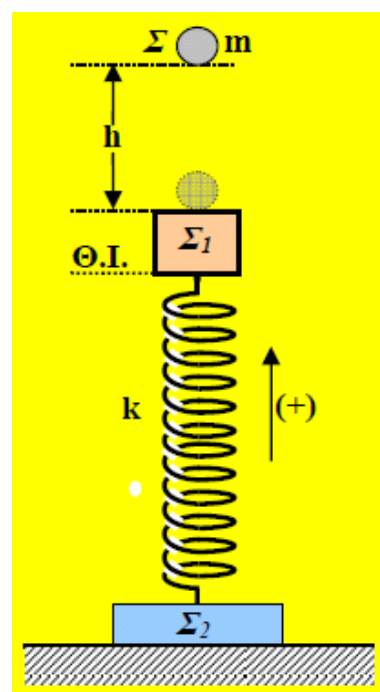
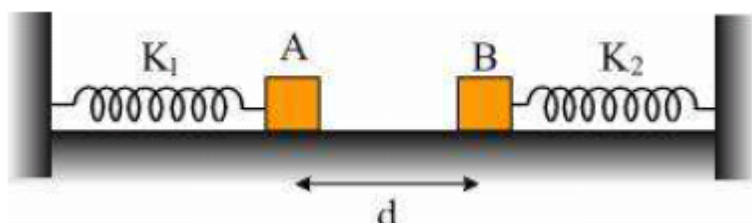


ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΟΜΑΔΑΣ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ

1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: «ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ»



1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: «ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ » ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΚΛΕΙΣΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

A. Απλή αρμονική ταλάντωση

- 1.E.1.** Ένα μικρό σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο $T=0,5s$. ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
Η γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης του μικρού σώματος ισούται με:
Α) $4\pi \text{ rad/s}$ Β) $2\pi \text{ rad/s}$ Γ) 2 rad/s Δ) $0,5\text{rad/s}$
- 1.E.2.** Απλός αρμονικός ταλαντωτής ταλαντώνεται με περίοδο T . ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
Η ταχύτητα του ταλαντωτή μεγιστοποιείται κάθε: Α) $T/4$, Β) $T/2$, Γ) $3T/4$, Δ) T
- 1.E.3.** Κινητό εκτελεί α.α.τ. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
Α) Όταν το κινητό διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του, η ταχύτητά του είναι μέγιστη.
Β) Το κινητό αποκτά μέγιστη επιτάχυνση όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσής του.
Γ) Η συνολική δύναμη που δέχεται το κινητό κάθε χρονική στιγμή είναι ανάλογη με την απομάκρυνση και έχει αντίθετη φορά από αυτήν.
Δ) Η κινητική ενέργεια γίνεται ίση με τη δυναμική τέσσερις φορές κατά τη διάρκεια μιας περιόδου.
- 1.E.4.** Ποια από τις επόμενες σχέσεις, οι οποίες συνδέουν τη συνισταμένη δύναμη που δέχεται ένα σώμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του, αναφέρεται σε α.α.τ. (σε μονάδες S.I);
Α) $\Sigma F = -200x$ Β) $\Sigma F = 200x$ Γ) $\Sigma F = -200x^2$ Δ) $\Sigma F = 200x^2$
- 1.E.5.** Ένα σημειακό αντικείμενο εκτελεί α.α.τ. πλάτους A . Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
Αν διπλασιάσουμε το πλάτος της ταλάντωσης διατηρώντας σταθερή την περίοδό της τότε:
Α) Διπλασιάζεται η μέγιστη ταχύτητα του αντικειμένου.
Β) Διπλασιάζεται η μέγιστη επιτάχυνση του αντικειμένου.
Γ) τετραπλασιάζεται η μέγιστη δύναμη επαναφοράς που δέχεται το αντικείμενο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του.
Δ) Διπλασιάζεται η ενέργεια της ταλάντωσης.
- 1.E.6.** Σε μια α.α.τ. η απομάκρυνση και η επιτάχυνση την ίδια χρονική στιγμή:
Α) Έχουν πάντα αντίθετο πρόσημο.
Β) Έχουν πάντα το ίδιο πρόσημο.
Γ) Θα έχουν το ίδιο ή αντίθετο πρόσημο ανάλογα με την αρχική φάση της α.α.τ.
Δ) Μερικές φορές έχουν το ίδιο και άλλες έχουν αντίθετο πρόσημο.
Ποια από τις παραπάνω είναι η σωστή πρόταση;

Πανελλήνιες 2009

- 1.E.7.** Η δύναμη επαναφοράς που ασκείται σε ένα σώμα μάζας m που εκτελεί α.α.τ. είναι ίση με F . Το πηλίκο F/m :
- A) Παραμένει σταθερό σε σχέση με το χρόνο
 B) Μεταβάλλεται αρμονικά σε σχέση με το χρόνο
 Γ) Αυξάνεται γραμμικά σε σχέση με το χρόνο
 Δ) Γίνεται μέγιστο, όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας.
 Ποια από τις παραπάνω είναι η σωστή πρόταση; **Πανελλαδικές 2014**
- 1.E.8.** Ένας ταλαντωτής τη χρονική στιγμή t_1 έχει ενέργεια E και πλάτος A . Τη χρονική στιγμή t_2 που έχει χάσει τα $3/4$ της αρχικής του ενέργειας το πλάτος της ταλάντωσής του είναι: A) $A/4$ B) $3A/4$ Γ) $A/4$ Δ) $A/3$
 Ποια από τις παραπάνω είναι η σωστή πρόταση; **Επαναληπτικές 2007**
- 1.E.9.** Σε μια α.α.τ. η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται δίνεται από τη σχέση $u=A\omega\eta\mu\omega t$. Τότε η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας δίνεται από τη σχέση: A) $x=A\eta\mu\omega t$ B) $x=A\sigma\upsilon\nu\omega t$ Γ) $x=A\eta\mu(\omega t + \pi)$ Δ) $x=A\eta\mu(\omega t + 3\pi/2)$
 Ποια από τις παραπάνω είναι η σωστή πρόταση; **Επαναληπτικές 2013**
- 1.E.10.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παρακάτω πίνακα που αναφέρεται στην α.α.τ. και να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα μέτρα των φυσικών μεγεθών.

Απομάκρυνση (x)	Δυναμική Ενέργεια (U)	Κινητική ενέργεια (K)
0		
x_1	6J	
x_2	5J	4J
A		

Εσπερινά

2002

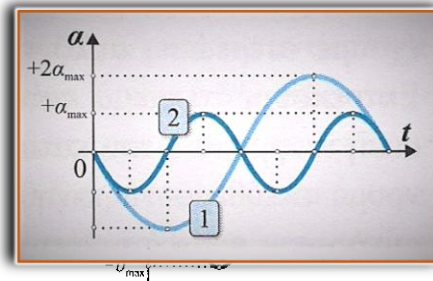
- 1.E.11.** Η αριστερή στήλη του επόμενου πίνακα αναφέρει πληροφορίες για την ταχύτητα, τη θέση ή την επιτάχυνση ενός σώματος, το οποίο εκτελεί α.α.τ., τη χρονική στιγμή $t=0$. Το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με A και η μέγιστη ταχύτητα ισούται με $u_{\max}$. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με τη σωστή αρχική φάση της ταλάντωσης που φαίνεται στη δεξιά στήλη.

1) $t=0, x=0, u>0$	A) $5\pi/3$ rad
2) $t=0, x=A/2, u<0$	B) $\pi/3$ rad
3) $t=0, x=-A\frac{\sqrt{3}}{2}, u>0$	Γ) $5\pi/6$ rad
4) $t=0, x=\frac{v_{\max}}{2}, u<0$	Δ) $\pi/6$ rad
	E) 0

- 1.E.12.** Το διάγραμμα του διπλανού σχήματος παριστάνει την ταχύτητα ενός σημειακού αντικειμένου, το οποίο εκτελεί α.α.τ. πλάτους A , σε συνάρτηση με το χρόνο. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1s$ σημειακό αντικείμενο βρίσκεται στη θέση:
Α) $x=0$ Β) $x = -A$ Γ) $x = +A$ Δ) $x = A/2$

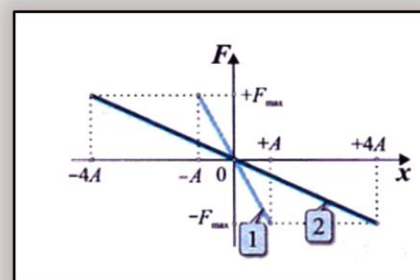
- 1.E.13.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις επιτάχυνσης – χρόνου για δυο σώματα (1) και (2) που εκτελούν α.α.τ. με ενέργειες E_1 και E_2 αντίστοιχα. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή; τα δυο σώματα έχουν ίσες μάζες, τότε οι ενέργειες ταλάντωσής τους ικανοποιούν τη σχέση:

Av



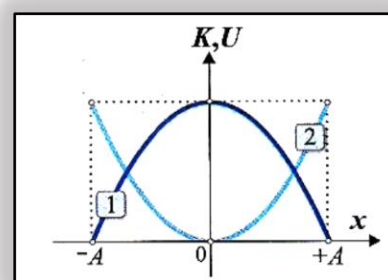
- Α) $E_1 = 2E_2$ Β) $E_1 = 8E_2$ Γ) $E_1 = 16E_2$ Δ) $E_1 = E_2/4$

- 1.E.14.** Στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των δυνάμεων επαναφοράς που δέχονται δυο σώματα (1) και (2) με ίσες μάζες, που εκτελούν α.α.τ. σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας τους. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;



- Α) Τα δυο σώματα αποκτούν την ίδια μέγιστη επιτάχυνση.
Β) Ο χρόνος μεταξύ δυο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της ταχύτητας για το σώμα (1) είναι διπλάσιος απ' ό,τι για το σώμα (2).
Γ) Τα δυο σώματα δέχονται ίσου μέτρου δύναμη επαναφοράς όταν η απομάκρυνσή τους ισούται με $x = +A$.
Δ) Η ενέργεια ταλάντωσης του σώματος (2) είναι τετραπλάσια της ενέργειας ταλάντωσης του σώματος (1).

- 1.E.15.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη Θ.Ι. για ένα σώμα που εκτελεί α.α.τ. πλάτους A . ποιες από τις προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;



- Α) Η γραφική παράσταση (1) αντιστοιχεί στη δυναμική ενέργεια, ενώ η (2) στην κινητική ενέργεια.
Β) Στο σημείο τομής των δυο γραφικών παραστάσεων η ταχύτητα του κινητού είναι μέγιστη.
Γ) Όταν μεγιστοποιείται η τιμή του μεγέθους στον κατακόρυφο άξονα για τη γραφική παράσταση (1), τότε η δύναμη επαναφοράς που δέχεται το σώμα ισούται με μηδέν.
Δ) Όταν μεγιστοποιείται η τιμή του μεγέθους στον κατακόρυφο άξονα για τη γραφική παράσταση (2), ο ρυθμός μεταβολής της ταχύτητας του σώματος είναι μέγιστος.

- 1.E.16.** Η εξίσωση της απομάκρυνσης ενός σώματος ου εκτελεί α.α.τ. δίνεται από τη σχέση $x = 3\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3})$ (S.I)

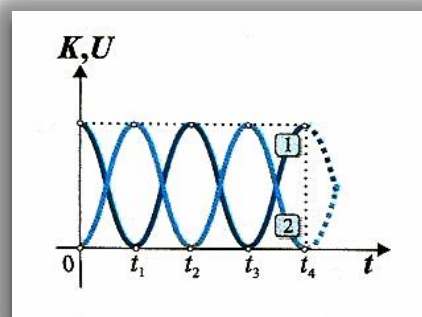
Να γράψετε στο τετράδιό σας κάθε φυσικό μέγεθος της **Στήλης Α** και δίπλα την αντίστοιχη τιμή του από τα δεδομένα της **Στήλης Β**

Στήλη Α	Στήλη Β
Πλάτος ταλάντωσης	1Hz
Περίοδος	3m
Αρχική φάση	1s
Γωνιακή συχνότητα	2π rad/s
Μέγιστη ταχύτητα	$\pi/3$ rad
	6π m/s

Επαναληπτικές

2002

- 1.E.17.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η μεταβολή της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα που εκτελεί α.α.τ. Η ταλάντωση του σώματος έχει αρχική φάση $\pi/2$ rad. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
- A) Η γραφική παράσταση (1) αντιστοιχεί στη χρονική μεταβολή της κινητικής ενέργειας.
 B) Η περίοδος της ταλάντωσης ισούται με t_4
 Γ) Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του.
 Δ) Τη χρονική στιγμή t_2 η δύναμη επαναφοράς που δέχεται το σώμα ισούται με μηδέν.



B. Φθίνουσα ταλάντωση

- 1.E.18.** Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
 Κατά τη διάρκεια μιας φθίνουσας ταλάντωσης:
- A) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται.
 B) Η περίοδος της ταλάντωσης μειώνεται.
 Γ) Η συχνότητα της ταλάντωσης μειώνεται.
 Δ) Η ενέργεια της ταλάντωσης αρχικά μειώνεται και στη συνέχεια αυξάνεται.
- 1.E.19.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση της οποίας το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο.
- A) Η ενέργεια του ταλαντωτή είναι συνεχώς σταθερή.
 B) Η συχνότητα αυξάνεται με την πάροδο του χρόνου.
 Γ) Ο λόγος δυο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση διατηρείται σταθερός.
 Δ) Το πλάτος μειώνεται γραμμικά με τον χρόνο.

Πανελλήνιες 2009

- 1.E.20.** Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
 Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης ενός ταλαντωτή μάζας m που δέχεται δύναμη αντίστασης της μορφής $F_{αντ} = -bv$ ελαττώνεται με μεγαλύτερο ρυθμό:
- A) Αν αυξήσουμε τη σταθερά απόσβεσης b .
 B) Αν αυξήσουμε την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης.

- Γ) Αν ελαττώσουμε το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης.
 Δ) Αν ελαττώσουμε τη μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης.

- 1.E.21.** Μικρό αντικείμενο εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μέσα σε κάποιο ρευστό και κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής του δέχεται δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής $F_{αντ} = -bv$. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
 Η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται:
 Α) Από το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης
 Β) Από την αρχική ενέργεια της ταλάντωσης
 Γ) Από τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης
 Δ) Από τις ιδιότητες του ρευστού, καθώς και από το σχήμα και το μέγεθος του αντικειμένου.
- 1.E.22.** Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση και κατά τη διάρκεια αυτής δέχεται δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής $F_{αντ} = -bv$. Ποιες από τις επόμενες προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
 Α) Η περίοδος της ταλάντωσης για ορισμένη τιμή της σταθεράς b είναι σταθερή και ανεξάρτητη από το πλάτος.
 Β) Αν η σταθερά b γίνει πιο μεγάλη, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο αργά.
 Γ) Ο λόγος δυο διαδοχικών μέγιστων απομακρύνσεων προς την ίδια κατεύθυνση παραμένει σταθερός.
 Δ) Στην ακραία περίπτωση στην οποία η σταθερά απόσβεσης b αποκτήσει πολύ μεγάλη τιμή, το σώμα επιστρέφει στη θέση ισορροπίας του χωρίς ποτέ να την υπερβεί.
- 1.E.23.** Αν στον αρμονικό ταλαντωτή εκτός από την ελαστική δύναμη επαναφοράς ενεργεί και δύναμη αντίστασης $F_{αντ} = -bv$ με $b = \text{σταθερό}$, το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με την εξίσωση (για $\Lambda > 0$):
 Α) $A = A_0 \cdot t$ Β) $A = A_0 \cdot e^{\Lambda t}$ Γ) $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$ Δ) $A = A_0 / \Lambda t$
 Ποια από τις παραπάνω προτάσεις είναι η σωστή; **Πανελλήνιες 2005**
- 1.E.24.** Κατά τη φθίνουσα μηχανική ταλάντωση
 Α) Το πλάτος παραμένει σταθερό.
 Β) Η μηχανική ενέργεια διατηρείται.
 Γ) Το πλάτος μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 \cdot e^{-\Lambda t}$, όπου Λ θετική σταθερά.
 Δ) Έχουμε μεταφορά ενέργειας από το ταλαντούμενο σύστημα στο περιβάλλον.
 Ποια από τις παραπάνω προτάσεις είναι η σωστή; **Πανελλήνιες 2007**
- 1.E.25.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία η δύναμη απόσβεσης είναι ανάλογη της ταχύτητας του σώματος, με την πάροδο του χρόνου
 Α) Η περίοδος ελαττώνεται
 Β) Η περίοδος είναι σταθερή
 Γ) Το πλάτος διατηρείται σταθερό
 Δ) Η ενέργεια της ταλάντωσης διατηρείται σταθερή. **Πανελλήνιες 2010**
- 1.E.26.** Με την πάροδο του χρόνου και καθώς τα αμορτισέρ ενός αυτοκινήτου παλιώνουν και φθείρονται:
 Α) Η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b αυξάνεται.
 Β) Η τιμή της σταθεράς απόσβεσης b μειώνεται.

Γ) Το πλάτος της ταλάντωσης του αυτοκινήτου, όταν περνά από εξόγκωμα του δρόμου μειώνεται πιο γρήγορα.

Δ) Η περίοδος των ταλαντώσεων του αυτοκινήτου παρουσιάζει μικρή αύξηση.

