

ΘΕΜΑΤΑ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΣΤΟ ΣΤΕΡΕΟ ΓΙΑ ΤΗΝ ΥΛΗ ΤΟΥ 2022-23

1. ΘΕΜΑΤΑ Α

1. Η μονάδα μέτρησης της στροφορμής είναι

- α. $1 \text{ kg m}^2/\text{s}$. β. 1 kgm/s^2 . γ. 1 kg m^2 . δ. 1 kg m/s .

2. Για να ισορροπεί ένα αρχικά ακίνητο στερεό σώμα στο οποίο ασκούνται πολλές ομοεπίπεδες δυνάμεις, θα πρέπει :

- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ασκούνται στο σώμα να είναι μηδέν
β. το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων να είναι μηδέν
δ. η συνισταμένη των δυνάμεων να είναι μηδέν και το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων διάφορο του μηδενός.

3. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος ...

- α. όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
β. κάθε σημείο του σώματος κινείται με γραμμική ταχύτητα $v = \omega r$ (ω η γωνιακή ταχύτητα, r η απόσταση του σημείου από τον άξονα περιστροφής).
γ. κάθε σημείο του σώματος έχει γωνιακή ταχύτητα $\omega = v_{\text{cm}}/R$ (v_{cm} η ταχύτητα του κέντρου μάζας, R η απόσταση του σημείου από το κέντρο μάζας).
δ. η διεύθυνση του διανύσματος της γωνιακής ταχύτητας μεταβάλλεται.

4. Εάν η στροφορμή ενός σώματος που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή πάνω στο σώμα

- α. είναι ίση με το μηδέν.
β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
γ. αυξάνεται με το χρόνο.
δ. μειώνεται με το χρόνο.

5. Τροχός ακτίνας R κυλίζει χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Αν v_{cm} η ταχύτητα του τροχού λόγω μεταφορικής κίνησης, τότε η ταχύτητα των σημείων της περιφέρειας του τροχού που απέχουν από το έδαφος απόσταση ίση με R , έχει μέτρο:

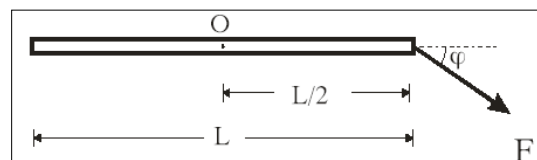
- α. v_{cm} . β. $2v_{\text{cm}}$. γ. 0 . δ. $v_{\text{cm}}\sqrt{2}$

6. Η περίοδος περιστροφής της Γης γύρω από τον άξονά της είναι σταθερή.

Αυτό οφείλεται στο ότι η ελκτική δύναμη που δέχεται η Γη από τον Ήλιο

- α. δημιουργεί σταθερή ροπή ως προς τον άξονά της.
β. δημιουργεί μηδενική ροπή ως προς τον άξονά της.
γ. έχει τη διεύθυνση της εφαπτομένης σε ένα σημείο του Ισημερινού της Γης.
δ. έχει τέτοιο μέτρο που δεν επηρεάζει την περιστροφή της Γης.

7. Η ράβδος του σχήματος έχει μήκος L και μπορεί να στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το μέσο της O και είναι κάθετος σε αυτή. Η ροπή της δύναμης F ως προς το σημείο O έχει μέτρο



α. 0 . β. $F \frac{L}{2}$ γ. $F \frac{L}{2} \sin \varphi$ δ. $F \frac{L}{2} \eta \mu \varphi$

8. Για να ισορροπεί ένα στερεό σώμα, αρκεί

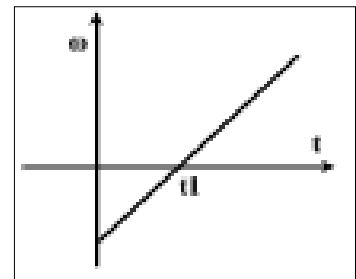
- α. η συνισταμένη των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
- β. η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
- γ. η συνισταμένη των δυνάμεων και η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ενεργούν πάνω του να είναι ίση με μηδέν.
- δ. το έργο του βάρους του να είναι ίσο με μηδέν.

9. Όταν ένα σώμα εκτελεί ομαλή στροφική κίνηση, τότε η γωνιακή του

- α. ταχύτητα αυξάνεται.
- β. ταχύτητα μένει σταθερή.
- γ. επιτάχυνση αυξάνεται.
- δ. επιτάχυνση μειώνεται.

10. Στερεό σώμα στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του. Η γωνιακή ταχύτητα (ω) μεταβάλλεται με το χρόνο (t), όπως στο σχήμα: Η συνισταμένη των ροπών που ασκούνται στο σώμα:

- α. είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1
- β. είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός
- γ. είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
- δ. αυξάνεται με το χρόνο.



