγέρτης βρίσκεται σε συχνότητα f_0 και το πλάτος ταλάντωσης είναι $A_{\max}$.

Αν το ελατήριο αντικατασταθεί με ένα σκληρότερο σταθεράς $k' > k$, η νέα ιδιοσυχνότητα γίνεται

$$f'_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k'}{m}},$$

Είναι $f'_0 > f_0$,

επομένως το μέγιστο της καμπύλης συντονισμού μετατοπίζεται δεξιότερα. Ο διεγέρτης βρίσκεται στη συχνότητα f_0 , άρα το πλάτος ταλάντωσης από $A_{\max}$ γίνεται $A_1 < A_{\max}$ (δες σχήμα).



7. Ένα σώμα εκτελεί ταλάντωση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας με εξισώσεις:

$$x_1 = 4\eta\mu 10t \text{ (SI)} \text{ και } x_2 = 4\eta\mu(10t + 2\pi/3) \text{ (SI)}.$$

Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του μηδενίζεται για πρώτη φορά τη χρονική στιγμή

α. $\pi/15 \text{ s}$

β. $2\pi/15 \text{ s}$

γ. $\pi/5 \text{ s}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ:

Οι δύο ταλαντώσεις έχουν ίδια συχνότητα και διαφορά φάσης $\Delta\varphi=2\pi/3$ rad.

Η εξίσωση απομάκρυνσης της σύνθετης ταλάντωσης είναι

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \theta) \quad , \quad (1)$$

όπου το πλάτος A της ταλάντωσης είναι

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = \sqrt{(4\text{m})^2 + (4\text{m})^2 + 2 \cdot 4\text{m} \cdot 4\text{m} \cdot \cos\frac{2\pi}{3}} \Rightarrow A = 4\text{m}$$

Η γωνία θ δίνεται από τη σχέση

$$\cos\theta = \frac{A_2\eta\mu\Delta\varphi}{A_1 + A_2\cos\Delta\varphi} = \frac{4\text{m} \cdot \eta\mu\frac{2\pi}{3}}{4\text{m} + 4\text{m} \cdot \cos\frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$$

Αντικαθιστώντας στη σχέση (1) παίρνουμε:

$$x = 4 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{3}\right), \text{ (SI.)}$$

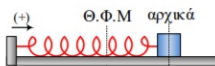
Όταν η απομάκρυνση μηδενίζεται έχουμε

$$0 = 4 \cdot \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{3}\right) = \eta\mu 0^\circ \Rightarrow 10t + \frac{\pi}{3} = \kappa\pi$$

Για 1^η φορά ($\kappa=1$) η παραπάνω εξίσωση δίνει:

$$10t + \frac{\pi}{3} = \pi \Rightarrow t = \frac{\pi}{15} \text{ s}$$

8. Στο οριζόντιο ελατήριο του σχήματος, σταθεράς $k=200\text{N/m}$, έχουμε δέσει στο ελεύθερο άκρο του σώμα Σ μάζας $m=2\text{kg}$. Απομακρύνουμε το σώμα κατά $A=0,3\text{m}$ από τη Θ.Ι. και την χρονική στιγμή $t_0=0$ το αφήνουμε ελεύθερο να εκτελέσει ταλάντωση. Στο σώμα εκτός της δύναμης επαναφοράς δρα και δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{\text{αντ}} = -bv$. Κάποια μεταγενέστερη χρονική στιγμή t_1 το σώμα περνά από την θέση $x = 0$ έχοντας ταχύτητα $u=2\text{m/s}$. Το έργο της δύναμης αντίστασης στο χρονικό διάστημα 0 έως t_1 είναι ίσο με



α. -4 J

β. -5 J

γ. -9 J

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 4)

ΛΥΣΗ:

Το έργο της δύναμης αντίστασης είναι ίσο με τη μείωση της ενέργειας ταλάντωσης του συστήματος.

Η αρχική ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E_0 = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2} 200 \cdot 0,3^2 \text{ J} \Rightarrow E_0 = 9 \text{ J}$$

Την χρονική στιγμή t_1 η ενέργεια του συστήματος είναι:

$$E = K + U = \frac{1}{2} mv^2 + 0 \Rightarrow E = \frac{1}{2} 2 \cdot 2^2 \text{ J} \Rightarrow E = 4 \text{ J}$$

Άρα, το έργο της δύναμης αντίστασης είναι:

$$W_{\text{Fαντ}} = E_{\text{αν}} = E_1 - E_0 \quad \text{ή} \quad W_{\text{Fαντ}} = 4\text{J} - 9\text{J} \Rightarrow W_{\text{Fαντ}} = -5\text{J} .$$

9. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που γίνονται πάνω στην ίδια ευθεία, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και οι απομακρύνσεις των οποίων από τη θέση ισορροπίας τους περιγράφονται από τις σχέσεις:

$$x_1 = 4 \cdot \eta\mu 10t \text{ (cm)} \quad \text{και} \quad x_2 = 3 \cdot \eta\mu(10t + \pi) \text{ (cm)}$$

Κάποια χρονική στιγμή, η απομάκρυνση λόγω της πρώτης ταλάντωσης είναι $x_1 = 3$ cm. Την ίδια χρονική στιγμή η απομάκρυνση της σύνθετης ταλάντωσης είναι

α. $x = 1$ cm

β. $x = 0,75$ cm

γ. $x = -2,25$ cm

ΛΥΣΗ:

Σύμφωνα με την αρχή της επαλληλίας ισχύει

$$x = x_1 + x_2 \quad (1)$$

Επειδή $\eta\mu(10t + \pi) = -\eta\mu(10t)$ η σχέση (1) δίνει:

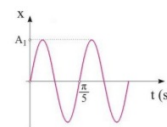
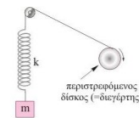
$$x = 4\eta\mu 10t \text{ (cm)} - 3\eta\mu 10t \text{ (cm)} \quad \text{ή} \quad x = 1\eta\mu(10t) \text{ (cm)}. \quad (2)$$

Σύμφωνα με την εκφώνηση τη χρονική στιγμή που μας ενδιαφέρει, $x_1 = 3\text{cm}$, άρα

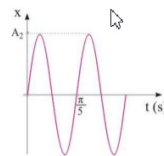
$$3 = 4\eta\mu 10t \Rightarrow \eta\mu 10t = \frac{3}{4}$$

Με αντικατάσταση στη σχέση (2) προκύπτει: $x = 0,75 \text{ cm}$.

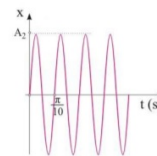
11. Ένα σύστημα μάζας - ελατηρίου ($m = 1\text{kg}$, $k = 400\text{N/m}$) εκτελεί κατακόρυφη εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη βοήθεια ενός περιστρεφόμενου δίσκου (διεγέρτη). Το διάγραμμα απομάκρυνσης - χρόνου δείχνεται στο διπλανό σχήμα.



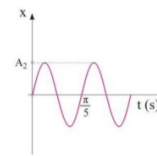
Αντικαθιστούμε το σώμα με άλλο τετραπλάσιας μάζας και θέτουμε το σύστημα σε νέα εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς να μεταβάλλουμε τη συχνότητα του διεγέρτη. Θεωρούμε ότι στις δύο καμπύλες συντονισμού τα μέγιστα πλάτη έχουν την ίδια τιμή. Το διάγραμμα απομάκρυνσης χρόνου για τη νέα ταλάντωση μπορεί να είναι το



(I)



(II)



(III)

α. (I)

β. (II)

γ. (III)

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

ΛΥΣΗ:

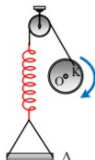
Σωστή απάντηση είναι η (α).

Μια εξαναγκασμένη ταλάντωση έχει συχνότητα ίση με την συχνότητα του διεγέρτη. Επειδή η συχνότητα του διεγέρτη παρέμεινε σταθερή, η σωστή απάντηση θα έχει περίοδο ταλάντωσης ίση με την αρχική, $\frac{\pi}{5} \text{ s}$. Άρα σωστό μπορεί να είναι το διάγραμμα (I) ή (III).

Η ιδιοπερίοδος του ταλαντούμενου συστήματος είναι αρχικά

$$T_{01} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{1\text{kg}}{400\text{N/m}}} \Rightarrow T_{01} = \frac{\pi}{10} \text{ s} \quad \text{ή} \quad f_{01} = \frac{10}{\pi} \text{ Hz}$$

10. Στο διπλανό σχήμα δείχνεται μια διάταξη δημιουργίας εξαναγκασμένων ταλαντώσεων. Το ελατήριο έχει σταθερά $k = 200 \text{ N/m}$ και η μάζα του δίσκου Δ είναι $M = 1,2 \text{ kg}$. Στο δίσκο εκτός της δύναμης επαναφοράς δρα μία δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{\text{αντ}} = -bv$ και από το διεγέρτη μια περιοδική δύναμη που περιγράφεται από τη σχέση $F_{\delta} = F_{\text{max}}\sin 10t$ (S.I.). Θεωρήστε ότι το b είναι πολύ μικρό. Για να μεταφέρεται η ενέργεια από το δίσκο στο ταλαντούμενο σύστημα με το βέλτιστο τρόπο πρέπει στο δίσκο να προστεθεί μάζα ίση με



α. $m_1 = 0,8 \text{ kg}$

β. $m_2 = 1,2 \text{ kg}$

γ. $m_3 = 2 \text{ kg}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

ΛΥΣΗ:

Σωστή απάντηση είναι η α.