- 1.E.27.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη αντίστασης έχει τη μορφή $F_{αντ} = -bv$. Αρχικά η σταθερά απόσβεσης έχει την τιμή b_1 . Στη συνέχεια η τιμή της γίνεται $b_2 > b_1$. Τότε:
- A) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.
- B) Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.
- Γ) Το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή αύξηση.
- Δ) Το πλάτος της ταλάντωσης αυξάνεται πιο γρήγορα με το χρόνο και η περίοδος της παρουσιάζει μικρή μείωση.
- Επαναληπτικές 2012**

- 1.E.28.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση η δύναμη που προκαλεί την απόσβεση είναι της μορφής $F_{αντ} = -bv$, όπου b θετική σταθερά και v η ταχύτητα του σώματος που ταλαντώνεται. Το έργο της δύναμης αυτής είναι:
- A) Θετικό, όταν το σώμα κινείται προς την αρνητική κατεύθυνση.
- B) Πάντα αρνητικό
- Γ) Πάντα θετικό
- Δ) Μηδέν για μια πλήρη ταλάντωση
- Επαναληπτικές 2013**

- 1.E.29.** Σε μια φθίνουσα ταλάντωση στην οποία το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το χρόνο:
- A) Η περίοδος δεν διατηρείται για ορισμένη τιμή της σταθεράς απόσβεσης b .
- B) Όταν η σταθερά απόσβεσης b μεγαλώνει, το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται πιο γρήγορα.
- Γ) Η κίνηση μένει περιοδική για οποιαδήποτε τιμή της σταθεράς απόσβεσης.
- Δ) Η σταθερά απόσβεσης b εξαρτάται μόνο από το σχήμα και τον όγκο του σώματος που ταλαντώνεται.
- Πανελλήνιες 2016**

- 1.E.30.** Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση με περίοδο $T=4s$ και πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A = A_0 \cdot e^{-\lambda t}$, όπου A θετική σταθερά και A_0 το αρχικό πλάτος (το πλάτος την $t=0$). Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

t(sec)	0	4	8	12
A(m)	1		0,81	

Γ. Εξαναγκασμένη ταλάντωση

- 1.E.31.** Ταλαντωτής εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A και συχνότητας f_δ με μικρή απόσβεση b . Ποια από τις επόμενες προτάσεις είναι η σωστή;
- Το φαινόμενο του συντονισμού επιτυγχάνεται όταν η συχνότητα του διεγέρτη f_δ :
- A) Είναι μεγαλύτερη από την ιδιοσυχνότητα f_0 ταλαντωτή.
- B) Είναι με την ιδιοσυχνότητα f_0 ταλαντωτή.
- Γ) Παίρνει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ των $2f_0$ και $4f_0$.
- Δ) Παίρνει οποιαδήποτε τιμή μεταξύ των f_0 και $2f_0$.

- 1.E.32.** Σύστημα μάζα- ελατήριο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης με τη βοήθεια ενός τροχού- διεγέρτη. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
Α) Ο τρόπος με τον οποίο το ταλαντούμενο σύστημα αποδέχεται την ενέργεια εξαρτάται από τη συχνότητα του διεγέρτη.
Β) Σε μια περίοδο η ενέργεια που παρέχει ο διεγέρτης είναι μικρότερη από την απώλεια ενέργειας λόγω απόσβεσης.
Γ) Στην κατάσταση συντονισμού η ενέργεια μεταφέρεται στο σύστημα με το βέλτιστο τρόπο.
Δ) Σε οποιαδήποτε άλλη κατάσταση εκτός του συντονισμού δν υπάρχουν απώλειες λόγω απόσβεσης.

- 1.E.33.** Η συχνότητα ενός συστήματος που εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση χωρίς τριβή είναι 20Hz. Το πλάτος της ταλάντωσης γίνεται μέγιστο όταν η συχνότητα του διεγέρτη είναι: Α) 10Hz Β) 20Hz Γ) 30Hz Δ) 40Hz

Πανελλήνιες 2002

- 1.E.34.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μικρότερη από την ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή. Αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη. Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:
Α) Αυξάνεται συνεχώς.
Β) Μειώνεται συνεχώς.
Γ) Μένει σταθερό.
Δ) Αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

Πανελλήνιες 2004

- 1.E.55.** Κατά τη διάρκεια μιας εξαναγκασμένης ταλάντωσης
Α) Έχουμε πάντα συντονισμό.
Β) Η συχνότητα ταλάντωσης δεν εξαρτάται από τη συχνότητα της διεγείρουσας δύναμης.
Γ) Για δεδομένη συχνότητα του διεγέρτη το πλάτος της ταλάντωσης παραμένει σταθερό.
Δ) Η ενέργεια που προσφέρεται στο σώμα δεν αντισταθμίζει τις απώλειες.

Πανελλήνιες 2012

- 1.E.56.** Σώμα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση. Παρατηρείται ότι για δυο διαφορετικές συχνότητες f_1 και f_2 του διεγέρτη με $f_1 < f_2$ το πλάτος της ταλάντωσης είναι ίδιο. Για την ιδιοσυχνότητα f_0 του συστήματος ισχύει:
Α) $f_0 < f_1$ Β) $f_0 > f_2$ Γ) $f_1 < f_0 < f_2$ Δ) $f_1 = f_0$

Πανελλήνιες 2017

- 1.E.57.** Η συχνότητα ενός ταλαντωτή εξαρτάται από:
Α) Το πλάτος της ταλάντωσης.
Β) Τη συχνότητα του διεγέρτη.
Γ) Τη σταθερά απόσβεσης του συστήματος.
Δ) Τα φυσικά χαρακτηριστικά του συστήματος.

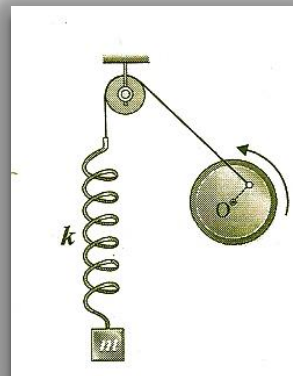
Επαναληπτικές 2002

- 1.E.58.** Σε μια εξαναγκασμένη ταλάντωση η συχνότητα του διεγέρτη είναι μεγαλύτερη της ιδιοσυχνότητας του ταλαντωτή. Αν αυξάνουμε συνεχώς τη συχνότητα του διεγέρτη, το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης θα:

- A) Μένει σταθερό.
 B) Αυξάνεται συνεχώς.
 Γ) Μειώνεται συνεχώς.
 Δ) Αυξάνεται αρχικά και μετά θα μειώνεται.

Επαναληπτικές 2003

- 1.Ε.59.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σύστημα μάζα- ιδανικό ελατήριο το οποίο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης, με τη βοήθεια ενός τροχού. Για δυο διαφορετικές συχνότητες περιστροφής του τροχού f_1 και f_2 ($f_1 < f_2$) το πλάτος της ταλάντωσης του συστήματος μάζα- ελατήριο είναι το ίδιο. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
 Ο συντονισμός επιτυγχάνεται σε μια συγκεκριμένη συχνότητα f_T περιστροφής του τροχού η οποία:
 A) Είναι μικρότερη από τη συχνότητα f_1 .
 B) Είναι ίση με τη συχνότητα f_2 .
 Γ) Έχει τιμή μεταξύ των συχνοτήτων f_1 και f_2 .
 Δ) Είναι μεγαλύτερη της συχνότητας f_2 .



- 1.Ε.60.** Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της αριστερής στήλης με ένα ή περισσότερα στοιχεία της δεξιάς στήλης.

	A) Το πλάτος μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο
1. Εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής ταλάντωσης.	B) Το πλάτος είναι σταθερό και ανεξάρτητο της συχνότητας ταλάντωσης
2. Φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης.	Γ) Το πλάτος είναι σταθερό και εξαρτάται από τη συχνότητα ταλάντωσης.
3. Ελεύθερη ταλάντωση χωρίς απόσβεση	Δ) Σε κάθε περίπτωση η συχνότητα ταλάντωσης ισούται ακριβώς με την ιδιοσυχνότητα.
	Ε) Αύξηση της σταθεράς απόσβεσης έχει ως αποτέλεσμα την ταλάντωση σε μικρότερο σταθερό πλάτος.

Δ. Σύνθεση ταλαντώσεων

- 1.Ε.61.** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο αρμονικές ταλαντώσεις ίσων συχνοτήτων και ίδιας διεύθυνσης, που εξελίσσονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι δυο συνιστώσες ταλαντώσεις εμφανίζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης π rad και έχουν πλάτη A_1 και A_2 . Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι η σωστή;
 Το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης ισούται με:
 A) $A_1 + A_2$, B) $|A_1 - A_2|$, Γ) $\sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, Δ) $\sqrt{A_1^2 - A_2^2}$
- 1.Ε.62.** Διακρότημα δημιουργείται από τη σύνθεση δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων ίδιας διεύθυνσης, με ίδιο πλάτος, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, όταν οι ταλαντώσεις αυτές έχουν:
 A) Ίσες συχνότητες και ίδια φάση.

- B) Ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης $\pi/2$
 Γ) Παραπλήσιες συχνότητες.
 Δ) Ίσες συχνότητες και διαφορά φάσης π .

Πανελλήνιες 2013

- 1.E.64.** Κατά τη σύνθεση δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, προκύπτει απλή αρμονική ταλάντωση σταθερού πλάτους, μόνο όταν οι επιμέρους ταλαντώσεις έχουν:

- A) Ίσες συχνότητες.
 B) Παραπλήσιες συχνότητες.
 Γ) Διαφορετικές συχνότητες.
 Δ) Συχνότητες που η μια είναι ακέραιο πολλαπλάσιο της άλλης.

Επαναληπτικές 2005

- 1.E.65.** Η κίνηση που προκύπτει από τη σύνθεση δυο απλών ταλαντώσεων
 A) Είναι ανεξάρτητη από τις συχνότητες των επιμέρους αρμονικών ταλαντώσεων.
 B) Είναι ανεξάρτητη από τη διαφορά φάσης των δυο ταλαντώσεων.
 Γ) Είναι ανεξάρτητη από τις διευθύνσεις των δυο αρμονικών ταλαντώσεων.
 Δ) Εξαρτάται από τα πλάτη των δυο αρμονικών ταλαντώσεων.

Επαναληπτικές

2008

- 1.E.66.** Κατά τη σύνθεση δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων, ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και που οι περίοδοι τους T_1 και T_2 διαφέρουν λίγο μεταξύ τους, προκύπτει ταλάντωση μεταβλητού πλάτους με περίοδο T που είναι ίση με:

$$A) T = \frac{T_1 + T_2}{2}$$

$$B) T = \frac{2T_1 T_2}{T_1 + T_2}$$

$$Γ) T = \frac{|T_1 - T_2|}{2}$$

$$Δ) T = \frac{T_1 T_2}{|T_1 - T_2|}$$

Επαναληπτικές 2016

- 1.E.67.** Στη σύνθεση δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων της ίδιας συχνότητας που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση, το πλάτος της σύνθετης ταλάντωσης είναι:
 A) Σε κάθε περίπτωση σταθερό.
 B) Σε κάθε περίπτωση ίσο με το άθροισμα του πλάτους των δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων.
 Γ) Σε κάθε περίπτωση μηδέν.
 Δ) Αρμονική συνάρτηση του χρόνου.

Επαναληπτικές 2015

- 1.E.67.** Ταλαντωτής εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. που έχουν εξισώσεις $x_1 = 0,1\mu\text{m}100\pi t$ (S.I) και $x_2 = 0,1\mu\text{m}104\pi t$ (S.I) και εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες;
 A) Το μέγιστο πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης ισούται με 0,2m.
 B) Η γωνιακή συχνότητα της συνισταμένης ταλάντωσης ισούται με $204\pi \text{ rad}$.
 Γ) Η συχνότητα μεγιστοποίησης του πλάτους ισούται με 2Hz.
 Δ) Η απομάκρυνση του ταλαντωτή από τη θέση ισορροπίας του μεγιστοποιείται κάθε 1/102s.

1ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: «ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ » ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ

A. Απλή αρμονική ταλάντωση

1.E.68. Μικρό σώμα εκτελεί α.α.τ. πλάτους A και περιόδου T . Τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση $x = \frac{A\sqrt{3}}{2}$

A) Η αρχική φάση της ταλάντωσης ισούται με: i) $\pi/3$ rad ii) $\pi/6$ rad iii) $2\pi/3$ rad
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Ο χρόνος μεταξύ δύο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων της κινητικής ενέργειας ισούται με: i) $T/4$, ii) $T/2$, iii) $3T/2$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

1.E.69. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. πλάτους A και μέγιστης ταχύτητας $u_{\max}$.

A) Τη χρονική στιγμή t_1 το σώμα επιβραδύνεται και η ταχύτητά του ισούται με $u_1 = \frac{u_{\max}}{2}$. Η απομάκρυνση x_1 του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη χρονική

στιγμή t_1 ισούται με: i) $\frac{A}{2}$ ii) $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$ iii) $+\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Η απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος είναι ίση με την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης:

i) μόνο στη θέση απομάκρυνσης $+\frac{A}{2}$ ii) σε κάθε θέση της ταλάντωσης

iii) μόνο στη θέση απομάκρυνσης $-\frac{A\sqrt{3}}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

1.E.70. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός μικρού σώματος που εκτελεί α.α.τ. σε συνάρτηση με το χρόνο.

A) Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας της ταλάντωσης του μικρού σώματος είναι:

i) $u = u_{\max} \sin \omega t$ ii) $u = u_{\max} \sin(\omega t + \pi)$

iii) $u = u_{\max} \sin(\omega t + \frac{\pi}{2})$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

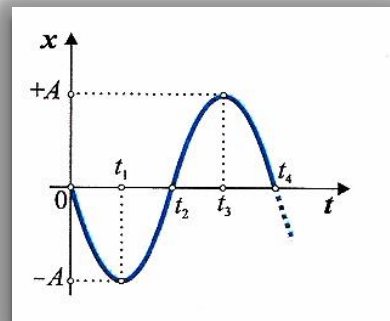
B) Η ταχύτητα του μικρού σώματος αυξάνεται κατά μέτρο στις χρονικές διάρκειες:

i) $0 \rightarrow t_1$ και $t_1 \rightarrow t_2$

ii) $t_1 \rightarrow t_2$ και $t_3 \rightarrow t_4$

iii) $0 \rightarrow t_1$ και $t_3 \rightarrow t_4$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



1.E.71. Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις ταχύτητας- χρόνου για δυο σημειακά αντικείμενα (1) και (2) με ίσες μάζες ($m_1=m_2$) τα οποία εκτελούν α.α.τ.

A) Η ενέργεια ταλάντωσης (E_1) του σώματος (1) και η ενέργεια ταλάντωσης (E_2) του σώματος (2) ικανοποιούν τη σχέση:

i) $E_1=2E_2$ ii) $E_1=4E_2$ iii) $E_2=4E_1$

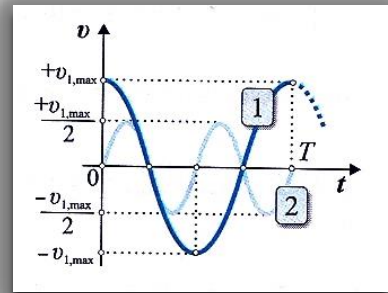
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Οι μέγιστες δυνάμεις που δέχονται τα

αντικείμενα (1) και (2) κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής τους ικανοποιούν τη σχέση:

i) $F_{1,max}=F_{2,max}$ ii) $F_{1,max}=4F_{2,max}$ iii) $F_{1,max}=2F_{2,max}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



1.E.72. Η γραφική παράσταση του επόμενου σχήματος δείχνει τη χρονική μεταβολή της ταχύτητας ενός μικρού σώματος το οποίο εκτελεί α.α.τ.

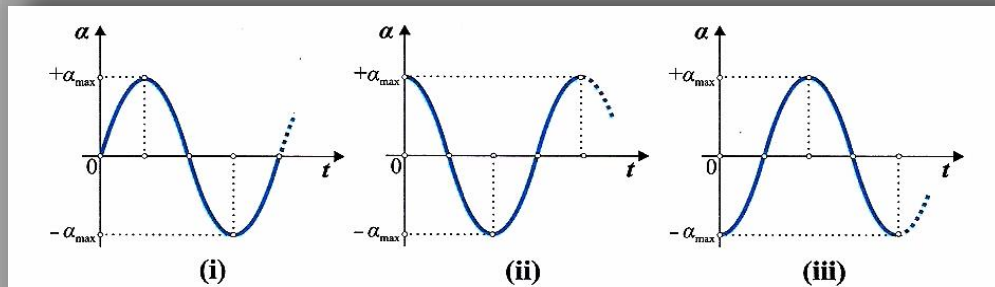
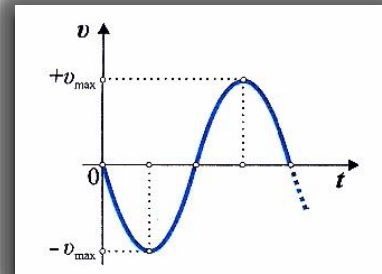
A) Τη χρονική στιγμή $t=0$ το μικρό σώμα:

i) Βρίσκεται στην ακραία θετική θέση ($+A$)

ii) Βρίσκεται στην ακραία αρνητική θέση ($-A$)

iii) Διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με αρνητική ταχύτητα.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



B) Η γραφική παράσταση της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο είναι η:

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

1.E.73. Δυο μικρά σώματα (1) και (2) με μάζες m_1 και m_2 αντίστοιχα, για τις οποίες ισχύει $m_1 = 4m_2$, είναι δεμένα σε δυο διαφορετικά ελατήρια με σταθερά k_1 και k_2 αντίστοιχα και εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας ενέργειας και ίδιας περιόδου.

A) Οι μέγιστες ταχύτητες $u_{1,max}$ και $u_{2,max}$ που αποκτούν τα σώματα (1) και (2) αντίστοιχα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσής τους ικανοποιούν τη σχέση:

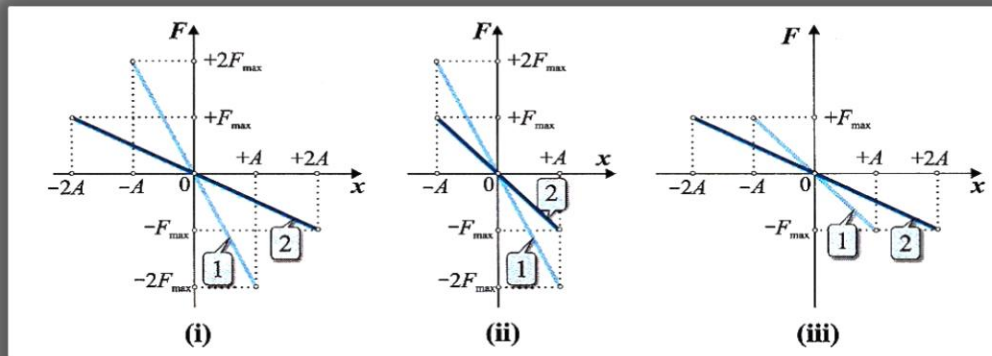
i) $u_{1,max} = \frac{u_{2,max}}{2}$

ii) $u_{1,max} = 4u_{2,max}$

iii) $u_{1,max} = \frac{u_{2,max}}{4}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Β) Οι γραφικές παραστάσεις της συνισταμένης δύναμης που δέχονται τα δυο σώματα σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή τους από τη θέση ισορροπίας τους είναι οι:



Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 1.Ε.70.** Δυο σώματα Σ_1 και Σ_2 με ίσες μάζες ισορροπούν κρεμασμένα από κατακόρυφα ιδανικά ελατήρια με σταθερές k_1 και k_2 αντίστοιχα, που συνδέονται με τη σχέση $k_1 = \frac{k_2}{2}$.

Απομακρύνουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 από τη θέση ισορροπίας τους κατακόρυφα προς τα κάτω κατά x και $2x$ αντίστοιχα και τα αφήνουμε ελεύθερα την ίδια χρονική στιγμή, οπότε εκτελούν α.α.τ. Τα σώματα διέρχονται για πρώτη φορά από τη θέση ισορροπίας τους:

Α) Ταυτόχρονα.

Β) Σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_1 .

Γ) Σε διαφορετικές χρονικές στιγμές με πρώτο το Σ_2 .

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες 2004

- 1.Ε.70.** Σώμα μάζας M έχει προσδεθεί στο κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k του οποίου το άνω άκρο είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο.

Απομακρύνουμε το σώμα κατακόρυφα προς τα κάτω κατά απόσταση a από τη θέση ισορροπίας και το αφήνουμε ελεύθερο να κάνει ταλάντωση.

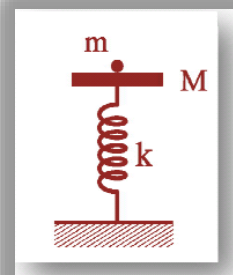
Επαναλαμβάνουμε το πείραμα και με ένα άλλο ελατήριο σταθεράς $k' = 4k$.

Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των δυναμικών ενεργειών των δυο ταλαντώσεων σε συνάρτηση με την απομάκρυνση στο ίδιο διάγραμμα.

Πανελλήνιες 2005

- 1.Ε.71.** Δίσκος μάζας M είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , ισορροπεί (όπως στο σχήμα). Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο στο έδαφος.

Στο δίσκο τοποθετούμε χωρίς αρχική ταχύτητα σώμα μάζας m . Το σύστημα εκτελεί α.α.τ. Η ενέργεια της ταλάντωσης είναι :



$$A) \frac{m^2 g^2}{2k}$$

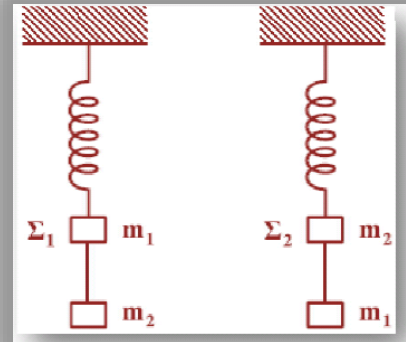
$$B) \frac{M^2 g^2}{2k}$$

$$Γ) \frac{(m+M)^2}{2k} g^2$$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες 2010

- 1.E.72.** Δυο όμοια ιδανικά ελατήρια κρέμονται από δυο ακλόνητα σημεία. Στα κάτω άκρα των ελατηρίων δένονται σώματα Σ_1 μάζας m_1 και σώμα Σ_2 μάζας m_2 . Κάτω από το σώμα Σ_1 δένουμε μέσω αβαρούς νήματος άλλο σώμα μάζας m_2 , ενώ κάτω από το σώμα Σ_2 σώμα μάζας m_1 ($m_1 \neq m_2$), όπως φαίνεται στο σχήμα. Αρχικά τα σώματα είναι ακίνητα. Κάποια στιγμή κόβουμε τα νήματα και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να ταλαντώνονται. Αν η ενέργεια της ταλάντωσης του Σ_1 είναι E_1 και του Σ_2 είναι E_2 τότε:



$$A) \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

$$B) \frac{E_1}{E_2} = \frac{m_2^2}{m_1^2}$$

$$Γ) \frac{E_1}{E_2} = 1$$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες

2011

- 1.E.73.** Υλικό σημείο σ εκτελεί α.α.τ. πλάτους A και κυκλικής συχνότητας ω . Η μέγιστη τιμή του μέτρου της ταχύτητάς του είναι u_0 και του μέτρου της επιτάχυνσής του a_0 . Αν x, u, a είναι τα μέτρα της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης αντίστοιχα, τότε σε κάθε χρονική στιγμή ισχύει:

$$A) u^2 = \omega(A^2 - x^2)$$

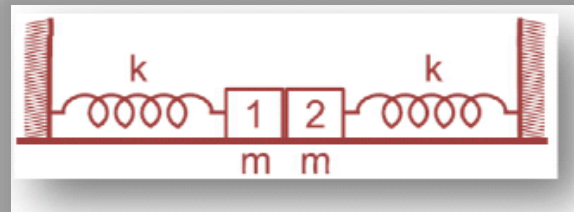
$$B) x^2 = \omega^2(a_0^2 - a^2)$$

$$Γ) a^2 = \omega^2(u_0^2 - u^2)$$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες 2009

- 1.E.74.** Δυο όμοια σώματα, ίσων μαζών m το καθένα, συνδέονται με όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς k το καθένα, των οποίων τα άλλα άκρα είναι συνδεδεμένα σε ακλόνητα σημεία, όπως στο σχήμα. Οι άξονες των δυο ελατηρίων βρίσκονται στην ίδια ευθεία, τα ελατήρια βρίσκονται στο



φυσικό τους μήκος l_0 και το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο βρίσκονται είναι λείο.

Μετακινούμε το σώμα 1 προς τα αριστερά κατά d και στη συνέχεια το αφήνουμε

ελεύθερο να κινηθεί. Το σώμα 1 συγκρούεται πλαστικά με το σώμα 2. Το

συσσωμάτωμα που προκύπτει εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D=2k$. Αν A_1

το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος 1 πριν την κρούση και A_2 το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση, τότε ο λόγος A_1/A_2 είναι:

$$A) 1$$

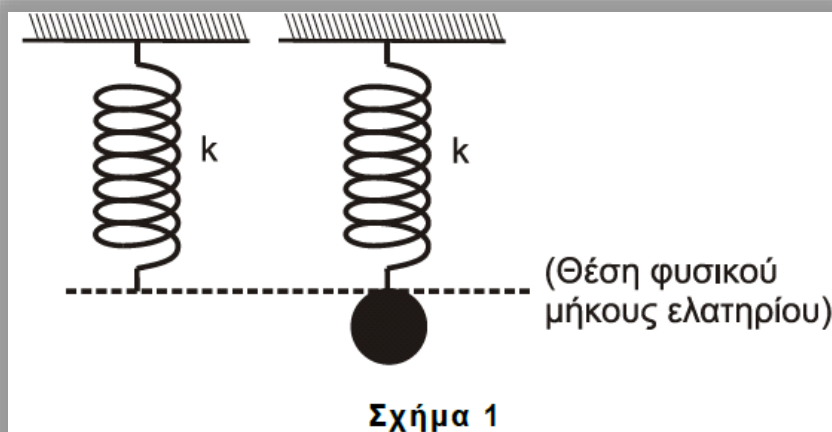
$$B) 1/2$$

$$Γ) 2$$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες 2014

1.Ε.75. Ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς k έχει το άνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου και ενώ αυτό βρίσκεται στη θέση φυσικού μήκους,



στερεώνεται μάζα m . Από τη θέση αυτή το σύστημα αφήνεται ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί α.α.τ.

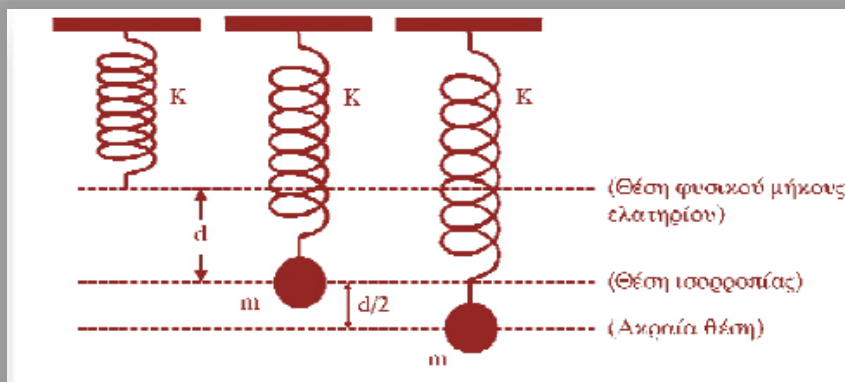
Η μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου κατά τη διάρκεια της α.α.τ. του σώματος είναι ίση με:

A) $\frac{m^2 g^2}{k}$ B) $\frac{2m^2 g^2}{k}$ Γ) $\frac{m^2 g^2}{2k}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες 2017

1.Ε.76. Στην κάτω άκρη κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k , η πάνω άκρη του οποίου είναι στερεωμένη σε ακλόνητο σημείο, σώμα μάζας m εκτελεί α.α.τ. πλάτους $d/2$,



όπως φαίνεται στο σχήμα.

Όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας, η επιμήκυνση του ελατηρίου είναι d . Στην κατώτερη θέση της ταλάντωσης του σώματος, ο λόγος της δύναμης του ελατηρίου προς τη δύναμη επαναφοράς είναι:

A) $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = \frac{1}{3}$ B) $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 3$ Γ) $\left| \frac{F_{ελ}}{F_{επαν}} \right| = 2$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές 2008

1.Ε.77. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας K ενός σώματος που εκτελεί α.α.τ. σε συνάρτηση με την απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας του.

A) Στη θέση απομάκρυνσης $x_1 = 0,1m$ η κινητική ενέργεια K και η δυναμική ενέργεια U ικανοποιούν τη σχέση:

i) $K=U$ ii) $K=3U$ iii) $K=2U$

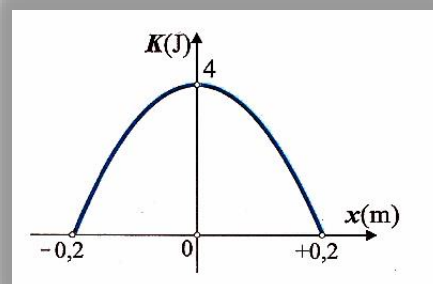
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Β) Η δύναμη επαναφοράς $F_{επ}$ και η απομάκρυνση x από τη θέση ισορροπίας ικανοποιούν τη σχέση:

i) $F_{επ} = -200x$ (S.I) ii) $F_{επ} = -100x$ (S.I) iii)

$F_{επ} = -400x$ (S.I)

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.



B. Φθίνουσα ταλάντωση

1.E.78. Ένας ταλαντωτής εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης, με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ θετική σταθερά. Η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης είναι E_0 .

A) Να αποδείξετε ότι η ενέργεια του ταλαντωτή μεταβάλλεται σύμφωνα με τη σχέση: $E = E_0 e^{-2\Lambda t}$.

B) Να αποδείξετε τη σχέση:

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{E_3}{E_4} = \frac{E_5}{E_6} \dots e^{-2\Lambda T}$$

όπου $E_1, E_2, E_3, \dots$ η ενέργεια του ταλαντωτή στο τέλος της 1ης, 2ης, 3ης, ... περιόδου κ.ο.κ.

Γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απώλειας της ενέργειας του ταλαντωτή και να σχεδιάσετε την αντίστοιχη γραφική παράσταση.

1.E.79. Ένα σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ θετική σταθερά.

A) Ο χρόνος υποδιπλασιασμού ($t_{1/2}$) του πλάτους ισούται:

i) $\frac{\ln 2}{2\Lambda}$ ii) $\frac{2\ln 2}{\Lambda}$ iii) $\frac{\ln 2}{\Lambda}$

B) Τη χρονική στιγμή $t = t_{1/2}$ η ενέργεια του σώματος έχει:

i) Υποδιπλασιαστεί, ii) Υποτετραπλασιαστεί, iii) υποοκταπλασιαστεί.

Να επιλέξετε τις σωστές προτάσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

1.E.80. Μικρό σώμα εκτελεί φθίνουσες ταλαντώσεις και το πλάτος μειώνεται εκθετικά με το πλάτος σύμφωνα με τη σχέση: $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ θετική σταθερά. Στο τέλος των 10 πρώτων ταλαντώσεων το πλάτος της ταλάντωσης έχει μειωθεί στο $\frac{1}{4}$ του αρχικού.

Αν γίνουν επιπλέον 10 άλλες 15 ταλαντώσεις, τότε στο τέλος των ταλαντώσεων αυτών το πλάτος θα ισούται με:

A) $\frac{A_0}{16}$ B) $\frac{A_0}{32}$ Γ) $\frac{A_0}{25}$

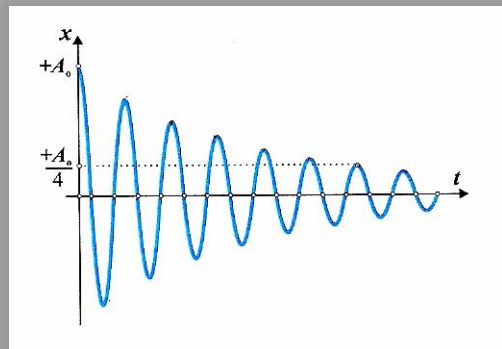
Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

1.E.81. Μηχανικό σύστημα εκτελεί φθίνουσες ταλαντώσεις μικρής απόσβεσης και το πλάτος του δίνεται από τη σχέση: $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ θετική σταθερά. Αν η αρχική ενέργεια της ταλάντωσης είναι E_0 , τότε η απώλεια της ενέργειας του συστήματος στη χρονική διάρκεια από την $t=0$ μέχρι την $t_1 = \frac{2\ln 2}{\Lambda}$ ισούται με:

A) $\frac{E_0}{16}$ B) $\frac{3E_0}{4}$ Γ) $\frac{15E_0}{16}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

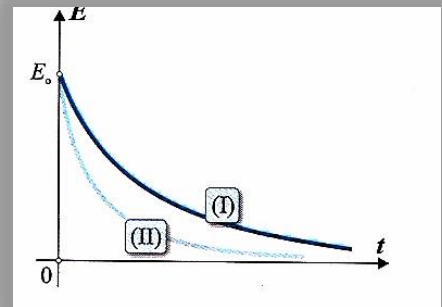
- 1.Ε.82.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης ενός ταλαντωτή από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Το πλάτος της ταλάντωσης μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση: $A = A_0 e^{-\Lambda t}$, όπου A_0 το αρχικό πλάτος της ταλάντωσης και Λ θετική σταθερά. Αν ο χρόνος μεταξύ δυο διαδοχικών μεγίστων απομακρύνσεων ισούται με $1/3 \text{ sec}$, τότε η σταθερά Λ ισούται με:



- i) $\ln 2 \text{ s}^{-1}$ ii) $2 \ln 2 \text{ s}^{-1}$ iii) $0,2 \ln 2 \text{ s}^{-1}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 1.Ε.83.** Σύστημα μάζα- ιδανικό ελατήριο βρίσκεται μέσα σε κλειστό δοχείο, στο οποίο μπορούμε να προσθέτουμε και να αφαιρούμε αέρα με τη βοήθεια μιας αντλίας. Το ελατήριο είναι κατακόρυφο, κρεμασμένο από το πάνω μέρος του δοχείου, και το σώμα είναι δεμένο στο άλλο άκρο του ελατηρίου. Αρχικά η πίεση του αέρα μέσα στο δοχείο ισούται με P_1 και το σύστημα αφήνεται ελεύθερο να εκτελέσει ταλάντωση με αρχική ενέργεια E_0 , οπότε το πλάτος της ταλάντωσης μειώνεται εκθετικά με το χρόνο. Στη συνέχεια, με τη βοήθεια μιας αντλίας, ελαττώνουμε την πίεση σε $P_2 < P_1$ και αφήνουμε πάλι το σώμα να εκτελέσει ταλάντωση με την ίδια αρχική ενέργεια E_0 . Στο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της ενέργειας του ταλαντωτή σε συνάρτηση με το χρόνο για τις δυο πιέσεις P_1 και P_2 .



- A) Η καμπύλη (1) αντιστοιχεί στην πίεση P_1 .

- B) Η καμπύλη (1) αντιστοιχεί στην πίεση P_2 .

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Γ. Εξαναγκασμένη ταλάντωση

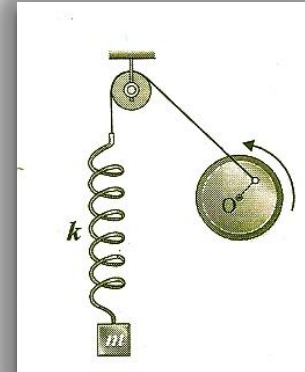
- 1.Ε.84.** Σύστημα μάζα – ελατήριο εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πολύ μικρής απόσβεσης και η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $x = A \eta \mu \omega t$, όπου ω_0 είναι η γωνιακή συχνότητα του διεγέρτη και A το πλάτος της ταλάντωσης.

- A) Αν η γωνιακή ιδιοσυχνότητα του συστήματος μάζα- ελατήριο είναι τετραπλάσια της γωνιακής συχνότητας του διεγέρτη, τότε το πηλίκο της μέγιστης κινητικής ενέργειας προς τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ισούται με: i) $1/4$, ii) $1/8$, iii) $1/16$.

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Να αποδείξετε ότι στην κατάσταση του συντονισμού ($f_s = f_0$) η ενέργεια του συστήματος όταν το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του ισούται με την ενέργεια του συστήματος όταν το σώμα φθάνει σε θέση μέγιστης απομάκρυνσης.

- 1.E.85.** Στο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$ είναι κρεμασμένο μικρό σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$. Το σύστημα ελατήριο- σώμα εξαναγκάζεται να εκτελεί ταλάντωση πολύ μικρής απόσβεσης με τη βοήθεια ενός τροχού, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του μεγιστοποιείται κάθε $0,01\text{s}$.



A) Η συχνότητα του διεγέρτη ισούται με:

- i) 100Hz , ii) 25Hz , iii) 50Hz

B) Το σύστημα:

- i) Βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού.
ii) Δε βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού.