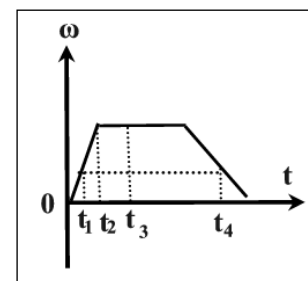
11. Κατά τη στροφική κίνηση ενός στερεού γύρω από σταθερό άξονα

- α. η διεύθυνση του διανύσματος της στροφορμής του στερεού μεταβάλλεται.
- β. όλα τα σημεία του στερεού έχουν την ίδια γραμμική ταχύτητα.
- γ. κάθε σημείο του στερεού έχει γωνιακή ταχύτητα ανάλογη με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.
- δ. κάθε σημείο του στερεού έχει μέτρο γραμμικής ταχύτητας ανάλογο με την απόστασή του από τον άξονα περιστροφής.

12. Ένας δίσκος στρέφεται γύρω από άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Η τιμή της γωνιακής ταχύτητας του δίσκου σε συνάρτηση με τον χρόνο παριστάνεται στο διάγραμμα το ω παρακάτω σχήματος.

Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;

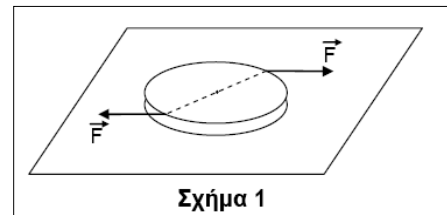
- α. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης αυξάνεται στο χρονικό διάστημα από t_1 έως t_2 .
- β. Το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_1 είναι μικρότερο από το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης τη χρονική στιγμή t_4 .
- γ. Τη χρονική στιγμή t_3 η γωνιακή επιτάχυνση είναι θετική.
- δ. Το διάνυσμα της γωνιακής επιτάχυνσης τη στιγμή t_1 έχει αντίθετη κατεύθυνση από την κατεύθυνση που έχει η γωνιακή επιτάχυνση τη χρονική στιγμή t_4 .



13. Ο ομογενής δίσκος του σχήματος 1 ισορροπεί σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε στον δίσκο ζεύγος δυνάμεων, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

Η κίνηση του δίσκου είναι

- α. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.
- β. μόνο μεταφορική με σταθερή ταχύτητα.
- γ. μόνο στροφική με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση.
- δ. μόνο μεταφορική με σταθερή επιτάχυνση



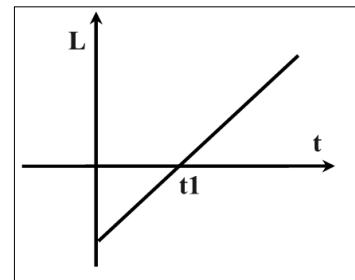
14. Μία από τις μονάδες μέτρησης της στροφορμής των στοιχειωδών σωματιδίων στο διεθνές σύστημα μονάδων (SI) είναι

- α) $J \cdot s^2$
- β) $J \cdot s$
- γ) $kg \cdot m^2 / s^2$
- δ) $kg \cdot m / s^2$.

15. Οριζόντιος δίσκος στρέφεται γύρω από κατακόρυφο σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του και είναι κάθετος σε αυτόν. Η στροφορμή L του δίσκου μεταβάλλεται με το χρόνο, όπως φαίνεται στο σχήμα

Η συνισταμένη των ροπών των δυνάμεων που ασκούνται στο δίσκο

- α) είναι σταθερή και ίση με το μηδέν
- β) είναι μηδέν τη χρονική στιγμή t_1
- γ) αυξάνεται με το χρόνο
- δ) είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.



16. Ένα στερεό σώμα αρχικά παραμένει ακίνητο, χωρίς να του ασκούνται δυνάμεις. Κάποια χρονική στιγμή ασκούμε δύο δυνάμεις F_1 και F_2 στο σώμα. Για να εκτελέσει το σώμα μόνο στροφική κίνηση, οι δυνάμεις αυτές θα πρέπει

- α) να είναι κάθετες μεταξύ τους.
- β) να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και άνισα μέτρα.
- γ) να βρίσκονται στην ίδια ευθεία και να είναι αντίθετες.
- δ) να έχουν μη συνευθειακές παράλληλες διευθύνσεις, αντίθετες φορές και ίσα μέτρα

17. Η γωνιακή επιτάχυνση ενός στερεού σώματος, που εκτελεί ομαλά μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση γύρω από σταθερό άξονα περιστροφής

- α) έχει διεύθυνση κάθετη στον άξονα περιστροφής
- β) έχει κατεύθυνση αντίθετη από την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας
- γ) έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας
- δ) έχει κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση του διανύσματος της αρχικής του γωνιακής ταχύτητας.