Για να μεταφέρεται η ενέργεια από το δίσκο στο ταλαντούμενο σύστημα με το βέλτιστο τρόπο πρέπει το σύστημα να βρεθεί σε συντονισμό. Άρα:

$$f_{\delta} = f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_{\text{ολ}}}} \Rightarrow \frac{\omega_{\delta}}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m_{\text{ολ}}}} \Rightarrow \omega_{\delta}^2 = \frac{k}{m_{\text{ολ}}} \Rightarrow m_{\text{ολ}} = \frac{k}{\omega_{\delta}^2} = \frac{200}{100} \text{ kg} \Rightarrow m_{\text{ολ}} = 2 \text{ kg}$$

$$M + m = 2 \text{ kg} \Rightarrow m = 0,8 \text{ kg}.$$

Το σύστημα αρχικά ταλαντώνεται σε συχνότητα $f_1 = \frac{5}{\pi}$ Hz που είναι μικρότερη από την

ιδιοσυχνότητά του $f_{01} = \frac{10}{\pi}$ Hz.

Αντικαθιστώντας το σώμα με άλλο τετραπλάσιας μάζας, η ιδιοπερίοδός του γίνεται

$T_{02} = 2\pi\sqrt{\frac{4m}{k}} = \frac{\pi}{5}$ s, που συμπίπτει με την περίοδο του διεγέρτη. Άρα το σύστημα

βρίσκεται σε συντονισμό και το πλάτος του μεγιστοποιείται με συνέπεια $A_2 > A_1$.

12. Ένα σώμα μάζας m είναι προσδεμένο σε ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Η συχνότητα του διεγέρτη είναι $f = f_0$, όπου f_0 η ιδιοσυχνότητα του συστήματος. Αντικαθιστούμε τη μάζα m του σώματος με άλλη εννιάπλάσια και διατηρούμε τη συχνότητα του διεγέρτη σταθερή. Η παραπάνω μεταβολή προκαλεί

α) τριπλασιασμό της ιδιοσυχνότητας και αύξηση του πλάτους ταλάντωσης του συστήματος.

β) υποτριπλασιασμό της ιδιοσυχνότητας και μείωση του πλάτους ταλάντωσης του συστήματος.

γ) υποτριπλασιασμό της συχνότητας ταλάντωσης του συστήματος.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΛΥΣΗ:

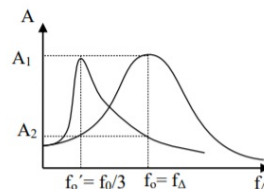
Σωστή απάντηση είναι η (β).

Η ιδιοσυχνότητα του συστήματος δίνεται από τη σχέση $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$.

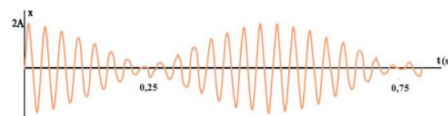
Αν αντικαταστήσουμε τη μάζα m του σώματος με άλλη εννιάπλάσια, $m' = 9m$, η νέα ιδιοσυχνότητα θα είναι

$$f_0' = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{m'}{k}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{9m}{k}}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad \text{ή} \quad f_0' = \frac{1}{3}f_0$$

Εφόσον αρχικά η συχνότητα του διεγέρτη ήταν ίση με την ιδιοσυχνότητα του συστήματος είχαμε το φαινόμενο του συντονισμού και το πλάτος ήταν μέγιστο, A_1 . Με την αλλαγή της ιδιοσυχνότητας παύει η συχνότητα του διεγέρτη να ισούται με τη νέα ιδιοσυχνότητα, με συνέπεια να παύει το φαινόμενο του συντονισμού, οπότε το πλάτος ταλάντωσης ελαττώνεται και γίνεται $A_2 < A_1$, όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



13. Από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, που οι συχνότητές τους f_1 και f_2 ($f_2 > f_1$) διαφέρουν πολύ λίγο, προκύπτει η περιοδική κίνηση του σχήματος.



Αν η συχνότητα f_1 ισούται με 19 Hz, η συχνότητα της περιοδικής κίνησης ισούται με

α) 21 Hz

β) 20 Hz

γ) 2 Hz

Μονάδες 2

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 7

ΛΥΣΗ:

Η σωστή απάντηση είναι το Β.