Να επιλέξετε τις σωστές προτάσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

- 1.E.86.** Σώμα μάζας m είναι κρεμασμένο από ελατήριο σταθεράς k και εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση πλάτους A_1 και συχνότητας f_1 . Παρατηρούμε ότι, αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί και γίνει f_2 , το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης είναι πάλι A_1 . Για να γίνει το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης μεγαλύτερο του A_1 , πρέπει η συχνότητα f του διεγέρτη να είναι:

- A) $f > f_2$ B) $f < f_1$ Γ) $f_1 < f < f_2$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές 2004

- 1.E.87.** Απλός αρμονικός ταλαντωτής ελατήριο- μάζα, με σταθερά ελατηρίου $k=100\text{N/m}$ και μάζα $m=1\text{Kg}$ εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με συχνότητα διεγέρτη $f = (8/\pi)\text{Hz}$. Αν η συχνότητα του διεγέρτη αυξηθεί, τότε το πλάτος της ταλάντωσης:

- i) Μειώνεται ii) Αυξάνεται iii) Μένει σταθερό

A) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση

B) Να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές 2013

- 1.E.88.** Μηχανικό σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης με συχνότητα f_1 και πλάτος $A_1=0,2\text{m}$. Μικραίνοντας τη συχνότητα του διεγέρτη παρατηρούμε αύξηση του πλάτους και στη συνέχεια μείωση αυτού μέχρι μια συχνότητα διεγέρτη f_2 για την οποία το πλάτος ισούται ξανά με A_1 . Κατά τη διάρκεια της μείωσης της συχνότητας η μεγαλύτερη διαφορά πλάτους που παρατηρήθηκε σε σχέση με το αρχικό πλάτος A_1 ισούται με $0,15\text{m}$.

A) Το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης του συστήματος όταν αυτό βρίσκεται σε κατάσταση συντονισμού ισούται με: i) $0,45\text{m}$, ii) $0,05\text{m}$, iii) $0,35\text{m}$

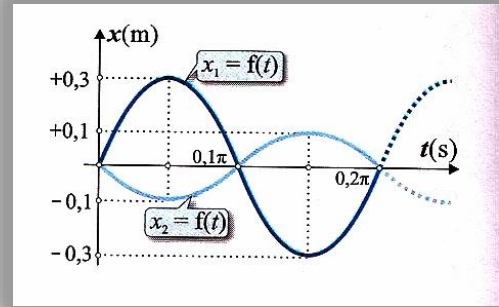
B) Αν αυξήσουμε τη συχνότητα του διεγέρτη από την τιμή f_1 , τότε το πλάτος της εξαναγκασμένης ταλάντωσης:

- i) Θα παραμείνει σταθερό, ii) θα αυξηθεί, iii) Θα μειωθεί

Να επιλέξετε τις σωστές προτάσεις και να δικαιολογήσετε τις επιλογές σας.

Δ. Σύνθεση ταλαντώσεων.

- 1.E.89.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των δυο συνιστωσών ταλαντώσεων που εκτελεί ταυτόχρονα ένας αρμονικός ταλαντωτής και οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας.



A) Οι εξισώσεις των συνιστωσών ταλαντώσεων είναι οι:

i) $x_1 = 0,3\eta\mu 10t$ (S.I) και $x_2 = 0,1\eta\mu(10t + \pi)$ (S.I)

ii) $x_1 = 0,3\eta\mu 20t$ (S.I) και $x_2 = 0,1\eta\mu 20t$ (S.I)

iii) $x_1 = 0,3\eta\mu(10t + \pi)$ (S.I) και $x_2 = -0,1\eta\mu 10t$ (S.I)

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Η εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης είναι η:

i) $x = 0,4\eta\mu 10t$ (S.I) ii) $x = 0,2\eta\mu 10t$ (S.I) iii) $x = 0,1\eta\mu(10t + \pi)$ (S.I)

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 1.E.90.** Σώμα Σ εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο, στην ίδια διεύθυνση, με εξισώσεις:

$x_1 = 5\eta\mu 10t$ (S.I) και $x_2 = 8\eta\mu(10t + \pi)$ (S.I)

Η απομάκρυνση του σώματος κάθε χρονική στιγμή θα δίνεται από την εξίσωση:

A) $x = 3\eta\mu(10t + \pi)$ (S.I) , B) $x_2 = 3\eta\mu 10t$ (S.I) , Γ) $x_2 = 11\eta\mu(10t + \pi)$ (S.I)

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές 2006

- 1.E.91.** Ένα μικρό σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο απλές αρμονικές ταλαντώσεις, με εξισώσεις:

$x_1 = A_1 \eta\mu\omega t$ (S.I) και $x_2 = A_2 \eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$ (S.I)

και με ενέργειες ταλάντωσης E_1 και E_2 αντίστοιχα. Οι ταλαντώσεις γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο και στην ίδια διεύθυνση. Η ενέργεια ταλάντωσης E της σύνθετης ταλάντωσης είναι ίση με:

A) $E = \frac{E_1 + E_2}{2}$

B) $E = E_1 + E_2$

Γ) $E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Επαναληπτικές 2016

- 1.E.92.** Μικρό σώμα μάζας $m=0,2\text{Kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$, οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, έχουν ίσες συχνότητες $f_1=f_2=5/\pi\text{Hz}$ και πλάτη $A_1=0,1\text{m}$ και $A_2=0,2\text{m}$ αντίστοιχα. Τη χρονική στιγμή $t=0$, αν το σώμα εκτελούσε μόνο τη συνιστώσα ταλάντωση $x_1=f(t)$, θα βρισκόταν στη θέση $x_1=+0,1\text{m}$, ενώ εξαιτίας της συνισταμένης ταλάντωσης $x=f(t)$ βρίσκεται στη θέση $x=+0,3\text{m}$.

A) Η διαφορά φάσης μεταξύ των δυο συνιστωσών ταλαντώσεων ισούται με:

i) μηδέν

ii) πrad

iii) $\pi/2\text{rad}$

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

B) Η χρονική εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται το μικρό σώμα είναι:

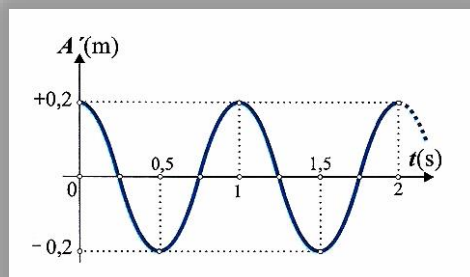
i) $\Sigma F = -20\sigma\upsilon\nu 10t$ (S.I)

ii) $\Sigma F = -6\sigma\upsilon\nu 10t$ (S.I)

iii) $\Sigma F = -6\eta\mu 10t$ (S.I)

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 1.E.92.** Σημειακό αντικείμενο εκτελεί συνισταμένη ταλάντωση που προκύπτει από τη σύνθεση δυο ταλαντώσεων οι οποίες έχουν διαφορετικά πλάτη, ίσε συχνότητες και εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η συνισταμένη ταλάντωση έχει εξίσωση $x=0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{3})$ (S.I) και προηγείται σε φάση της ταλάντωσης $x_1=f(t)$ κατά $\frac{\pi}{3}$ rad. Αν η συνιστώσα ταλάντωση $x_2=f(t)$ έχει εξίσωση $x_2=A_2\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{2})$, τότε η συνιστώσα ταλάντωση $x_1=f(t)$ έχει εξίσωση:
 Α) $x_1=0,1\eta\mu 10t$ (S.I) Β) $x_1=0,1\sqrt{3}\eta\mu(10t - \frac{\pi}{3})$ (S.I) Γ) $x_1=0,2\eta\mu 10t$ (S.I)
 Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.
- 1.E.93.** Μικρό σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο συνιστώσες ταλαντώσεις της μορφής $x_1=A_1\eta\mu\omega t$ και $x_2=A_2\eta\mu(\omega t + \frac{2\pi}{3})$ που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Η μέγιστη ταχύτητα που αποκτά το μικρό σώμα όταν διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του καθώς εκτελεί τη συνισταμένη του ταλάντωση ισούται με τη μέγιστη ταχύτητα που θα αποκτούσε αν εκτελούσε μόνο τη συνιστώσα ταλάντωση $x_1=f(t)$.
 Α) Να αποδείξετε ότι η μέγιστη δύναμη που δέχεται το μικρό σώμα κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσης του ισούται με τη μέγιστη δύναμη που θα δεχόταν αν εκτελούσε μόνο την συνιστώσα ταλάντωση $x_2=f(t)$.
 Β) Η διαφορά φάσης μεταξύ της συνισταμένης ταλάντωσης και της συνιστώσας ταλάντωσης $x_1=f(t)$ ισούται με: i) π rad ii) $\pi/3$ rad iii) $\pi/6$ rad
 Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.
- 1.E.94.** Ένας αρμονικός ταλαντωτής εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$, οι οποίες έχουν ίσες συχνότητες, εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, έχουν διαφορά φάσης φ ($0 \leq \varphi \leq \pi$ rad) και τα πλάτη τους ικανοποιούν τη σχέση $A_1=2A_2$. Η ενέργεια του ταλαντωτή όταν αυτός εκτελεί τη συνισταμένη ταλάντωση ισούται με E , ενώ όταν εκτελεί τις συνιστώσες x_1 και x_2 ξεχωριστά ισούται με E_1 και E_2 αντίστοιχα. Οι τρεις αυτές ενέργειες ικανοποιούν τη σχέση: $E= E_1-E_2$.
 Α) Αν το πλάτος της ταλάντωσης $x_2=f(t)$ ισούται με $A_2= 0,2m$, τότε το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης ισούται με: i) $0,2m$, ii) $0,4m$, iii) $0,2\sqrt{3}m$
 Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.
 Β) Η διαφορά φάσης μεταξύ της συνιστώσας ταλάντωσης $x_1=f(t)$ και της συνισταμένης ταλάντωσης $x=f(t)$ ισούται με: i) 30° ii) 60° iii) 90°
 Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.
- 1.E.95.** Ένα σώμα εκτελεί ταυτόχρονα δυο συνιστώσες ταλαντώσεις $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$, ίσου πλάτους και μηδενικής αρχικής φάσης, οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και έχουν παραπλήσιες συχνότητες f_1, f_2 με $f_1 > f_2$. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση του μεγέθους A' σε συνάρτηση με το χρόνο για τη συνισταμένη ταλάντωση $x=A'\eta\mu 200\pi t$ (S.I) που εκτελεί το σώμα. Οι δυο συνιστώσες ταλαντώσεις έχουν εξισώσεις:
 Α) $x_1=0,1\eta\mu 202\pi t$ (S.I) και $x_2=0,1\eta\mu 198\pi t$ (S.I)



Β) $x_1 = 0,2\eta\mu 200\pi t$ (S.I) και $x_2 = 0,2\eta\mu 198\pi t$ (S.I)

Γ) $x_1 = 0,1\eta\mu 202\pi t$ (S.I) και $x_2 = 0,1\eta\mu 200\pi t$ (S.I)

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

- 1.E.96.** Ένα σώμα μετέχει σε δυο αρμονικές ταλαντώσεις ίδιας διεύθυνσης που γίνονται γύρω από το ίδιο σημείο με το ίδιο πλάτος και γωνιακές συχνότητες, που διαφέρουν πολύ λίγο. Οι εξισώσεις των δυο ταλαντώσεων είναι:

$x_1 = 0,2\eta\mu 998\pi t$ (S.I) και $x_2 = 0,2\eta\mu 1002\pi t$ (S.I)

Ο χρόνος ανάμεσα σε δυο διαδοχικούς μηδενισμούς του πλάτους της ιδιόμορφης ταλάντωσης (διακροτήματος) του σώματος είναι: Α) 2s Β) 1s Γ) 0,5s

Να επιλέξετε τη σωστή πρόταση και να δικαιολογήσετε την επιλογή σας.

Πανελλήνιες 2008

- 1.E.97.** Κατά τη σύνθεση δυο απλών αρμονικών ταλαντώσεων με παραπλήσιες συχνότητες f_1, f_2 , ίδιας διεύθυνσης και ίδιου πλάτους, που γίνονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας, με $f_1 > f_2$, παρουσιάζονται διακροτήματα με περίοδο διακροτήματος $T_\Delta = 2s$. Αν κατά τη διάρκεια του χρόνου αυτού πραγματοποιούνται 200 πλήρεις ταλαντώσεις οι συχνότητες f_1 και f_2 είναι:

Α) $f_1 = 200,5\text{Hz}$, $f_2 = 200\text{Hz}$.

Β) $f_1 = 100,25\text{Hz}$, $f_2 = 99,75\text{Hz}$.

Γ) $f_1 = 50,2\text{Hz}$, $f_2 = 49,7\text{Hz}$.

Πανελλήνιες 2014

1^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: «ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ»

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

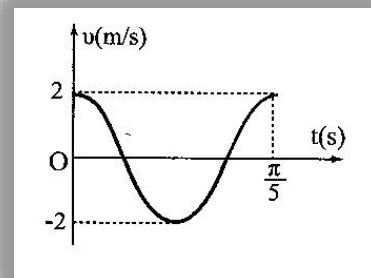
A. Εξισώσεις κίνησης – προσδιορισμός αρχικής φάσης- ρυθμοί μεταβολής

1.1. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. χωρίς αρχική φάση, με πλάτος 0,2m και κυκλική συχνότητα π rad/s. Να βρείτε:

- A) Την εξίσωση θέσης- χρόνου $x=f(t)$, την περίοδο και τη συχνότητα της ταλάντωσης.
 B) Την εξίσωση ταχύτητας- χρόνου.
 Γ) Την εξίσωση επιτάχυνσης – χρόνου.
 Δ) Την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση την $t=T/2$.
 [ΑΠ: A) $x=0,2\eta\mu\pi t$ (S.I), B) $v=0,2\pi\sigma\upsilon\nu\pi t$ (S.I), Γ) $a=-2\eta\mu\pi t$ (S.I), Δ) $x=0$, $v=-0,2\text{m/s}$, $a=0$]

1.2. Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση ταχύτητας- χρόνου ενός σώματος μάζας $m=0,2\text{kg}$ που κάνει α.α.τ. χωρίς αρχική φάση. Να βρείτε:

- A) Την εξίσωση $x=f(t)$ θέσης- χρόνου.
 B) Την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t=\frac{\pi}{30}\text{s}$.
 Γ) Την επιτάχυνση του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{\pi}{60}\text{s}$.
 Δ) Την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς με το χρόνο.
 [ΑΠ: A) $x=0,2\eta\mu 10t$ (S.I), B) $v=1\text{m/s}$, Γ) $a=-10\text{m/s}^2$, Δ) $F=-4\eta\mu 10t$ (S.I)]



1.3. Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. με περίοδο $T=(\pi/10)\text{s}$ και σταθερά επαναφοράς $D=4\text{N/m}$. Τη στιγμή $t_0=0$ το σώμα βρίσκεται στη Θ.Ι. και κινείται θετικά. Αν η απόσταση μεταξύ των ακραίων θέσεων της ταλάντωσης είναι $d=1,4\text{m}$ να βρείτε:

- A) Τη μάζα του σώματος
 B) Την εξίσωση $x=f(t)$ θέσης – χρόνου.
 Γ) Τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης
 Δ) Τη μέγιστη τιμή της δύναμης επαναφοράς και το πηλίκο a/v ως συνάρτηση του χρόνου στο (S.I).
 [ΑΠ: A) 0,01Kg, B) $0,7\eta\mu 20t$ (S.I), Γ) 14m/s , Δ) $2,8\text{N}$, $\frac{a}{v} = -20\varepsilon\phi 20t$]

1.4. Ένα υλικό σημείο εκτελεί α.α.τ. στον άξονα $\chi\text{O}\chi$ με θέση ισορροπίας το και σταθερά επαναφοράς $D=40\text{N/m}$. Η εξίσωση της δύναμης επαναφοράς είναι:

$$F = -8\eta\mu(2\pi t + \pi) \text{ (S.I)} \quad (1)$$

Για τη χρονική στιγμή $t = \frac{T}{12}$ να βρείτε:

- A) Τη θέση του υλικού σημείου
 B) Την κατεύθυνση της κίνησης

Γ) Στο σημείο αυτό επιταχύνεται ή επιβραδύνεται; Να βρείτε την τιμή της επιτάχυνσης ή επιβράδυνσης

Δ) Η κινητική ενέργεια του υλικού σημείου είναι μεγαλύτερη, ίση ή μικρότερη από τη δυναμική ενέργεια και πόσο;

Δίνονται: $\pi^2=10$, ημ $\frac{7\pi}{6} = -\frac{1}{2}$ συν $\frac{7\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

[ΑΠ: Α)-0,1m, Β)- $\frac{\pi\sqrt{3}}{2}$ m/s<0, Γ) $\alpha=+4$ m/s, επιβράδυνση, Δ)K=0,6J,U=0,2J]

- 1.5.** Υλικό σημείο μάζας m κάνει α.α.τ. Οι εξισώσεις της επιτάχυνσης και της δύναμης επαναφοράς με την απομάκρυνση x είναι αντίστοιχα:

$A = -400x$ (S.I) (1) και $F = -100x$ (S.I) (2) με $-A \leq x \leq A$

Το μέτρο της μέγιστης δύναμης επαναφοράς είναι $F_{\max} = 10$ N. Τη στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και κινείται προς τη θετική κατεύθυνση.

Να υπολογίσετε:

Α) Τη μάζα m του σώματος, την περίοδο T και το πλάτος A της ταλάντωσης.

Β) Τις εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο.

Γ) Το ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή $t = \frac{\pi}{120}$ s.

Δ) Το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος, όταν βρίσκεται στη θέση $x = -0,05$ m

[ΑΠ: Α) 0,25Kg, $\pi/10$ s, 0,1m, Β) $x=0,1\eta\mu 20t$ (S.I), $v=2\sigma\upsilon\nu 20t$ (S.I), $\alpha=-40\eta\mu 20t$ (S.I) Γ) -5N, Δ) 20m/s^2]

- 1.6.** Ένα σώμα εκτελεί α.α.τ. με αρχική φάση. Να βρείτε την αρχική φάση ϕ_0 αν για $t=0$

είναι: Α) $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}A$ και $v > 0$ και Β) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}A$ και $v < 0$.