ΣΩΣΤΟ Η ΛΑΘΟΣ

1. Το αλγεβρικό άθροισμα των που δρουν σ' ένα στερεό που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του.
2. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, τότε η μεταβολή της ολικής στροφορμής του συστήματος είναι
3. Αν η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, τότε η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται στο σώμα είναι μηδέν.
4. Η στροφορμή ενός στερεού σώματος παραμένει σταθερή, αν το αλγεβρικό άθροισμα ροπών των δυνάμεων που ασκούνται σ' αυτό είναι διάφορο του μηδενός.
5. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν η ολική στροφορμή του συστήματος παραμένει σταθερή.
6. Αν η συνολική εξωτερική ροπή που ασκείται σε ένα σύστημα σωμάτων είναι ίση με μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος μεταβάλλεται.
7. Στη μεταφορική κίνηση ενός σώματος κάθε χρονική στιγμή όλα τα σημεία του έχουν την ίδια ταχύτητα.
8. Όταν ένα σώμα μετακινείται στο χώρο και ταυτόχρονα αλλάζει ο προσανατολισμός του, λέμε ότι κάνει κίνηση.
9. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν.
10. Όταν ο φορέας της δύναμης, η οποία ασκείται σε ένα ελεύθερο στερεό σώμα δεν διέρχεται από το κέντρο μάζας του, τότε το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση.
11. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση.
12. Η Γη έχει στροφορμή λόγω της κίνησής της γύρω από τον Ήλιο.
13. Η μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής στο σύστημα SI είναι το $1 \text{ kg m}^2/\text{s}^2$.
14. Η στροφορμή είναι μονόμετρο μέγεθος.
15. Το κέντρο μάζας ενός σώματος μπορεί να βρίσκεται και έξω από το σώμα.
16. Εάν η συνολική εξωτερική ροπή σε ένα σύστημα σωμάτων είναι μηδέν, η ολική στροφορμή του συστήματος αυξάνεται συνεχώς.
17. Σε στερεό σώμα που εκτελεί στροφική κίνηση και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας αυξάνεται, τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης είναι αντίρροπα
18. Μονάδα μέτρησης του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής είναι και το 1 Nm .
18. Τα υποθετικά στερεά που δεν παραμορφώνονται, όταν τους ασκούνται δυνάμεις, λέγονται μηχανικά στερεά.
19. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου τους.20. Μονάδα μέτρησης στροφορμής στο SI είναι το 1 N.m.s .
20. Σε μια μεταβαλλόμενη στροφική κίνηση στερεού σώματος, τα διανύσματα της γωνιακής επιτάχυνσης και της γωνιακής ταχύτητας έχουν πάντα την ίδια διεύθυνση.
21. Η γη έχει στροφορμή λόγω περιστροφής γύρω από τον άξονά της και λόγω περιφοράς γύρω από τον ήλιο.
22. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που ορίζουν οι δύο δυνάμεις.
23. Κυλινδρικό σώμα κυλίνεται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του σημείου επαφής του κυλίνδρου με το επίπεδο είναι ίση με την ταχύτητα v του κέντρου μάζας του.

24. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο, η στροφορμή των τροχών ως προς τον άξονα περιστροφής είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς την ανατολή.
25. Κατά τη στροφική κίνηση ενός σώματος όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.
26. Η ροπή μιας δύναμης F ως προς άξονα περιστροφής είναι μηδέν, όταν ο φορέας της δύναμης είναι παράλληλος στον άξονα περιστροφής.
27. Η κίνηση ενός τροχού που κυλίνεται είναι αποτέλεσμα της επαλληλίας μιας μεταφορικής και μιας στροφικής κίνησης .
28. Σε ένα ρολόι με δείκτες η γωνιακή επιτάχυνση του λεπτοδείκτη είναι σταθερή και διάφορη του μηδενός.
29. Αν σε ένα αρχικά ακίνητο ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί σταθερή δύναμη της οποίας ο φορέας διέρχεται από το κέντρο μάζας του, το σώμα θα περιστραφεί.
30. Όταν σε ένα αρχικά ακίνητο και ελεύθερο στερεό σώμα ασκηθεί δύναμη που ο φορέας της διέρχεται από το κέντρο μάζας του στερεού, τότε το στερεό σώμα δεν περιστρέφεται.
31. Όταν ένα ποδήλατο κινείται προς το νότο η στροφορμή των τροχών του, ως προς τον άξονα περιστροφής τους, είναι ένα διάνυσμα με κατεύθυνση προς τη δύση.
32. Στη μεταφορική κίνηση ενός στερεού κάθε στιγμή όλα τα σημεία του σώματος έχουν την ίδια ταχύτητα.
33. Η μονάδα μέτρησης της ροπής δύναμης ως προς σημείο ή άξονα είναι το 1 N/m .
34. Η ροπή ζεύγους δυνάμεων είναι ίδια ως προς οποιοδήποτε σημείο του επιπέδου που αυτές ορίζουν.
35. Αν διπλασιάσουμε το μέτρο καθεμιάς από τις δύο δυνάμεις ενός ζεύγους δυνάμεων, χωρίς να αλλάξουμε την απόσταση των φορέων των δυνάμεων, τότε το μέτρο της ροπής του ζεύγους των δυνάμεων τετραπλασιάζεται.
36. Η Γη έχει ιδιοστροφορμή (σπιν) εξαιτίας της περιστροφής της γύρω από τον άξονά της.
37. Τα διανύσματα της γωνιακής ταχύτητας και της γωνιακής επιτάχυνσης έχουν πάντα την ίδια κατεύθυνση

B ΘΕΜΑΤΑ

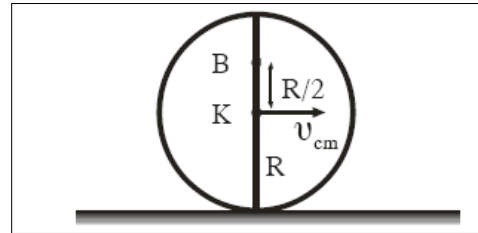
1. Δύο ομογενείς κυκλικοί δακτύλιοι Δ_1 και Δ_2 με ακτίνες R και $2R$, κυλίνουν σε οριζόντιο επίπεδο με σταθερές γωνιακές ταχύτητες 3ω και ω , αντίστοιχα. Ο λόγος των ταχυτήτων των κέντρων μάζας των δακτυλίων Δ_1 και Δ_2 , είναι :

- α. $3/2$, β. $1/2$ γ. 1 .