Από το σχήμα υπολογίζουμε την περίοδο των διακροτημάτων.

$$T_8 = 0,75s - 0,25s \Rightarrow T_8 = 0,5s$$

Επομένως, η συχνότητα των διακροτημάτων είναι: $f_8 = \frac{1}{T_8} \Rightarrow f_8 = 2 \text{ Hz}$

Για τη συχνότητα των διακροτημάτων ισχύει: $f_8 = |f_2 - f_1|$ και $f_2 > f_1$, άρα

$$f_2 - f_1 = 2\text{Hz} \Rightarrow f_2 - 19\text{Hz} = 2\text{Hz} \Rightarrow f_2 = 21\text{Hz}$$

Η γωνιακή συχνότητα της ισούται με τη μέση τιμή των ω_1, ω_2 υπολογίζεται ως εξής:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \Rightarrow 2\pi \bar{f} = \frac{2\pi f_1 + 2\pi f_2}{2} \Rightarrow \bar{f} = \frac{f_1 + f_2}{2} \Rightarrow \bar{f} = 20 \text{ Hz}$$

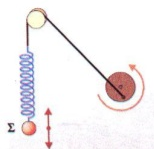
14. Το σώμα μάζας m του σχήματος εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μέσα σε δοχείο που περιέχει αέρα υπό πίεση, από τον οποίο δέχεται δύναμη της μορφής $F' = -bv$ με $b = \text{σταθ}$. Αν αυξηθεί η πίεση του αέρα στο δοχείο, με αποτέλεσμα να υπάρξει μια μικρή αύξηση της σταθεράς b , το σώμα θα εκτελέσει:

α) φθίνουσα ταλάντωση.

β) αμείωτη ταλάντωση μικρότερου πλάτους.

γ) απεριοδική κίνηση.

Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.



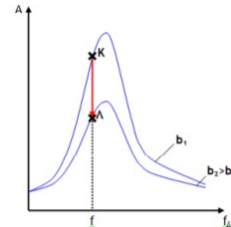
ΛΥΣΗ:

Η σωστή απάντηση είναι το Β.

Η εξάρτηση του πλάτους μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης από τη συχνότητα f του διεγέρτη, καθώς και από τη σταθερά απόσβεσης b , φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:

Αν αυξηθεί η πίεση του αέρα στο δοχείο, αυξάνεται η σταθερά απόσβεσης b . Για μια συγκεκριμένη συχνότητα f , το σύστημα μεταβαίνει από την κατάσταση K του σχήματος, στην κατάσταση Λ . Επομένως, θα μειωθεί το πλάτος της ταλάντωσης, σε σχέση με το

προηγούμενο. Όμως το νέο πλάτος ταλάντωσης θα παραμείνει σταθερό σε σχέση με το χρόνο, διότι η ταλάντωση είναι εξαναγκασμένη. (βλ. σελ. 23 του Σχολικού Βιβλίου)



15. Ένα σώμα εκτελεί κίνηση που προέρχεται από τη σύνθεση δύο απλών αρμονικών ταλαντώσεων που περιγράφονται από τις εξισώσεις: $x_1 = 0,01\eta\mu 100\pi t$ και $x_2 = 0,01\eta\mu 102\pi t$ (SI). Οι δύο ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Η εξίσωση της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα δίνεται από τη σχέση

α) $x = 0,02\sigma\upsilon\nu(\pi t)\eta\mu 101\pi t$ (SI)

β) $x = 0,02\sigma\upsilon\nu 2\pi\eta\mu 101\pi t$ (SI)

γ) $x = 0,02\eta\mu 101\pi t$ (SI)

ΛΥΣΗ:

Η σωστή απάντηση είναι η α.

Οι δύο ταλαντώσεις είναι της μορφής $x_1 = A\eta\mu\omega_1 t$ και $x_2 = A\eta\mu\omega_2 t$, με $\omega_1 = 100\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$, $\omega_2 = 102\pi \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ και $A = 0,01 \text{ m}$. Η απομάκρυνση του σώματος λόγω της σύνθεσης αυτών των ταλαντώσεων δίνεται από τον τύπο:

$$x = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

Με αντικατάσταση έχουμε:

$$x = 2A\sigma\upsilon\nu\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \eta\mu\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \Rightarrow x = 0,02\sigma\upsilon\nu\pi t \cdot \eta\mu 101\pi t \quad (\text{SI})$$

(βλ. σελ. 27 του Σχολικού Βιβλίου)