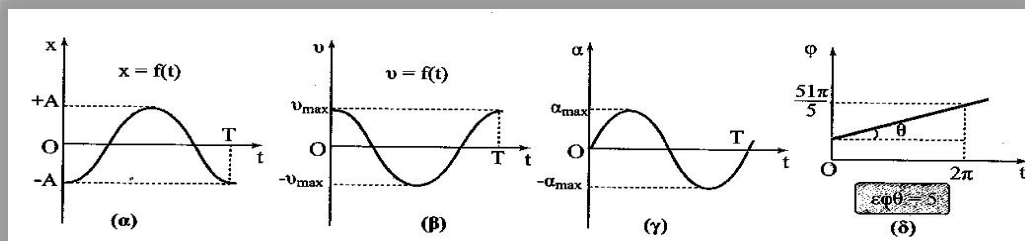
[ΑΠ: Α) $\phi_0 = 7\pi/4$ rad, Β) $\phi_0 = 2\pi/3$ rad]

- 1.7.** Ένα σώμα κάνει α.α.τ. και η εξίσωση απομάκρυνσης – χρόνου είναι $x=A\eta\mu(\omega + \phi_0)$.

Να βρείτε την αρχική φάση ϕ_0 αν την $t=0$ το σώμα έχει: $v = -\frac{\sqrt{3}}{2}v_{\max}$.

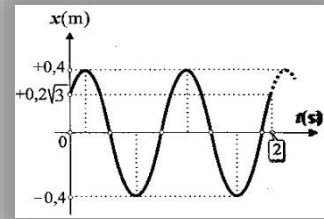
[ΑΠ: $\phi_0 = 7\pi/6$ rad]

- 1.8.** Να υπολογίσετε την αρχική φάση μιας α.α.τ. σε κάθε μια από τις περιπτώσεις των παρακάτω διαγραμμάτων:



[ΑΠΑ (α) $\phi_0 = 3\pi/2$ rad (β) $\phi_0 = 0$ (γ) $\phi_0 = \pi$ rad (δ) $\phi_0 = \pi/5$ rad]

- 1.9.** Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ κάνει α.α.τ. Η εξίσωση απομάκρυνσης- χρόνου από τη θέση ισορροπίας είναι: $x=0,1\sin 20t$ (S.I) (1)
 Α) Να δικαιολογήσετε ότι υπάρχει αρχική φάση ϕ_0 και να την υπολογίσετε.
 Β) Να γράψετε την εξίσωση ταχύτητας- χρόνου.
 Γ) Να υπολογίσετε τη μέγιστη δύναμη επαναφοράς $F_{\max}$.



Δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής dp/dt της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή, $t= T/12$ όπου T η περίοδος ταλάντωσης του σώματος.

Δίνεται: $\eta\mu \frac{2\pi}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

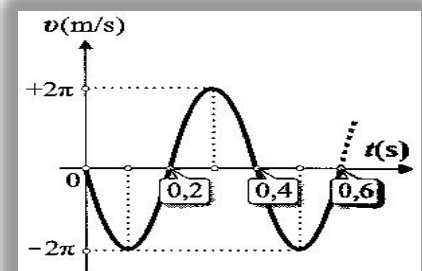
[ΑΠ: Α) $\phi_0=\pi/2$, Β) $v=2\sin(20t + \frac{\pi}{2})$ (S.I), Γ) 40N , Δ) $-20\sqrt{3}\text{N}$]

- 1.10.** Σημειακό αντικείμενο εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0,6\text{m}$ και συχνότητας $f=10\text{Hz}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του με θετική ταχύτητα. Να υπολογίσετε την ελάχιστη χρονική διάρκεια κίνησης:
 Α) από τη θέση ισορροπίας του με $v > 0$ μέχρι τη θέση απομάκρυνσης $+0,3\text{m}$.
 Β) από τη θέση απομάκρυνσης $+0,6\text{m}$ μέχρι τη θέση απομάκρυνσης $-0,3\sqrt{3}\text{m}$.
 [ΑΠ: Α) $1/120\text{s}$, Β) $1/24\text{s}$]

- 1.11.** Η α.α.τ που εκτελεί ένα σώμα έχει πλάτος $A=0,2\text{m}$ και για να μεταβεί το σώμα από τη θέση $x_1=+0,1\text{m}$ με θετική ταχύτητα στη θέση $x_2=-0,1\sqrt{3}\text{m}$ με αρνητική ταχύτητα χρειάζεται χρόνο $\Delta t=7/30\text{s}$. Να υπολογίσετε τη χρονική διάρκεια μεταξύ δυο διαδοχικών μηδενισμών της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.
 [ΑΠ: $0,2\text{s}$]

- 1.12.** Η χρονική μεταβολή της ταχύτητας ενός σώματος μάζας $m=2\text{Kg}$, το οποίο εκτελεί α.α.τ περιόδου T και πλάτους A , φαίνεται στο διπλανό σχήμα.
 Α) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης τις χρονικές στιγμές που το σώμα απέχει από την ακραία θέση της ταλάντωσής του απόσταση $d_1=0,1\text{m}$.
 Β) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων για τη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow 2T$.
 Δίνεται για τις πράξεις: $\pi^2=10$.
 [ΑΠ: Α) $22,5\text{J}$, Β) $U=40\sin^2 5\pi t$ (S.I.)]

- 1.13.** Μικρό σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ εκτελεί α.α.τ. και η απομάκρυνσή του από τη θέση ισορροπίας μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη διπλανή γραφική παράσταση
 Α) Να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης.
 Β) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα σε συνάρτηση

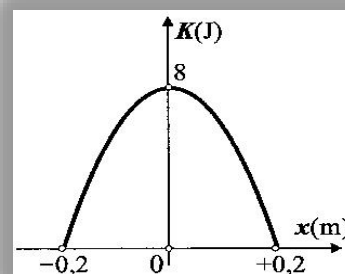


με την απομάκρυνση x και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες.

Δίνεται για τις πράξεις: $\pi^2 = 10$.

[ΑΠ: Α) $\phi_0 = \pi/3$, Β) $\Sigma F = -80x$ (S.I) με $-0,4\text{m} \leq x \leq +0,4\text{m}$]

- 1.14.** Στο επόμενο σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας για ένα σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ που εκτελεί α.α.τ. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα κινείται προς τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $u=+2\text{m/s}$.



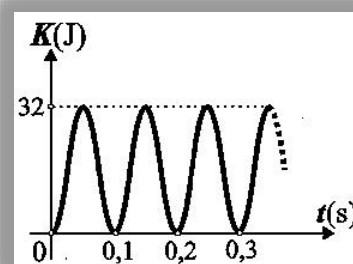
Α) Να υπολογίσετε το μέγιστο ρυθμό μεταβολής της ορμής του σώματος.

Β) Να βρείτε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του την $t=0$.

Γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της κινητικής ενέργειας του σώματος.

[ΑΠ: Α) 80N , Β) $x = -0,1\sqrt{3}\text{m}$, Γ) $K=8\sin^2(20t + \frac{5\pi}{3})$ (S.I)]

- 1.15.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται η γραφική παράσταση της κινητικής ενέργειας σε συνάρτηση με το χρόνο για ένα σώμα το οποίο εκτελεί α.α.τ. Τη χρονική στιγμή



$t_1 = 0,1\text{s}$ το σώμα βρίσκεται στην ακραία αρνητική του θέση έχοντας επιτάχυνση μέτρου 800m/s^2 .

Α) Να υπολογίσετε τον αριθμό των ταλαντώσεων που εκτελεί το σώμα σε χρονική διάρκεια 1s .

Β) Να βρείτε το διάστημα που διένυσε το σώμα από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,3\text{s}$.

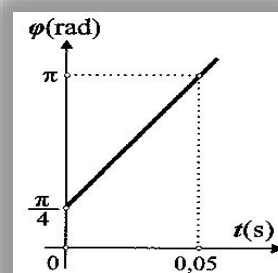
Γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

Δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή που περνά για πρώτη φορά από τη θέση $x = -0,4\text{m}$.

Δίνεται για τις πράξεις: $\pi^2 = 10$.

[ΑΠ: Α) $N=5\text{ταλ.}$, Β) $4,8\text{m}$, Γ) $x=0,8\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{3})$ (S.I), Δ) $-4\pi\sqrt{3}\text{ m/s}$]

- 1.16.** Υλικό σημείο μάζας $m=0,04\text{Kg}$ εκτελεί α.α.τ., φάση της οποίας μεταβάλλεται με το χρόνο όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Η μέγιστη (κατ' απόλυτη τιμή) μεταβολή που μπορεί να υποστεί η κινητική ενέργεια του υλικού σημείου κατά την κίνησή του μεταξύ δυο θέσεων της ταλάντωσής του ισούται με $1,8\text{J}$.



Α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα της ταλάντωσης.

Β) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του υλικού σημείου.

Γ) Να βρείτε το πηλίκο της κινητικής ενέργειας του υλικού σημείου προς τη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσής του τις στιγμές που η συνισταμένη δύναμη την οποία δέχεται έχει μέτρο 4,5J.

Δίνεται για τις πράξεις: $\pi^2 = 10$.

[ΑΠ: Α) $15\pi \text{ rad/s}$, Β) $x = 0,2\eta\mu(15\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (S.I.)}$, $u = 3\pi \sigma\upsilon\nu(15\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (S.I.)}$,

$a = -450\eta\mu(15\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ (S.I.)}$, Γ) 15]

- 1.17.** Ένα σώμα μάζας $m = 5 \text{ kg}$ εκτελεί α.α.τ. με εξίσωση απομάκρυνσης $x = A\eta\mu(\omega t + \frac{\pi}{3})$ (S.I.). Τη χρονική στιγμή $t_1 = 1,5 \text{ s}$ η φάση της ταλάντωσης του σώματος ισούται με $\frac{10\pi}{3} \text{ rad}$ και η ταχύτητά του ισούται με $-50\pi \text{ cm/s}$.

Α) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της φάσης της ταλάντωσης.

Β) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος μεταξύ δυο διαδοχικών μηδενισμών της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης του.

Δ) Να γράψετε τις εξισώσεις $U = f(x)$, $K = f(x)$ και $E_T = f(x)$ και να σχεδιάσετε τις γραφικές τους παραστάσεις σε κοινό σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Δίνεται για τις πράξεις: $\pi^2 = 10$.

[ΑΠ: Α) $2\pi \text{ rad/sec}$, Β) $u = \pi \sigma\upsilon\nu(2\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (S.I.)}$, $a = -20\eta\mu(2\pi t + \frac{\pi}{3}) \text{ (S.I.)}$, Γ) 0,5s,

Δ) $U = 100x^2 \text{ (S.I.)}$, $K = 25 - 100x^2 \text{ (S.I.)}$, $-0,5 \text{ m} \leq x \leq +0,5 \text{ m}$, $E_T = 25 \text{ J}$]

- 1.18.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις απομάκρυνσης-χρόνου για δυο ανεξάρτητες μεταξύ τους ταλαντώσεις (1) και (2) που εκτελούν δυο σώματα μάζας $m_1 = 3 \text{ Kg}$ και $m_2 = 2 \text{ Kg}$ αντίστοιχα.

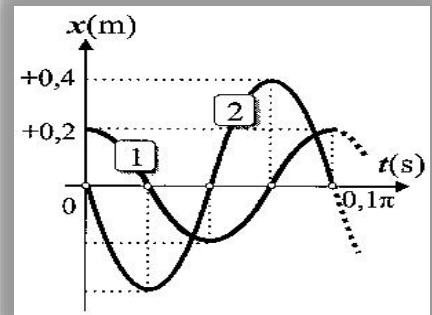
Α) Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης κάθε σώματος.

Β) Να γράψετε τις εξισώσεις ταχύτητας – χρόνου για τα δυο σώματα και να σχεδιάσετε τις γραφικές παραστάσεις σε κοινό σύστημα βαθμολογημένων αξόνων.

Γ) Κάποια χρονική στιγμή το σώμα μάζας m_1 περνά από τη θέση $x_1 = +0,1 \text{ m}$ με $u_1 < 0$. Να υπολογίσετε για την ίδια χρονική στιγμή την απομάκρυνση x_2 και την ταχύτητα u_2 του σώματος μάζας m_2 .

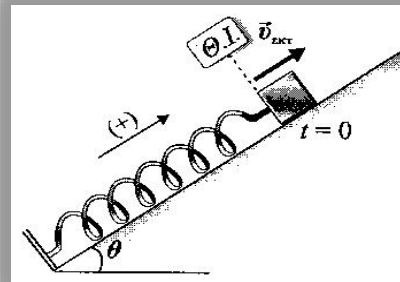
[ΑΠ: Α) $E_1 = 24 \text{ J}$, $E_2 = 64 \text{ J}$, Β) $u_1 = 4\sigma\upsilon\nu(20t + \frac{\pi}{2}) \text{ (S.I.)}$, $u_2 = 8\sigma\upsilon\nu(20t + \pi) \text{ (S.I.)}$,

Γ) $-0,2\sqrt{3} \text{ m}$, -4 m/s]



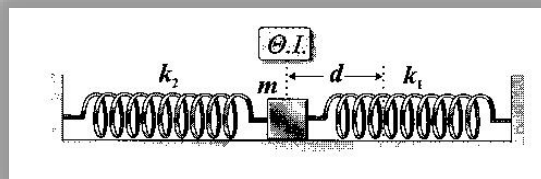
B. Σύστημα μάζα- ελατήριο (χωρίς κρούση)

- 1.19.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σώμα μάζας $m=4\text{Kg}$ που ισορροπεί σε λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\theta=30^\circ$, δεμένο στο ένα άκρο ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τη χρονική στιγμή $t=0$ εκτοξεύουμε το σώμα με ταχύτητα παράλληλη στο κεκλιμένο επίπεδο, οπότε αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0,2\text{m}$ και συχνότητας $f=5/\pi\text{Hz}$.



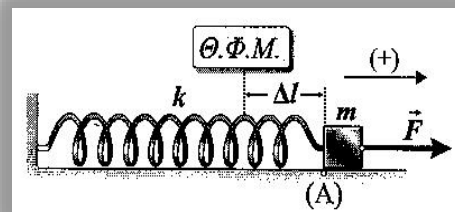
- A) Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης.
B) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της ταχύτητας του σώματος, θεωρώντας θετική φορά τη φορά της ταχύτητας εκτόξευσης.
Γ) Να βρείτε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτά το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος.
Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. [ΑΠ: A) 8J, B) $v=2\sin 10t$ (S.I), Γ) 12,5J]

- 1.20.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δυο ελατήρια (1) και (2) με σταθερές $k_1=600\text{N/m}$ και k_2 αντίστοιχα, τα οποία βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και τα ελεύθερα άκρα τους είναι δεμένα με σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ που ισορροπεί σε λείο οριζόντιο επίπεδο. Εκτρέπουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του κατά $d=0,2\text{m}$ στη διεύθυνση των δυο ελατηρίων και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση αυτή. Το σώμα αρχίζει να κινείται και σταματά στιγμιαία για πρώτη φορά μετά τη $t=0$ τη χρονική στιγμή $t_1=0,05\pi\text{s}$.



- A) Να αποδείξετε ότι το σώμα εκτελεί α.α.τ.
B) Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα από το ελατήριο (2) όταν το ελατήριο (1) είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta l=0,15\text{m}$.
Γ) Να βρείτε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τις χρονικές στιγμές που το ελατήριο (2) έχει δυναμική ενέργεια 2J.
[ΑΠ: B) 30N, Γ) 320J/s]

- 1.21.** Ένα σώμα μάζας $m=0,5\text{Kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα ισορροπεί ακίνητο στη θέση A που φαίνεται στο σχήμα, με τη βοήθεια οριζόντιας δύναμης μέτρου $F=20\text{N}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ καταργούμε ακαριαία τη δύναμη F , οπότε το



σώμα αρχίζει να κινείται χωρίς τριβές πάνω στο οριζόντιο δάπεδο και εκτελεί α.α.τ. με περίοδο T .

A) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος.

B) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος θεωρώντας ως θετική τη φορά της δύναμης F .

Γ) Να υπολογίσετε την κινητική ενέργεια του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = T/6$.

Δ) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή $t_2 = T/4$.

[ΑΠ: A) $0,1\text{m}$, B) $x=0,1\mu(20t+\frac{\pi}{2})$ (S.I), $u=2\sigma\sigma\nu(20t+\frac{\pi}{2})$ (S.I), $a=-40\mu(20t+\frac{\pi}{2})$ (S.I),

Γ) $0,75\text{J}$, Δ) 1J]

- 1.22.** Σώμα μάζας $m=16\text{kg}$ είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην οροφή. Μετακινούμε κατακόρυφα το σώμα μέχρι τη Θ.Φ.Μ του ελατηρίου και τη χρονική στιγμή $t=0$ το εκτοξεύουμε από τη θέση όπου το εκτρέψαμε με κατακόρυφη ταχύτητα $u_{\text{εκτ}}$ και με φορά προς τα πάνω. Η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα είναι $U_{\text{max}}=128\text{J}$.

A) Να αποδείξετε ότι το σώμα μετά την εκτόξευσή του θα κάνει α.α.τ. και να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης.

B) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας εκτόξευσης.

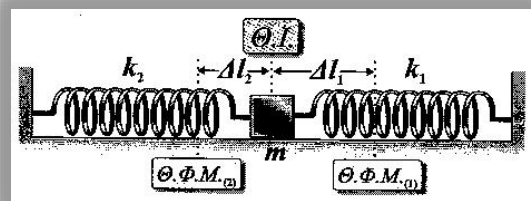
Γ) Να βρείτε τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από το σημείο εκτόξευσης για 1^η φορά μετά την $t=0$.

Δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της ταχύτητας του σώματος τη χρονική στιγμή που η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου αποκτά για 1^η φορά μετά την $t=0$ την τιμή 32J .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε τις τριβές αμελητέες.

[ΑΠ: A) $0,8\text{m}$, B) $2\sqrt{3}\text{ m/s}$, Γ) $t_1=2\pi/15\text{sec}$, Δ) -20m/s^2]

- 1.23.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται σώμα μάζας $m=1\text{kg}$ που αρχικά ισορροπεί δεμένο σε δυο ελατήρια με σταθερές $k_1=100\text{N/m}$ και $k_2=300\text{N/m}$, τα οποία βρίσκονται σε επιμήκυνση κατά ΔL_1 και ΔL_2 αντίστοιχα. Εκτρέπουμε το σώμα προς τα δεξιά πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο μέχρι το ελατήριο k_1 να έρθει στο φυσικό του μήκος. Για να διατηρήσουμε το σώμα ακίνητο στη θέση αυτή, του ασκούμε οριζόντια δύναμη μέτρου $F=120\text{N}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνουμε το σώμα ελεύθερο να κινηθεί, καταργώντας ακαριαία τη δύναμη F .