2. Σε οριζόντιο επίπεδο ο δίσκος του σχήματος με ακτίνα R κυλίνει χωρίς να ολισθαίνει και η ταχύτητα του κέντρου μάζας του K είναι v_{cm} .

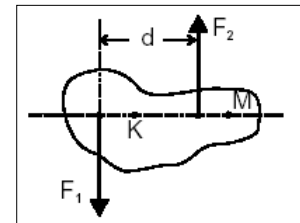
Η ταχύτητα του σημείου που βρίσκεται στη θέση B της κατακόρυφης διαμέτρου και απέχει απόσταση $R/2$ από το K θα είναι

- α) $\frac{3}{2}v_{cm}$. β) $\frac{2}{3}v_{cm}$ γ) $\frac{5}{2} \cdot v_{cm}$



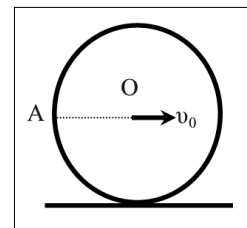
3. Η συνολική ροπή των δύο αντίρροπων δυνάμεων F_1 και F_2 του σχήματος, που έχουν ίδιο μέτρο, είναι

- α. μεγαλύτερη ως προς το σημείο K .
β. μεγαλύτερη ως προς το σημείο M .
γ. ανεξάρτητη του σημείου ως προς το οποίο υπολογίζεται.



42. Ο δίσκος του σχήματος κυλίνει χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Η ταχύτητα του κέντρου του O είναι v_0 . Το σημείο A βρίσκεται στην περιφέρεια του δίσκου και το AO είναι οριζόντιο. Η ταχύτητα του σημείου A έχει μέτρο

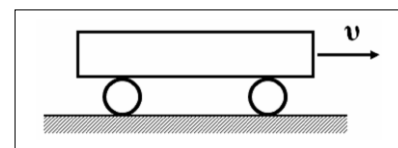
- α. $v_A = 2v_0$, β. $v_A = v_0\sqrt{2}$ γ. $v_A = v_0$



5. Μία δοκός κινείται πάνω σε δύο όμοιους κυλίνδρους, όπως φαίνεται στο σχήμα, χωρίς να ολισθαίνει.

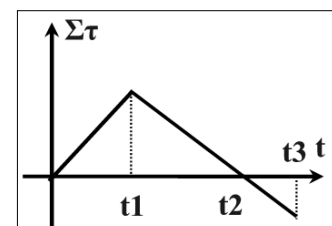
Οι κύλινδροι κυλίνουν στο οριζόντιο δάπεδο χωρίς να ολισθαίνουν. Αν η δοκός μετατοπιστεί κατά 10 cm ο κάθε κύλινδρος θα μετατοπιστεί κατά

- α. 10 cm . β. 5 cm . γ. 20 cm .

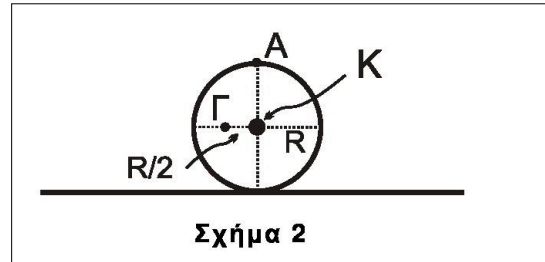


6. Οριζόντιος, αρχικά ακίνητος, δίσκος μπορεί να στρέφεται γύρω από σταθερό άξονα που διέρχεται από το κέντρο του και είναι κάθετος στο επίπεδό του. Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που ασκούνται στο δίσκο μεταβάλλεται σε συνάρτηση με το χρόνο, όπως φαίνεται στο σχήμα. Τότε, η γωνιακή ταχύτητα του δίσκου έχει τη μέγιστη τιμή της τη χρονική στιγμή

- i. t_1 , ii. t_2 , iii. t_3



7. Τροχός ακτίνας R κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει σε οριζόντιο επίπεδο. Κάποια χρονική στιγμή το κέντρο μάζας του τροχού έχει ταχύτητα μέτρου u . Έστω A το ανώτερο σημείο της περιφέρειας του τροχού και Γ ένα σημείο του τροχού που βρίσκεται στην οριζόντια διάμετρο και απέχει απόσταση $\Gamma K = R/2$ από το κέντρο K του τροχού, όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Ο λόγος v_Γ/v_A των μέτρων των ταχυτήτων των σημείων Γ και A είναι ίσος με