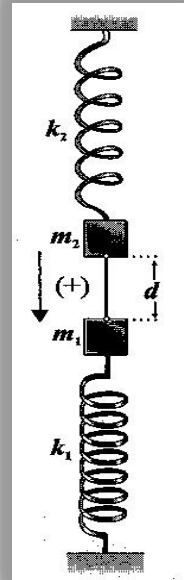
A) Να αποδείξετε ότι η κίνηση του σώματος είναι α.α.τ. και να βρείτε τη σταθερά της ταλάντωσης.

B) Να υπολογίσετε την ενέργεια της ταλάντωσης.

Γ) Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή που το ελατήριο σταθεράς k_2 βρίσκεται σε επιμήκυνση $0,2\text{m}$ και το σώμα κινείται προς τη μέγιστη θετική του απομάκρυνση.

[ΑΠ: Α) 400N/m , Β) 18J , Γ) $-160\sqrt{2}\text{J/s}$]

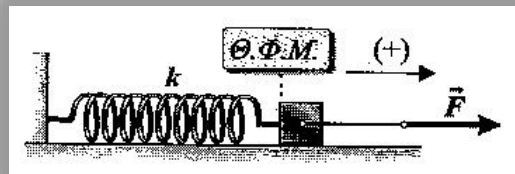
- 1.24.** Στο διπλανό σχήμα το σώμα μάζας $m_1=4\text{Kg}$ είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου (1) σταθεράς $k_1=100\text{N/m}$, ενώ το σώμα μάζας $m_2=1\text{Kg}$ είναι δεμένο στο άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k_2=400\text{N/m}$. Τα δυο σώματα είναι συνδεδεμένα με αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $d=0,1\text{m}$ και το σύστημα ισορροπεί με το ελατήριο (1) επιμηκυμένο κατά $\Delta L_1=0,4\text{m}$ και με το ελατήριο (2) επιμηκυμένο κατά ΔL_2 . Κάποια στιγμή που τη θεωρούμε ως $t=0$ κόβουμε το νήμα, οπότε τα δυο σώματα εκτελούν ανεξάρτητες μεταξύ τους α.α.τ. Α) Να υπολογίσετε τις συχνότητες της ταλάντωσης των δυο σωμάτων.



- Β) Να βρείτε πόσο απέχουν μεταξύ τους τα δυο σώματα τη στιγμή που η ταχύτητα του σώματος m_1 μηδενίζεται για 1^η φορά μετά την $t=0$.
 Γ) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που τα δυο σώματα θα απέχουν μεταξύ τους απόσταση d για 1^η φορά μετά την $t=0$.
 Δ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος μάζας m_2 από τη θέση ισορροπίας του, θεωρώντας ως θετική φορά προς τα κάτω. Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε τις τριβές αμελητέες.

[ΑΠ: Α) $2,5/\pi\text{Hz}$, $10/\pi\text{Hz}$, Β) $1,7\text{m}$, Γ) $0,4\pi\text{sec}$, Δ) $x=0,2\eta\mu(20t + \frac{\pi}{2})$, (S.I.)]

- 1.25.** Το σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ του διπλανού σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, που αρχικά βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, και ισορροπεί ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Στο σώμα είναι δεμένο αβαρές νήμα, το οποίο διατηρείται οριζόντιο και έχει όριο θραύσης 23N . Ασκούμε στο άκρο του νήματος οριζόντια δύναμη F με μέτρο που μεταβάλλεται με την απομάκρυνση x του σώματος από τη θέση ισορροπίας του σύμφωνα με τη σχέση $F=17+20x$ (S.I), οπότε το σώμα ξεκινά να κινείται προς τα δεξιά (θετική φορά). Κάποια στιγμή το νήμα κόβεται. Θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή που κόβεται το νήμα:



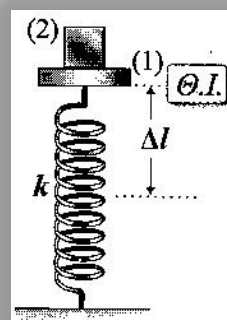
- Α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος τη στιγμή $t=0$.
 Β) Να βρείτε το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα μετά τη θραύση του νήματος.
 Γ) Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που το σώμα θα ακινητοποιηθεί για δεύτερη φορά μετά το κόψιμο του νήματος.

Δ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση το ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος μετά τη χρονική στιγμή $t=0$.

[ΑΠ: Α) $\sqrt{3} \text{ m/s}$, Β) $0,2\sqrt{3} \text{ m}$, Γ) $7\pi/60\text{s}$, Δ) $-60\eta\mu(20t+\frac{2\pi}{3})$, (S.I.)]

Γ. Χάσιμο επαφής

- 1.26.** Το σώμα (1) μάζας $m_1=0,5\text{Kg}$ το σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο. Πάνω στο σώμα (1) έχουμε ακουμπήσει σώμα (2) μάζας $m_2=3,5\text{kg}$ και το σύστημά τους ισορροπεί. Μετακινούμε κατακόρυφα προς τα κάτω τα δυο σώματα, συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά $\Delta L = 0,2\text{m}$, και στη συνέχεια τα αφήνουμε ελεύθερα να κινηθούν από τη θέση που τα μετακινήσαμε χωρίς να τους δώσουμε αρχική ταχύτητα.



Α) Να υπολογίσετε την ταχύτητα των δυο σωμάτων τη χρονική στιγμή που διέρχονται από τη θέση ισορροπίας.

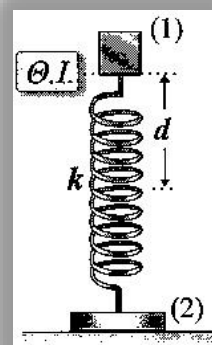
Β) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης που δέχεται το σώμα (2) από το σώμα (1) σε συνάρτηση με την απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας μέχρι τη θέση όπου χάνεται η επαφή των δυο σωμάτων και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες.

Γ) Να υπολογίσετε το μέγιστο ύψος που θα φτάσει το σώμα (2) πάνω από το σημείο όπου χάνει την επαφή του με το σώμα (1).

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Οι τριβές είναι αμελητέες.

[ΑΠ: Α) 2m/s , Β) $N=35-350y$, $-0,2\text{m} \leq y \leq +0,1\text{m}$, Γ) $0,15\text{m}$]

- 1.27.** Στο διπλανό σχήμα φαίνονται δυο σώματα (1) και (2) με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=3\text{kg}$, που είναι συνδεδεμένα με κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Το σώμα (2) ακουμπά στο δάπεδο, ενώ το σώμα (1) ισορροπεί δεμένο στο άκρο του ελατηρίου. Εκτρέπουμε το σώμα (1) κατακόρυφα προς τα κάτω κατά d από τη θέση ισορροπίας του και στη συνέχεια το αφήνουμε να κινηθεί από τη θέση που το εκτρέψαμε.



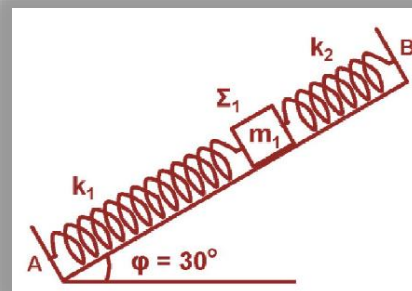
Α) Να υπολογίσετε τη μέγιστη τιμή της εκτροπής d ώστε το σώμα (2) να μη χάνει την επαφή του με το δάπεδο.

Β) Αν η εκτροπή d ισούται με αυτή που υπολογίσατε στο (Α) ερώτημα, να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης που δέχεται το σώμα (2) από το δάπεδο τη στιγμή που η ταχύτητα του σώματος (1) έχει μέτρο $\sqrt{7}\text{m/s}$.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$. Οι τριβές είναι αμελητέες.

[ΑΠ: Α) $0,5\text{m}$, Β) 70N]

1.28. Λείο κεκλιμένο επίπεδο έχει γωνία κλίσης $\varphi=30^\circ$. Στα σημεία A και B στερεώνουμε τα άκρα δυο ιδανικών ελατηρίων με σταθερές $k_1=60\text{N/m}$ και $k_2=140\text{N/m}$ αντίστοιχα. Στα ελεύθερα άκρα των ελατηρίων, δένουμε σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{Kg}$ και το κρατάμε στη θέση όπου τα ελατήρια έχουν το φυσικό τους μήκος (όπως φαίνεται στο σχήμα). Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ αφήνουμε το σώμα Σ_1 ελεύθερο.



A) Να αποδείξετε ότι το σώμα Σ_1 εκτελεί α.α.τ.

B) Να γράψετε τη σχέση που δίνει την απομάκρυνση του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο. Να θεωρήσετε θετική φορά από το A προς το B.

Κάποια χρονική στιγμή που το σώμα Σ_1 βρίσκεται στην αρχική του θέση, τοποθετούμε πάνω του (χωρίς αρχική ταχύτητα) ένα άλλο σώμα Σ_2 μικρών διαστάσεων μάζας $m_2=6\text{Kg}$. Το σώμα Σ_2 δεν ολισθαίνει πάνω στο σώμα Σ_1 λόγω της τριβής που δέχεται από αυτό. Το σύστημα των δυο σωμάτων κάνει α.α.τ.

Γ) Να βρείτε τη σταθερή επαναφοράς της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .

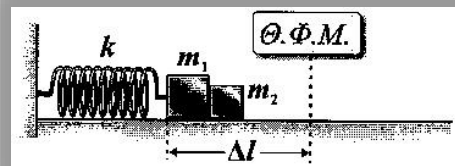
Δ) Να βρείτε τον ελάχιστο συντελεστή οριακής στατικής τριβής που πρέπει να υπάρχει μεταξύ των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 να μην ολισθαίνει σε σχέση με το Σ_1 .

Δίνονται: $\sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{1}{2}$, $g=10\text{m/s}^2$.

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ 2012

[ΑΠ: A) $D=k_1+k_2$, B) $x=0,05\eta\mu(10t+\frac{\pi}{2})$, (S.I), Γ) 150N/m , Δ) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$]

1.29. Στο διπλανό σχήμα το σώμα μάζας $m_1=1\text{Kg}$ είναι δεμένο σε οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $k=400\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου έχει στερεωθεί σε ακλόνητο σημείο. Το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta L=0,2\text{m}$ και το σώμα μάζας m_1 κρατείται ακίνητο, έχοντας τοποθετήσει δίπλα του και σε επαφή με αυτό ένα δεύτερο σώμα μάζας $m_2=3\text{kg}$. Αφήνουμε ελεύθερο το σύστημα να κινηθεί πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Να υπολογίσετε:



A) Μετά από πόσο χρόνο από τη στιγμή που αφέθηκε ελεύθερο το σύστημα το σώμα μάζας m_2 θα χάσει την επαφή του με το σώμα μάζας m_1 .

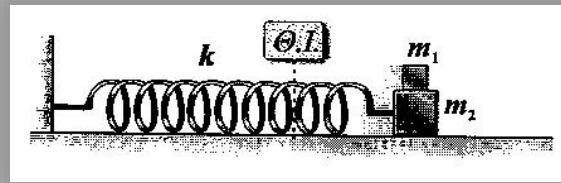
B) Το πλάτος της ταλάντωσης του σώματος μάζας m_1 μετά το χάσιμο της επαφής του με το σώμα μάζας m_2 .

Γ) Την απόσταση των δυο σωμάτων τη χρονική στιγμή που το σώμα μάζας m_1 σταματά για 1^η φορά μετά τη στιγμή που το σύστημα αφέθηκε ελεύθερο.

Δίνεται για τις πράξεις: $\pi=3,14$. Οι διαστάσεις των σωμάτων θεωρούνται αμελητέες.

[ΑΠ: A) $0,05\pi\text{s}$, B) $0,1\text{m}$, Γ) $0,057\text{m}$]

- 1.30.** Το σώμα μάζας $m_1=1\text{Kg}$ του διπλανού σχήματος βρίσκεται πάνω σε σώμα μάζας $m_2=3\text{Kg}$ και το σύστημά τους εκτελεί α.α.τ πλάτους A πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο με τη βοήθεια οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$. Οι επιφάνειες



των δυο σωμάτων είναι τραχιές και ο συντελεστής στατικής τριβής για τις δυο αυτές επιφάνειες ισούται με $\mu_s=1$. Τα δυο σώματα εκτελούν πλήρεις ταλαντώσεις ακίνητα σχετικά το ένα ως προς το άλλο, αλλά υπάρχουν δυο σημεία K και Λ της ταλάντωσής τους όπου το σώμα μάζας m_1 μόλις που δε γλιστρά σε σχέση με το m_2 . Να υπολογίσετε:

A) Την απόσταση των δυο σημείων K και Λ .

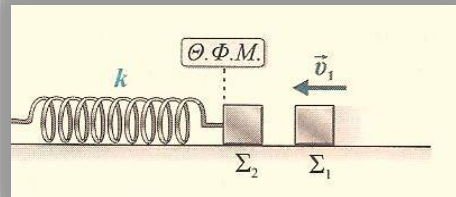
B) Το μέτρο της στατικής τριβής που δέχεται το σώμα μάζας m_1 τη στιγμή που η ταχύτητα του συστήματος των δυο σωμάτων ισούται με 1m/s .

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$.

[ΑΠ: A) $0,8\text{m}$, B) $5\sqrt{3}\text{N}$]

Δ. Ελατήριο και κρούση.

- 1.31.** Ένα μικρό σώμα Σ_1 μάζας m_1 κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου 2m/s και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=4\text{Kg}$. Το σώμα Σ_2 είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Η



μέγιστη συσπίερωση του ελατηρίου μετά την κρούση ισούται με $0,4\text{m}$. Να υπολογίσετε:

A) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση.

B) Τη μάζα m_1 .

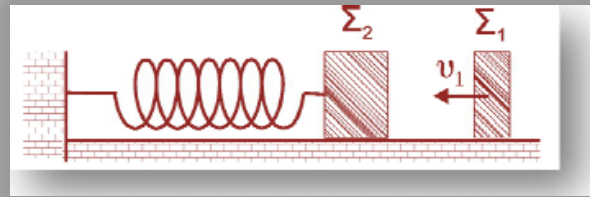
Γ) Το μήκος που διάνυσε το σώμα Σ_2 ώσπου να συγκρουστεί για δεύτερη φορά με το σώμα Σ_1 .

Δ) Τη συνολική μεταβολή της ορμής του σώματος Σ_1 εξαιτίας των δυο κρούσεων. Θεωρήστε γνωστό ότι η δεύτερη κρούση των δυο σωμάτων συμβαίνει όταν το σώμα Σ_2 επιστρέφει προς τη θέση φυσικού μήκους, μετά τη μέγιστη συσπίερωση του ελατηρίου.

[ΑΠ: A) 2m/s , B) 4Kg , Γ) $0,8\text{m}$, Δ) $-16\text{Kg}\cdot\text{m/s}$]

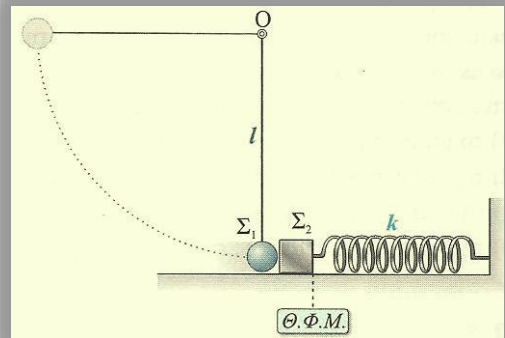
- 1.32.** Το σώμα Σ_1 του σχήματος έχει μάζα 1Kg , κινείται με ταχύτητα $u_1=8\text{m/s}$ σε λείο και οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας 3Kg . Το Σ_2 είναι δεμένο στην άκρη οριζώντιου ελατηρίου σταθεράς 300N/m , που βρίσκεται στο φυσικό μήκος του. Να υπολογίσετε:

- Δ1) τις ταχύτητες των δυο σωμάτων μετά την κρούση.
 Δ2) Την περίοδο της ταλάντωσης του σώματος Σ_2 .
 Δ3) Την ενέργεια με την οποία ταλαντώνεται το σώμα Σ_2 .
 Δ4) την απόσταση μεταξύ των σωμάτων όταν το Σ_2 επιστρέφει για πρώτη φορά στο σημείο της κρούσης.



[ΑΠ: Δ1) -4m/s , 4m/s , Δ2) $\pi/5\text{s}$, Δ3) 24J , Δ4) $2\pi/5\text{m}$]
Πανελλήνιες Εσπερινού Λυκείου 2010

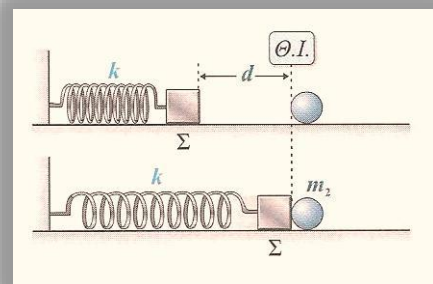
- 1.33.** Μια σφαίρα Σ_1 μάζας $m_1 = 2\text{Kg}$ είναι δεμένο σε αβαρές, μη εκτατό νήμα μήκους $l = 1,25\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο O . Εκτρέπουμε τη σφαίρα ώστε το νήμα να γίνει οριζόντιο και κάποια στιγμή την αφήνουμε ελεύθερη. Τη στιγμή που το νήμα γίνεται κατακόρυφο, η σφαίρα συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3\text{Kg}$. Το σώμα Σ_2 μπορεί να κινείται σε λείο οριζόντιο δάπεδο και είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς k , το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:
 Α) Τις ταχύτητες των σωμάτων αμέσως μετά την κρούση.
 Β) Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια που αποκτά το ελατήριο μετά την κρούση των δυο σωμάτων.
 Γ) Το μέγιστο ύψος στο οποίο θα ακινητοποιηθεί στιγμιαία για πρώτη φορά το σώμα Σ_1 .
 Δ) Τη σχέση που θα έπρεπε να είχαν οι μάζες m_1 και m_2 , ώστε όλη η αρχική δυναμική ενέργεια του σώματος Σ_1 να μετατρεπόταν τελικά σε δυναμική ενέργεια παραμόρφωσης του ελατηρίου.



Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε ότι το επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας ταυτίζεται με το οριζόντιο δάπεδο. Θεωρήστε αμελητέες τις τριβές.

[ΑΠ: Α) -1m/s , $+4\text{m/s}$, Β) 24J , Γ) $0,05\text{m}$, Δ) $m_1 = m_2$]

- 1.34.** Το σώμα Σ μάζας $m_1 = 2\text{Kg}$ του διπλανού σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 800\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα αυτό μπορεί να κινείται χωρίς τριβές πάνω στο λείο οριζόντιο δάπεδο και αρχικά κρατείται ακίνητο με το ελατήριο συσπειρωμένο κατά $d = 0,4\text{m}$ σε σχέση με το φυσικό του μήκος. Αφήνουμε το σώμα Σ ελεύθερο να κινηθεί



και όταν φτάνει στη θέση ισορροπίας του, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητη σφαίρα μάζας $m_2=6\text{Kg}$.

A) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ ελάχιστα πριν την κρούση.

B) Να βρείτε τα μέτρα των ταχυτήτων της σφαίρας και του σώματος Σ αμέσως μετά την κρούση.

Γ) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ταλάντωσης του σώματος Σ μετά την κρούση, θεωρώντας ως $t=0$ τη χρονική στιγμή που μόλις έχει ολοκληρωθεί η σύγκρουση των δυο σωμάτων και ως θετική φορά τη φορά κίνησης του σώματος Σ πριν την κρούση.

Δ) Να υπολογίσετε την απόσταση του σώματος Σ και της σφαίρας τη χρονική στιγμή $t_1=\frac{3\pi}{40}$ s.

Δίνεται: $\pi=3,14$.

[ΑΠ: A) 8m/s , B) $|v_1'|=|v_2'|=4\text{ m/s}$, Γ) $u=4\sin(20t+\pi)$, $a=-80\eta\mu(20t+\pi)$, (S.I.), Δ) $d=0,742\text{m}$]

- 1.35.** Το σώμα μάζας $m_2=4\text{Kg}$ του διπλανού σχήματος ισορροπεί ακίνητο, κρεμασμένο από κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k=400\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Δεύτερο σώμα μάζας $m_1=2\text{Kg}$ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2 . Ελάχιστα πριν την κρούση των δυο σωμάτων η ταχύτητα του σώματος m_1 έχει μέτρο 3m/s , ενώ μετά την κρούση το σώμα μάζας m_2 εκτελεί α.α.τ.

A) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.

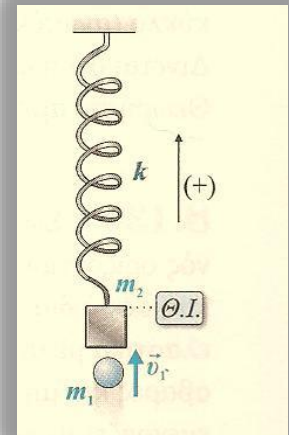
B) Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος m_1 εξαιτίας της κρούσης.

Γ) Να υπολογίσετε το λόγο της ενέργειας ταλάντωσης του σώματος m_2 προς την κινητική ενέργεια που είχε το σώμα m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.

Δ) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης ταλάντωσης του σώματος m_2 , θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά της ταχύτητας του σώματος μάζας m_1 πριν την κρούση.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

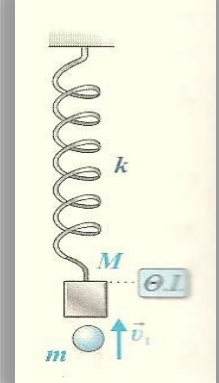
[ΑΠ: A) 2m/s , B) $-8\text{Kg}\cdot\text{m/s}$, Γ) $8/9$, Δ) $x=0,2\eta\mu 10t$, $u=2\sin 10t$, $a=-20\eta\mu 10t$ (S.I.)]



- 1.36.** Σώμα μάζας $M=8\text{Kg}$ κρέμεται από το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=200\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο στην οροφή. Το σώμα αρχικά ισορροπεί ακίνητο σε ύψος $h=7,2\text{m}$ πάνω από το δάπεδο. Μια σφαίρα μάζας $m=1\text{Kg}$ εκτοξεύεται από το δάπεδο με κατακόρυφη ταχύτητα μέτρου 13m/s και καθώς ανεβαίνει συγκρούεται κεντρικά και ανελαστικά με το ακίνητο σώμα χωρίς να δημιουργηθεί συσσωμάτωμα. Μετά την κρούση το σώμα μάζας M εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=0,2\text{m}$. Να υπολογίσετε:
- A) Την κινητική ενέργεια του σώματος μάζας M αμέσως μετά την κρούση.
- B) Την ταχύτητα της σφαίρας αμέσως μετά την κρούση.

Γ) Το ποσοστό επί τοις εκατό της κινητικής ενέργειας της σφαίρας ελάχιστα πριν την κρούση που μεταφέρθηκε στο σώμα Μ εξαιτίας της κρούσης.
 Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε αμελητέες τις διαστάσεις των δυο σωμάτων καθώς και της πάσης φύσεως τριβές.
 [ΑΠ: Α) 4J, Β) -3m/s, Γ) 32%]

- 1.37.** Το σώμα μάζας Μ του διπλανού σχήματος είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου το έχουμε στερεώσει σε ακλόνητο σημείο στην οροφή. Αρχικά το σώμα μάζας Μ ισορροπεί ακίνητο. Ένα μικρό σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα u_1 και τη χρονική στιγμή $t=0$ συγκρούεται μετωπικά και πλαστικά με ακίνητο σώμα μάζας Μ. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται έχει αμέσως μετά την κρούση ορμή μέτρου $4\text{Kg}\cdot\text{m/s}$ και εκτελεί α.α.τ. με συχνότητα $f=\frac{2,5}{\pi}\text{Hz}$.

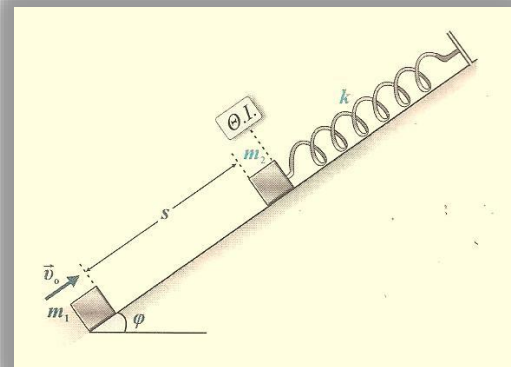


- Α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
 Β) Να βρείτε τη μεταβολή της ορμής του σώματος μάζας m εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.
 Γ) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.
 Δ) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης της ταλάντωσης του συσσωματώματος, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της ταχύτητας του σώματος μάζας m.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

[ΑΠ: Α) 1m/s , Β) $-2\text{Kg}\cdot\text{m/s}$, Γ) $0,2\sqrt{2}\text{ m}$, Δ) $x=0,2\sqrt{2}\text{ ημ}(5t+\frac{\pi}{4})(\text{S.I.})$,
 $u=\sqrt{2}\text{ συν}(5t+\frac{\pi}{4})(\text{S.I.})$, $a=-5\sqrt{2}\text{ ημ}(5t+\frac{\pi}{4})(\text{S.I.})$]

- 1.38.** Από τη βάση λείου κεκλιμένου επιπέδου γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ εκτοξεύουμε μικρό σώμα μάζας $m_1=1\text{Kg}$ με ταχύτητα μέτρου 5m/s , όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα. Το σώμα αυτό διανύει διάστημα $s=90\text{cm}$ και συναντά ακίνητο σώμα μάζας $m_2=3\text{Kg}$, με το οποίο συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά. Το σώμα μάζας m_2 είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς $k=300\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Να υπολογίσετε:

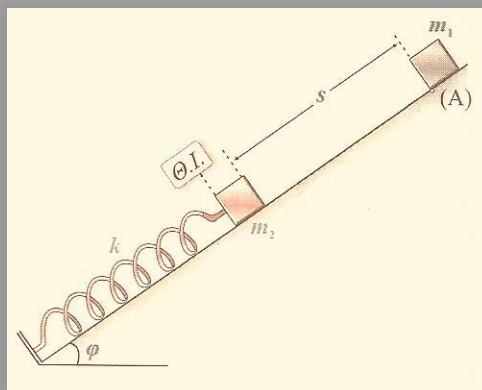


- Α) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος μάζας m_1 ελάχιστα πριν την κρούση.
 Β) Την κινητική ενέργεια του σώματος μάζας m_2 αμέσως μετά την κρούση.
 Γ) Την απόσταση που διανύει το σώμα μάζας m_2 μετά την κρούση ώσπου να ακινητοποιηθεί στιγμιαία.
 Δ) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος m_1 όταν φτάνει ξανά στη βάση του κεκλιμένου επιπέδου.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

[ΑΠ: Α) 4m/s , Β) 6J , Γ) $0,2\text{m}$, Δ) $\sqrt{13}\text{ m/s}$]

- 1.39.** Στο διπλανό σχήμα φαίνεται ένα σώμα μάζας m_2 που είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς $k=2000\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα αυτό βρίσκεται σε επαφή με λείο κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης $\varphi=30^\circ$ και αρχικά ισορροπεί ακίνητο. Από σημείο Α του κεκλιμένου επιπέδου, που απέχει από το σώμα μάζας m_2 απόσταση $s=3,6\text{m}$, αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα μάζας $m_1=4\text{Kg}$.



A) Αν η κρούση των δυο σωμάτων είναι μετωπική και ελαστική και η ορμή του σώματος m_2 είναι $24\text{kg}\cdot\text{m/s}$, να υπολογίσετε τη μάζα m_2 .

B) Αν η κρούση των δυο σωμάτων είναι μετωπική και πλαστική και $m_2=4\text{kg}$, να υπολογίσετε:

i) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

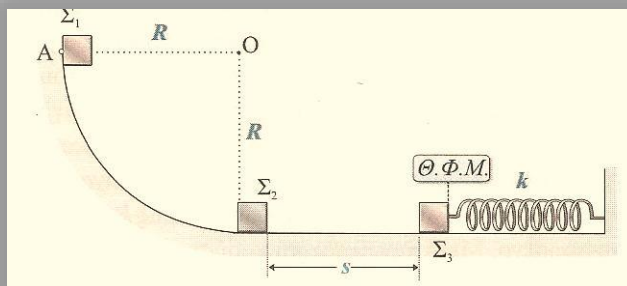
ii) Την απώλεια μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της κρούσης.

iii) Τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$.

[ΑΠ: A) 4Kg , B) i) 3m/s , ii) 36J , iii) $44,1\text{J}$]

- 1.40.** Από το ανώτερο σημείο Α λείου κατακόρυφου τεταρτοκύκλιου ακτίνας $R=0,8\text{m}$ αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{Kg}$. Φτάνοντας το σώμα στη βάση του τεταρτοκύκλιου, συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_2 μάζας $m_2=m_1$. Μετά την κρούση το σώμα Σ_2 κινείται



για διάστημα $s=0,7\text{m}$ σε οριζόντιο δάπεδο, με το οποίο εμφανίζει συντελεστή τριβής ολίσθησης $\mu=0,5$, και συναντά ακίνητο σώμα Σ_3 μάζας $m_3=4\text{Kg}$, το οποίο είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=1200\text{N/m}$ που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Τα δυο σώματα συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά και το συσσωμάτωμα εμφανίζει τον ίδιο συντελεστή τριβής ολίσθησης με $\mu=0,5$ με το δάπεδο. Να υπολογίσετε:

A) Το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 αμέσως μετά την κρούση του με το σώμα Σ_1 .

B) Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται από την κρούση των σωμάτων Σ_2 και Σ_3 .

Γ) Τη μέγιστη απόσταση μεταξύ του σώματος Σ_1 και του συσσωματώματος.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Τα σώματα έχουν αμελητέες διαστάσεις και οι κρούσεις διαρκούν αμελητέο χρόνο.

[ΑΠ: A) 4m/s , B) 1m/s , Γ) $0,75\text{m}$]

- 1.41.** Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 του σχήματος 4, με μάζες $m_1=1\text{kg}$ και $m_2=4\text{kg}$ αντίστοιχα, βρίσκονται ακίνητα σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εφάπτονται μεταξύ τους. Τα σώματα είναι δεμένα στην άκρη δυο όμοιων ιδανικών ελατηρίων σταθεράς

$K=100\text{N/m}$, που βρίσκονται στο φυσικό τους μήκος και των οποίων η άλλη άκρη είναι σταθερά στερεωμένη. Μετακινούνται τα σώματα Σ_1 και Σ_2 έτσι ώστε τα ελατήρια να συσπειρωθούν κατά $d=0,2\text{m}$ το καθένα (σχήμα 5) και στη συνέχεια τη χρονική στιγμή $t=0$ αφήνονται ελεύθερα να ταλαντωθούν.

Γ1) Να γράψετε τις εξισώσεις των απομακρύνσεων x_1 και x_2 των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 συναρτήσει του χρόνου. Ως θετική φορά ορίζεται η από το Σ_2 προς το Σ_1 και ως προς $x=0$ ορίζεται η θέση που εφάπτονται αρχικά τα σώματα στο σχήμα 4.

Γ2) Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κινούμενα με αντίθετη φορά

συγκρούονται στη θέση $x = \frac{d}{2}$. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων τους ελάχιστα πριν την κρούση.

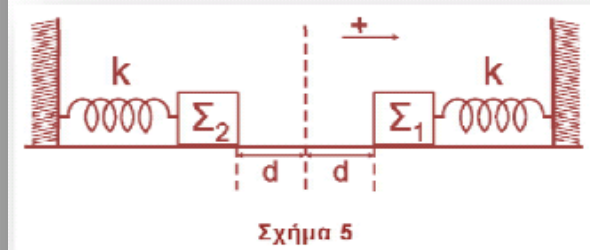
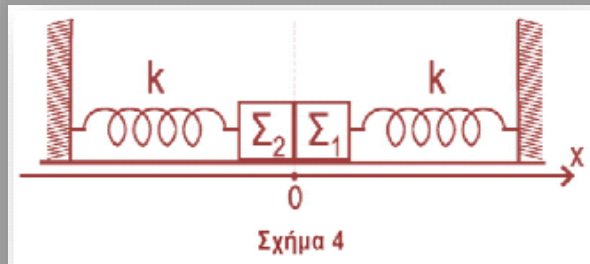
Γ3) Η κρούση που ακολουθεί είναι πλαστική. Να αποδείξετε ότι το συσσωμάτωμα μετά την κρούση θα εκτελέσει α.α.τ.

Γ4) Να βρείτε το μέτρο του μέγιστου ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος μετά την κρούση.

[ΑΠ: Γ1) $x_1=0,2\eta\mu(10t + \frac{\pi}{2})$, (S.I.), $x_2=0,2\eta\mu(5t + \frac{3\pi}{2})$, (S.I.), Γ2) $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$,

Γ3) $D=200\text{N/m}$, Γ4) $20\sqrt{1,3}\text{ Kg.m/s}^2$

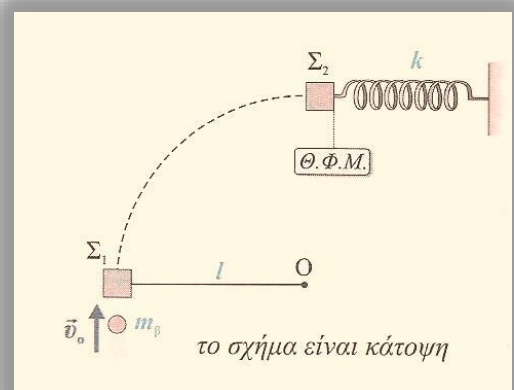
Επαναληπτικές 2014



- 1.42.** Το σώμα Σ_1 μάζας $m_1=3,6\text{kg}$ του διπλανού σχήματος είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο και δεμένο στο άκρο αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $l=2\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε καρφί που βρίσκεται καρφωμένο σε σημείο O στο δάπεδο. Ένα βλήμα μάζας $m_b=400\text{g}$ κινείται οριζόντια στο λείο δάπεδο με ταχύτητα μέτρου 50m/s και καρφώνεται στο κέντρο του σώματος Σ_1 . Το συσσωμάτωμα (βλήμα- σώμα Σ_1) διαγράφει τεταρτοκύκλιο στο λείο δάπεδο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα μάζας m_2

που είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=1600\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Μετά την ελαστική κρούση το σώμα Σ_2 εκτελεί α.α.τ. στο λείο δάπεδο πλάτους $A=0,2\text{m}$. Να υπολογίσετε:

Α) Το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που παρέμεινε στο σύστημα βλήμα-σώμα Σ_1 μετά την πλαστική κρούση.



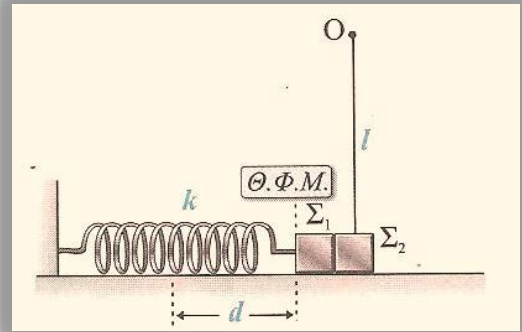
Β) Το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ορμής του συσσωματώματος, καθώς και το μέτρο του **ρυθμού μεταβολής της στροφορμής** του ως προς το σημείο Ο, στη χρονική διάρκεια μεταξύ δυο συγκρούσεων.

Γ) Τη μάζα m_2 του σώματος Σ_2 , αν γνωρίζετε ότι $m_2 > m_1 + m_B$.

Δ) Τη **μεταβολή της στροφορμής** του συσσωματώματος (βλήμα- σώμα Σ_1), ως προς το σημείο), εξαιτίας της ελαστικής κρούσης.

[ΑΠ: Α) 10%, Β) 0, 50N, Γ) 16Kg, Δ) -64Kg.m²/s]

- 1.43.** Το σώμα Σ_1 του διπλανού σχήματος έχει μάζα $m_1 = 1\text{Kg}$ και είναι ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο, δεμένο με ελατήριο σταθεράς $k = 400\text{N/m}$ που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο. Σε επαφή με το σώμα Σ_1 βρίσκεται άλλο σώμα Σ_2 το οποίο είναι και αυτό ακίνητο, έχει μάζα $m_2 = 3\text{Kg}$ και κρέμεται από αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $l = 0,5\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο Ο. Εκτρέπουμε οριζόντια το σώμα Σ_1 κατά d , συσπειρώνοντας το ελατήριο, και στη συνέχεια το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί χωρίς αρχική ταχύτητα. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 συγκρούονται κεντρικά και ελαστικά. Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 εκτελεί α.α.τ., ενώ το σώμα Σ_2 κινείται κυκλικά σε κατακόρυφο επίπεδο και μόλις που εκτελεί ανακύκλωση.