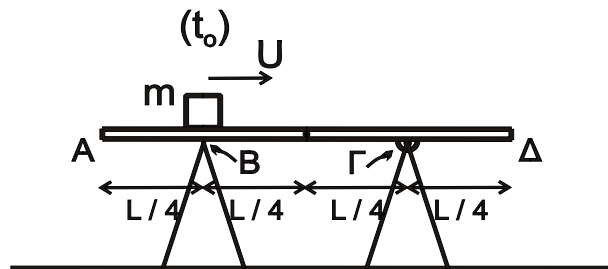


i. $\frac{1}{4}$

ii. $\frac{\sqrt{3}}{4}$

iii. $\frac{\sqrt{5}}{4}$

8. Ομογενής λεία και άκαμπτη σανίδα, μικρού πάχους, μάζας M και μήκους L ισορροπεί οριζόντια με τη βοήθεια δύο υποστηρίγματος. Η κορυφή του ενός υποστηρίγματος συνδέεται μέσω άρθρωσης σε σημείο Γ της ράβδου, το οποίο απέχει από το άκρο της Δ απόσταση $\Gamma\Delta=L/4$.



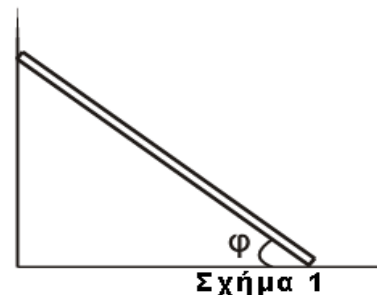
Η ράβδος ακουμπά στην κορυφή B του άλλου στηρίγματος, το οποίο απέχει από το άκρο της A απόσταση $AB=L/4$ (Σχήμα). Ένας μικρός κύβος μάζας $m = 2M$, τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, διέρχεται από το σημείο B με σταθερή ταχύτητα v , κινούμενος προς τα δεξιά χωρίς τριβές. Η σανίδα ανατρέπεται τη χρονική στιγμή t_1 , η οποία είναι ίση με

α. $3L/4v$

β. $9L/16v$

γ. $5L/8v$

9. Λεπτή ομογενής σκάλα βάρους w ισορροπεί, ακουμπώντας σε λείο κατακόρυφο τοίχο και τραχύ οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα 1. Εάν μ ο συντελεστής οριακής στατικής τριβής μεταξύ σκάλας και οριζοντίου δαπέδου, τότε η ελάχιστη τιμή της εφαπτομένης της γωνίας φ , για την οποία η σκάλα ισορροπεί, είναι ίση με

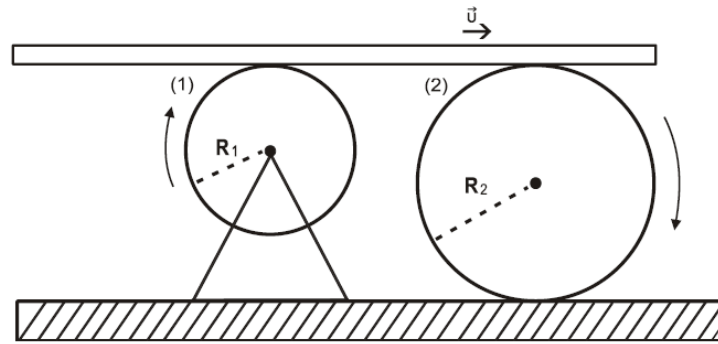


i. $\epsilon\varphi\varphi = \frac{1}{\mu}$

ii. $\epsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu}$

iii. $\epsilon\varphi\varphi = \frac{3}{2\mu}$

10. Λεπτή σανίδα κινείται οριζόντια με σταθερή ταχύτητα u , χωρίς να ολισθαίνει, πάνω σε δύο τροχούς (1) και (2) αντίστοιχα όπως στο σχήμα 3. Ο τροχός (1) ακτίνας R_1 περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα χωρίς τριβές και ο τροχός (2) ακτίνας $R_2 = \lambda \cdot R_1$ (όπου $\lambda > 1$) κυλίεται χωρίς να ολισθαίνει. Όταν η σανίδα σε χρόνο t έχει μετακινηθεί κατά x οι δύο τροχοί έχουν κάνει N_1 και N_2 περιστροφές αντίστοιχα. Ο λόγος των περιστροφών N_1/N_2 των δύο κυλίνδρων είναι ίσος με:



i. λ

ii. 2λ

iii. 4λ

Η σανίδα δεν χάνει την επαφή της κατά τη διάρκεια της κίνησης της πάνω στους δύο τροχούς.

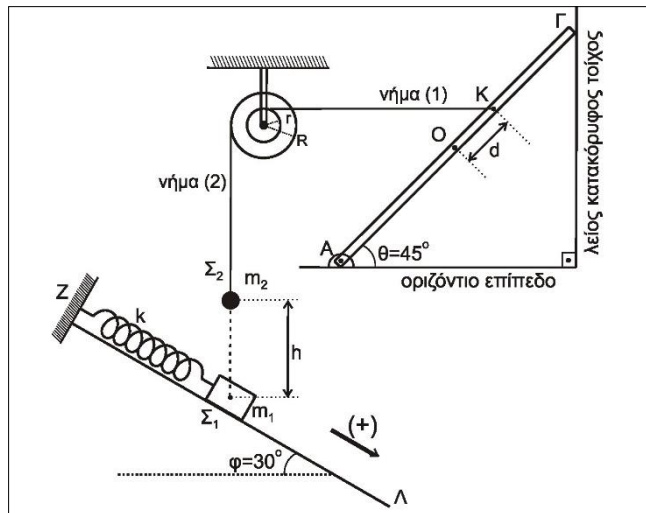
ΘΕΜΑΤΑ Δ

1 Μία λεπτή, άκαμπτη και ομογενής ράβδος ΑΓ, μήκους ℓ και μάζας $M=10\text{ kg}$ έχει στο άκρο της Α άρθρωση και ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο κατακόρυφο τοίχο σχηματίζοντας γωνία $\theta=45^\circ$ με το οριζόντιο επίπεδο, όπως φαίνεται στο σχήμα 5. Σε ένα σημείο Κ, που απέχει $d=\ell/6$ από το μέσο της Ο, είναι δεμένο το ένα άκρο ενός οριζόντιου, λεπτού, αβαρούς και μη εκτατού νήματος (1), το άλλο άκρο του οποίου είναι τυλιγμένο γύρω από τον εσωτερικό κύλινδρο ακτίνας r ενός στερεού, που αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους.

Στον εξωτερικό κύλινδρο του στερεού, ακτίνας $R=2r$, είναι τυλιγμένο ένα δεύτερο λεπτό, αβαρές και μη εκτατό νήμα (2), στο άκρο του οποίου κρέμεται σώμα Σ_2 μάζας $m_2=3\text{ kg}$. Το σύστημα στερεό-ράβδος είναι ακίνητο.

Δ1. Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης, που δέχεται η ράβδος στο σημείο Γ από τον λείο, κατακόρυφο τοίχο.

Στην κορυφή Ζ λείου κεκλιμένου επιπέδου μεγάλου μήκους και γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$, είναι στερεωμένο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k=100\text{ N/m}$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος με το κεκλιμένο επίπεδο και στο άλλο άκρο του ισορροπεί δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{ kg}$. Το σώμα Σ_1 μάζας m_1 βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το σώμα Σ_2 μάζας m_2 , που κρέμεται στην άκρη του νήματος (2). Κάποια χρονική στιγμή το νήμα (2) κόβεται και το σώμα Σ_2 , αφού εκτελέσει



ελεύθερη πτώση, συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 . Αμέσως μετά την πλαστική κρούση το συσσωμάτωμα αποκτά κοινή ταχύτητα μέτρου $3\sqrt{3}/4\text{ m/s}$ και αρχίζει να κινείται πάνω στο κεκλιμένο επίπεδο ΖΛ, εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=k$.

Δ2. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα.

Δ3. Να βρείτε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του συσσωματώματος σε συνάρτηση με το χρόνο. (Να θεωρήσετε ως $t=0$ τη χρονική στιγμή της κρούσης των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και θετική τη φορά από το Ζ προς το Λ).

Δ4. Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_2 αμέσως πριν την πλαστική κρούση (ο χρόνος της κρούσης θεωρείται αμελητέος) και την αρχική απόσταση h των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .

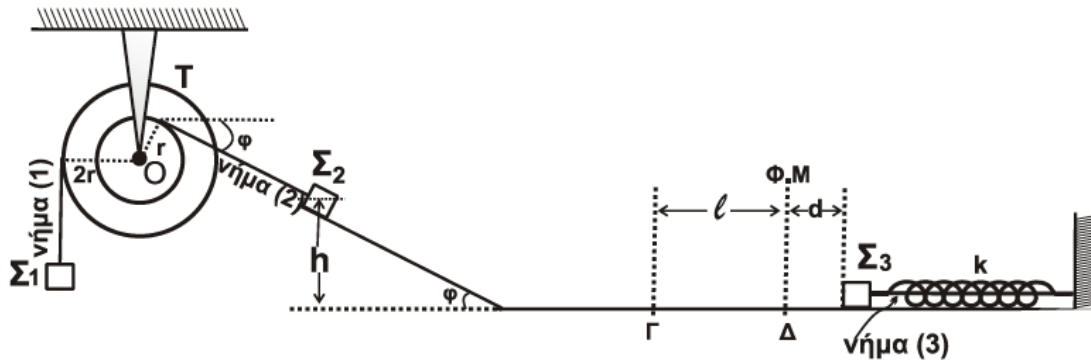
Δ5. Να υπολογίσετε το λόγο του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης, όταν το σώμα που ταλαντώνεται, βρίσκεται στη θέση της μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου.

H 2020

2. Η ομογενής τροχαλία T του σχήματος 5 μάζας $M=1,5\text{kg}$, αποτελείται από δύο κυκλικά τμήματα ακτίνων r και $2r$ αντίστοιχα, κολλημένα μεταξύ τους που στην περιφέρειά τους φέρουν λεπτή εγκοπή.

Η τροχαλία T μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το κέντρο της O . Στο εξωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (1), στο ελεύθερο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα $\Sigma 1$ μάζας m_1 . Στο εσωτερικό κυκλικό τμήμα της τροχαλίας είναι τυλιγμένο λεπτό αβαρές νήμα (2), στο άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σώμα $\Sigma 2$, μάζας $m_2=5\text{kg}$ που βρίσκεται σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ ($\eta\mu\varphi=0,6$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi=0,8$). Στη συνέχεια της βάσης του κεκλιμένου επιπέδου, βρίσκεται λείο οριζόντιο επίπεδο μεγάλου μήκους. Το σύστημα της τροχαλίας και των σωμάτων $\Sigma 1$ και $\Sigma 2$ ισορροπεί στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Σώμα $\Sigma 3$ μάζας $m_3=5\text{kg}$ ισορροπεί δεμένο στο ελεύθερο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σώμα $\Sigma 3$ είναι δεμένο με νήμα (3) με το ελατήριο συμπιεσμένο κατά $d=0,2\text{m}$ από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.



Σχήμα 5

Δ1. Να υπολογίσετε τη μάζα m_1 και το μέτρο της δύναμης που δέχεται η τροχαλία T από τον άξονα.

Κόβουμε ταυτόχρονα τα νήματα (1) και (2) και απομακρύνουμε το σώμα $\Sigma 1$. Το σώμα $\Sigma 2$ που βρίσκεται σε ύψος $h=1,8\text{m}$ από το οριζόντιο επίπεδο, αρχίζει να κατέρχεται στο κεκλιμένο επίπεδο και, αφού φτάσει στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου, συνεχίζει (χωρίς να παρατηρείται φαινόμενο αναπήδησης και χωρίς να μεταβάλλεται το μέτρο της ταχύτητάς του) την κίνησή του στο λείο οριζόντιο επίπεδο.

Όταν το σώμα $\Sigma 2$ βρίσκεται στο σημείο Γ του οριζοντίου επιπέδου που απέχει απόσταση $l=3\pi/5$ από τη θέση Δ στην οποία το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κόβεται το νήμα (3) και το σώμα $\Sigma 3$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D=k$. Το σώμα $\Sigma 3$ συγκρούεται κεντρικά ελαστικά για πρώτη φορά με το σώμα $\Sigma 2$ στη θέση Δ φυσικού μήκους του ελατηρίου.

Δ2. Να δείξετε ότι η σταθερά k του ελατηρίου είναι ίση με 125N/m .

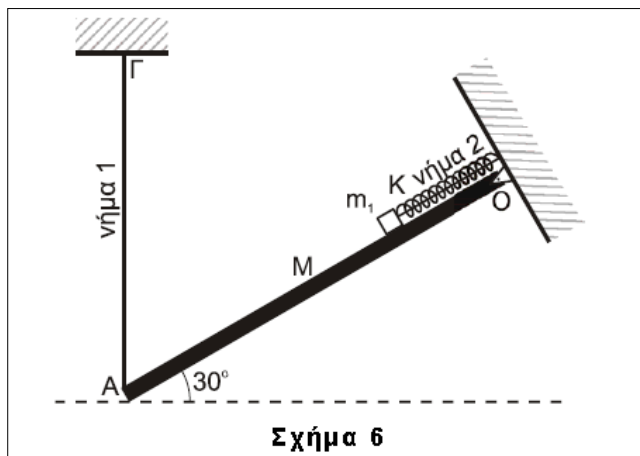
Δ3. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με τον χρόνο για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα $\Sigma 3$ αμέσως μετά την κρούση ($t=0$ η στιγμή της κρούσης και θετική κατεύθυνση η κατεύθυνση της κίνησης του σώματος $\Sigma 3$ πριν την κρούση του με το σώμα $\Sigma 2$).

Δ4. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος $\Sigma 3$, τη χρονική στιγμή που η κινητική ενέργεια της ταλάντωσής του είναι οκταπλάσια της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσής του, για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα $\Sigma 2$, καθώς και την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος $\Sigma 3$ την ίδια χρονική στιγμή.

Δ5. Να υπολογίσετε την απόσταση των σωμάτων Σ2 και Σ3 τη χρονική στιγμή που το σώμα Σ3 διέρχεται από τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου για πρώτη φορά μετά την κρούση με το σώμα Σ2.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$, η σταθερά π είναι περίπου ίση με 3,14.

3. Η ομογενής λεπτή, λεία ράβδος ΟΑ του σχήματος 6 μάζας $M = 8 \text{ Kg}$ και μήκους $L = 2 \text{ m}$ είναι αρθρωμένη στο άκρο της Ο και μπορεί να στρέφεται χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο ακλόνητο άξονα κάθετο στο επίπεδο του σχεδίου. Η ράβδος ισορροπεί δεμένη, στο άκρο της Α, από κατακόρυφο αβαρές, μη εκτατό νήμα 1 το πάνω άκρο του οποίου είναι ακλόνητα δεμένο στο Γ. Η ράβδος και το νήμα βρίσκονται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο και η ράβδος σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με την οριζόντια διεύθυνση. Επάνω στη ράβδο ισορροπεί σώμα μάζας $m_1 = 4 \text{ Kg}$, μικρών διαστάσεων, που είναι δεμένο σε ιδανικό ελατήριο σταθεράς K και σε αβαρές μη εκτατό νήμα 2 τα οποία είναι παράλληλα στη ράβδο και τα επάνω άκρα τους είναι ακλόνητα στερεωμένα (σχήμα 6). Στη θέση αυτή το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος και το σώμα m_1 βρίσκεται στη θέση Δ, όπου $ΟΔ = 0,5 \text{ m}$.



Δ1. Υπολογίστε τη δύναμη που δέχεται η ράβδος από το νήμα 1 στο άκρο της Α.

Δ2. Κάποια χρονική στιγμή κόβεται το νήμα 2 οπότε το σώμα m_1 αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με σταθερά επαναφοράς $D = K$, επάνω στη λεία ράβδο με ολική ενέργεια $E = 2 \text{ J}$. Γράψτε τη χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας ταλάντωσης της m_1 ως προς το χρόνο. Θεωρήστε $t = 0$

τη χρονική στιγμή που κόβεται το νήμα και θετική φορά από το Α προς το Ο.

Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 δεύτερο μικρό σώμα μάζας $m_2 = m_1$ που εκτοξεύεται από το άκρο Α της ράβδου, συγκρούεται κεντρικά ελαστικά (ακαριαία) με το σώμα μάζας m_1 , έχοντας ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα μάζας m_1 , ταχύτητα μέτρου v_2 , παράλληλη στη ράβδο με φορά προς τα επάνω. Τη στιγμή αυτή το σώμα m_1 έχει απομάκρυνση x_1 , όπου $x_1 < 0$ (το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση απομακρύνεται).

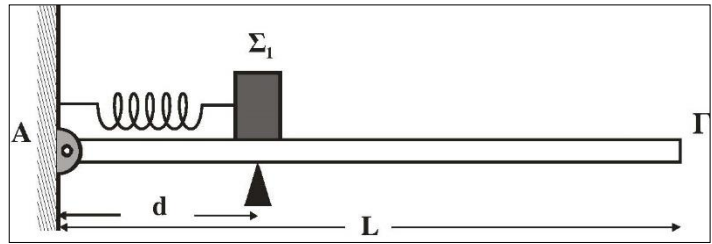
Δ3. Να βρεθεί η απομάκρυνση x_1 ώστε το σώμα m_1 αμέσως μετά την κρούση να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ4. Αν δίνεται πως το νέο πλάτος ταλάντωσης της σώματος μάζας m_1 ισούται με $0,4 \text{ m}$, υπολογίστε την ταχύτητα v_2 του σώματος μάζας m_2 .

Η ράβδος παραμένει σε ισορροπία σε όλη τη διάρκεια του φαινομένου και δίνονται: $\eta\mu 30^\circ = 1/2$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \sqrt{3}/2$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$.

(ΕΠ 2021)

4. Λεία οριζόντια σανίδα μήκους $L = 3\text{m}$ και μάζας $M = 0,4\text{ Kg}$ αρθρώνεται στο άκρο της Α σε κατακόρυφο τοίχο. Σε απόσταση $d = 1\text{m}$ από τον τοίχο, η σανίδα στηρίζεται ώστε να διατηρείται οριζόντια. Ιδανικό αβαρές ελατήριο σταθεράς $K = 100\text{ N/m}$ συνδέεται με το ένα άκρο του στον τοίχο και το άλλο σε σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1\text{ Kg}$. Το ελατήριο βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, ο άξονάς του είναι οριζόντιος και διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 .



Το κέντρο μάζας του σώματος Σ_1 βρίσκεται σε απόσταση d από τον τοίχο. Στη συνέχεια, ασκούμε στο σώμα Σ_1 σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου $F = 40\text{ N}$ με κατεύθυνση προς το άλλο άκρο Γ της σανίδας. Όταν το σώμα Σ_1 διανύσει απόσταση $s = 5\text{ cm}$, η δύναμη παύει να ασκείται στο σώμα και, στη συνέχεια, το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

Δ1. Να υπολογίσετε το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ_1 .

Δ2. Να εκφράσετε το μέτρο της δύναμης F_A που δέχεται η σανίδα από τον τοίχο σε συνάρτηση με την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

Κατά μήκος της σανίδας από το άκρο Γ κινείται σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{ Kg}$ με ταχύτητα $v_2 = 2\sqrt{3}\text{ m/s}$. Τα δύο σώματα συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά, όταν η απομάκρυνση του σώματος Σ_1 είναι x_1 , όπου $x_1 \geq 0$. Το σώμα Σ_1 μετά την κρούση ταλαντώνεται με το μέγιστο δυνατό πλάτος.

Δ3. Να βρείτε την απομάκρυνση x_1 .

Δ4. Να βρείτε μετά από πόσο χρονικό διάστημα από τη στιγμή της κρούσης τα δύο σώματα θα συγκρουστούν για δεύτερη φορά.

Θεωρούμε θετική τη φορά της απομάκρυνσης προς το Γ. Τριβές στην άρθρωση και στο υποστήριγμα δεν υπάρχουν. Δίνεται: επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$.

(ΕΗ 2011)