Α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_2 τη στιγμή που διέρχεται από το σημείο Γ της τροχιάς του το οποίο απέχει από το δάπεδο απόσταση ίση με 1m .

Β) Να βρείτε το μέτρο της **στροφορμής** του σώματος Σ_2 ως προς το σημείο Ο τη στιγμή που το σώμα αυτό διέρχεται από σημείο Δ της τροχιάς του το οποίο βρίσκεται σε ύψος $h' = 0,8\text{m}$ από την αρχική του θέση.

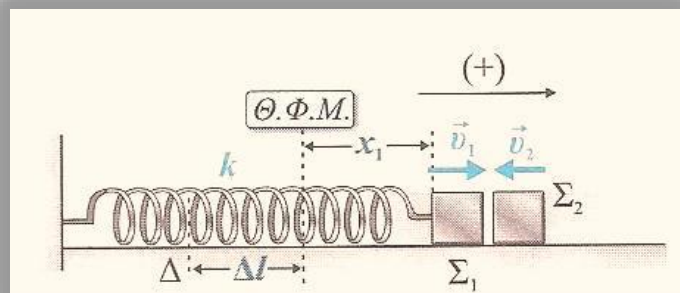
Γ) Να υπολογίσετε την ενέργεια που ξοδέψαμε για να συσπειρώσουμε το ελατήριο d .

Δ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος Σ_1 από τη θέση ισορροπίας του μετά την ελαστική κρούση, θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή της κρούσης και θετική τη φορά προς τα δεξιά.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$. Η αντίσταση του αέρα θεωρείται αμελητέα, τα σώματα θεωρούνται σημειακά αντικείμενα και το σώμα Σ_2 το εκτρέπουμε από την πορεία του μετά το πέρασμά του από το σημείο Γ.

[ΑΠ: Α) $\sqrt{5}\text{ m/s}$, Β) $4,5\text{ kg.m}^2/\text{s}$, Γ) 50J , Δ) $x = 0,25\eta\mu(20t + \pi)(\text{S.I})$]

- 1.44.** Ένα σώμα Σ_1 μάζας $M = 9\text{Kg}$ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 400\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σε ακλόνητο σημείο. Το σώμα Σ_1 είναι αρχικά ακίνητο σε λείο οριζόντιο δάπεδο, με το ελατήριο στην κατάσταση του φυσικού του μήκους.



Μετακινούμε οριζόντια το σώμα Σ_1 έως τη θέση Δ , συσπειρώνοντας το ελατήριο κατά $\Delta l = 0,2\text{m}$, και αμέσως μετά το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση αυτή χωρίς αρχική ταχύτητα. Άλλο σώμα μάζας Σ_2 μάζας $m = 7\text{Kg}$, το οποίο κινείται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $2\sqrt{2}\text{ m/s}$, συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με το σώμα Σ_1 τη στιγμή που αυτό διέρχεται από θέση $x_1 > 0$ της ταλάντωσής του. Το συσσωμάτωμα που προκύπτει από την κρούση των δυο σωμάτων εκτελεί α.α.τ. με ενέργεια ίση με την ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 , πριν την κρούση.

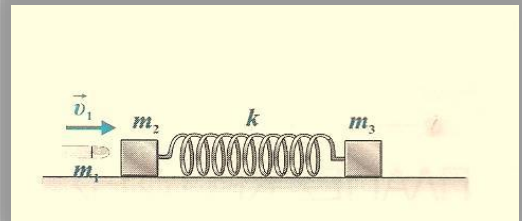
A) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

B) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ_1 ελάχιστα πριν την κρούση, αν θεωρήσετε ότι οι ταχύτητες του σώματος Σ_1 και του σώματος Σ_2 πριν την κρούση έχουν θετική και αρνητική φορά αντίστοιχα και η ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση έχει αρνητική φορά.

Γ) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης του συσσωματώματος από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο, θεωρώντας ως $t=0$ τη στιγμή της κρούσης.

$$[\text{ΑΠ: A) } 0,2\text{m}, \text{ B) } \frac{2\sqrt{2}}{3}\text{ m/s}, \text{ Γ) } x=0,2\eta\mu(5t+\frac{3\pi}{4})\text{ (S.I.)}]$$

- 1.45.** Στο διπλανό σχήμα, τα δύο ακίνητα σώματα μάζας $m_2 = 1,8\text{Kg}$ και $m_3 = 3\text{kg}$ είναι ελεύθερα να κινηθούν σε λείο οριζόντιο δάπεδο και συνδέονται μεταξύ τους με ελατήριο σταθεράς $k = 750\text{N/m}$ που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Ένα βλήμα μάζας $m_1 = 0,2\text{Kg}$ το οποίο κινείται οριζόντια στη διεύθυνση του ελατηρίου με ταχύτητα μέτρου 100m/s , συγκρούεται με το σώμα μάζας m_2 και σφηνώνεται σε αυτό. Να υπολογίσετε:



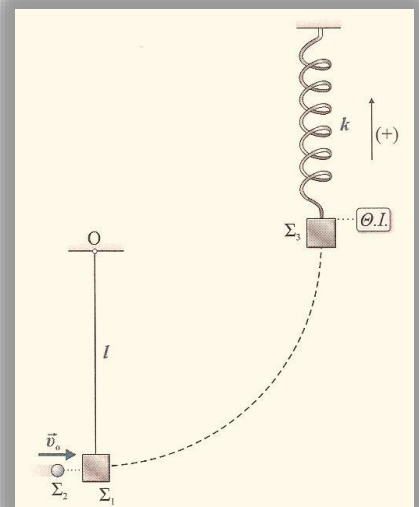
A) Την κινητική ενέργεια του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

B) Τη μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου.

Γ) Το ποσοστό της αρχικής κινητικής ενέργειας του βλήματος που έχει μετατραπεί σε δυναμική ενέργεια του ελατηρίου τη στιγμή της μέγιστης συσπίρωσής του.

$$[\text{ΑΠ: A) } 100\text{J}, \text{ B) } 0,4\text{m}, \text{ Γ) } 6\%]$$

- 1.46.** Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1,5\text{Kg}$ κρέμεται ακίνητο από αβαρές και μη εκτατό νήμα μήκους $l = 3,75\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο O . Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 0,5\text{Kg}$ κινείται οριζόντια και σφηνώνεται στο σώμα Σ_1 έχοντας ελάχιστα πριν την πλαστική κρούση ταχύτητα $u_0 = 40\text{m/s}$. Το συσσωμάτωμα ($m_1 + m_2$) διαγράφει τεταρτοκύκλιο και συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με ακίνητο σώμα Σ_3 μάζας $m_3 = 3\text{Kg}$ που είναι δεμένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς $k = 300\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή.



A) Να υπολογίσετε την απώλεια μηχανικής ενέργειας εξαιτίας της πλαστικής κρούσης.

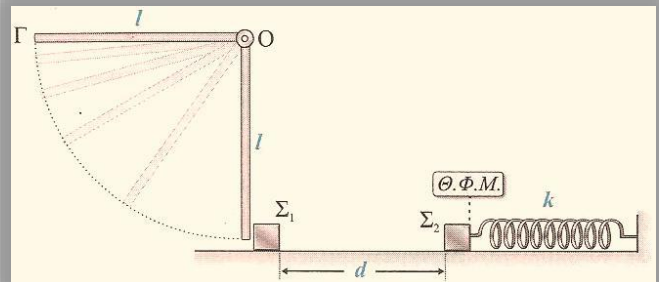
Β) Να βρείτε το μέτρο της **στροφορμής** του συσσωματώματος ως προς το σημείο Ο ελάχιστα πριν την ελαστική κρούση.

Γ) Να υπολογίσετε το μέτρο του **ρυθμού μεταβολής της στροφορμής** του συσσωματώματος ως προς το σημείο Ο τη στιγμή που το νήμα σχηματίζει οξεία γωνία 30° με την κατακόρυφη που διέρχεται από το σημείο Ο.

Δ) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας, της ταχύτητας και της επιτάχυνσης του σώματος Σ_3 μετά την κρούση, θεωρώντας ως $t=0$ τη χρονική στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά τη φορά προς τα πάνω. Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

[ΑΠ: Α) 300J, Β) $37,5\text{Kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$, Γ) $37,5\text{N}\cdot\text{m}$, Δ) $x=0,4\eta\mu 10t$ (S.I.), $v=4\sigma\upsilon\nu 10t$ (S.I.), $a=-40\eta\mu 10t$ (S.I.)]

- 1.47.** Μια λεπτή και ομογενής ράβδος ΟΓ μάζας $M=3\text{Kg}$ και μήκους $l=1,2\text{m}$ έχει το άκρο της Ο στερεωμένο σε άρθρωση, γύρω από την οποία μπορεί να περιστρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο χωρίς τριβές. Φέρνουμε τη ράβδο στην οριζόντια θέση που φαίνεται στο διπλανό σχήμα και την αφήνουμε ελεύθερη να



κινήθει χωρίς αρχική ταχύτητα. Τη χρονική στιγμή που η ράβδος γίνεται κατακόρυφη στο άκρο της Γ συγκρούεται με μικρό σώμα Σ_1 μάζας $m_1=2\text{Kg}$ που βρίσκεται σε οριζόντιο δάπεδο και η ράβδος ακινητοποιείται. Το σώμα Σ_1 , αφού διανύσει διάστημα $d=1,25\text{m}$, συγκρούεται **κεντρικά χωρίς να δημιουργήσει συσσωμάτωμα** με δεύτερο σώμα μάζας $m_2=6\text{Kg}$, που είναι δεμένο στο άκρο οριζοντίου ελατηρίου σταθεράς $k=360\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο, όπως στο σχήμα. Η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου μετά την κρούση είναι $\Delta l=0,1\text{m}$. Τα σώματα Σ_1 και Σ_2 κατά την κίνησή τους στο οριζόντιο δάπεδο εμφανίζουν τριβή με συντελεστή τριβής ίσο με $\mu=0,2$.

Α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση με τη ράβδο.

Β) Να βρείτε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ_1 αμέσως μετά την κρούση των Σ_1 και Σ_2 .

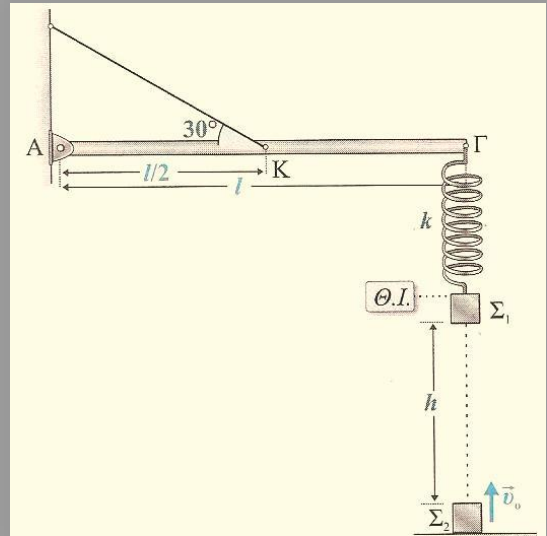
Γ) Θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας λόγω βαρύτητας το οριζόντιο δάπεδο, να βρείτε το κλάσμα της αρχικής μηχανικής ενέργειας της ράβδου (οριζόντια θέση) που μετατράπηκε σε θερμική κατά τις δυο κρούσεις.

Δίνεται ότι η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα που διέρχεται από το μέσο της και είναι κάθετος σε αυτή υπολογίζεται από τον τύπο: $I_{cm} = Ml^2/12$. Η επιτάχυνση της βαρύτητας ισούται με: $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε αμελητέες την αντίσταση του αέρα και τις διαστάσεις των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .

[ΑΠ: Α) 3m/s , Β) 1m/s , Γ) $1/4$]

- 1.48.** Μια ομογενής ράβδος ΑΓ μάζας $M=8\text{Kg}$ και μήκους l είναι προσαρμοσμένη σε άρθρωση στο άκρο της Α και είναι δεμένη στο μέσο της Κ με αβαρές μη εκτατό νήμα, το οποίο σχηματίζει γωνία 30° με τη ράβδο. Στο άκρο της Γ της ράβδου είναι στερεωμένο το ένα άκρο κατακόρυφου ελατηρίου σταθεράς $k=100\text{N/m}$, στο άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο σώμα Σ_1 μάζας $m_1=1\text{Kg}$. Το σύστημα των σωμάτων αρχικά ισορροπεί με τη ράβδο να είναι οριζόντια, όπως φαίνεται στο διπλανό

σχήμα. Από το έδαφος εκτοξεύουμε ένα σώμα Σ_2 κατακόρυφα προς τα πάνω με αρχική ταχύτητα u_0 μέτρου 5m/s στη διεύθυνση του ελατηρίου, το οποίο συγκρούεται **κεντρικά και ελαστικά** με το σώμα Σ_1 . Εξαιτίας της κρούσης το σώμα Σ_2 ακινητοποιείται στιγμιαία, ενώ το Σ_1 αρχίζει να εκτελεί α.α.τ. με σταθερά επαναφοράς $D=k$. Η μέγιστη τιμή του μέτρου της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το ελατήριο κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 ισούται με 40N.



A) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

B) Να βρείτε την αρχική απόσταση h των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 .

Γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δύναμης που δέχεται η ράβδος από το νήμα κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος Σ_1 και να σχεδιάσετε σε βαθμολογημένους άξονες τη γραφική παράσταση στη χρονική διάρκεια δυο περιόδων της ταλάντωσης. Θεωρήστε ως $t=0$ τη στιγμή της κρούσης και ως θετική φορά τη φορά της αρχικής ταχύτητας u_0 .

Δ) Να υπολογίσετε το μέγιστο πλάτος με το οποίο μπορεί να ταλαντώνεται το σώμα Σ_1 αν θέλουμε η ράβδος να παραμένει συνεχώς οριζόντια.

Δίνεται: $g=10\text{m/s}^2$. Θεωρήστε αμελητέα την αντίσταση του αέρα.

[ΑΠ: A)0,3m, B)0,8m, Γ) $T=200-120\pi$ 10t (S.I) Δ)0,5m]

E. Φθίνουσα ταλάντωση

- 1.49.** Το πλάτος της φθίνουσας ταλάντωσης μικρής απόσβεσης που εκτελεί ένας ταλαντωτής μειώνεται εκθετικά με το χρόνο με τον τύπο $A=A_0e^{-\Lambda t}$ (Λ =σταθερά). Τη χρονική στιγμή $t=0$ το πλάτος της ταλάντωσης ισούται με 0,8m, ενώ τη χρονική στιγμή $t_1=20\text{s}$ ισούται με 0,2m. Στη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_1$ ο ταλαντωτής έχει εκτελέσει 10 πλήρεις ταλαντώσεις.

A) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του πλάτους και να σχεδιάσετε τη γραφική της παράσταση σε βαθμολογημένους άξονες. Στο σχήμα σας να φαίνεται και ο χρόνος ημιζωής του πλάτους.

B) Να υπολογίσετε το πλάτος τη χρονική στιγμή t_2 που έχουν ολοκληρωθεί 15 ταλαντώσεις.

Γ) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης αντίστασης στην κίνηση για τη χρονική διάρκεια $0 \rightarrow t_1$, αν δίνεται ότι η σταθερά επαναφοράς του ταλαντωτή ισούται με $D=100\text{N/m}$.

[ΑΠ: A) $A=0,8e^{-0,1(\ln 2)t}$, (S.I), B) $A_2=0,1\text{m}$, Γ)-30J]

- 1.50.** Σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης και το πλάτος της μειώνεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=0,1e^{-\Lambda t}$ (A σε m και Λ =σταθ.). Τη χρονική στιγμή $t=0$ η ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος ισούται με $E_0=2\text{J}$ και

τη χρονική στιγμή t_1 το πλάτος της ταλάντωσης έχει υποδιπλασιαστεί σε σχέση με το αρχικό.

Να υπολογίσετε:

A) Το πλάτος της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_2=4t_1$.

B) Την περίοδο της ελεύθερης, αμείωτης ταλάντωσης που θα εκτελούσε το σώμα αν έπαυε να ασκείται η δύναμη της αντίστασης στην κίνηση,

Γ) Το ποσοστό επί τοις εκατό της αρχικής μηχανικής ενέργειας του σώματος που μεταφέρθηκε στο περιβάλλον κατά τη διάρκεια της φθίνουσας ταλάντωσης από τη χρονική στιγμή $t=0$ που ξεκίνησε η φθίνουσα ταλάντωση μέχρι τη χρονική στιγμή $t'=2t_1$.

[ΑΠ: A) 1/160m, B) 0,1ps, Γ) 93,75%]

- 1.51.** Σύστημα μάζα- οριζόντιο ελατήριο εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης με περίοδο $T=0,2s$ και με πλάτος που μειώνεται εκθετικά με το χρόνο, καθώς το σώμα δέχεται δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής $F'=-bu$ ($b=\text{σταθ.}$). Το σώμα αφέθηκε ελεύθερο τη χρονική στιγμή $t=0$ από τη θέση Δ η οποία απέχει από τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου ($x=0$) απόσταση $0,8m$, ενώ τη χρονική στιγμή που ολοκληρώνεται η 1^η περίοδος βρίσκεται στη θέση M η οποία απέχει από τη Δ απόσταση $0,1m$.

A) Να υπολογίσετε την απόσταση του σώματος από τη Θ.Φ.Μ. του ελατηρίου τη χρονική στιγμή που ολοκληρώνεται η 2^η περίοδος της ταλάντωσης.

B) Να βρείτε την απόσταση του σώματος από τη θέση δ τη χρονική στιγμή που ολοκληρώνεται και η 4^η περίοδος της ταλάντωσης.

Γ) Να σχεδιάσετε σε σύστημα βαθμολογημένων αξόνων τη γραφική παράσταση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση $x=0$ σε συνάρτηση με το χρόνο ($x=f(t)$).

Στο σχήμα σας να φαίνονται και οι τιμές της απομάκρυνσης τις χρονικές στιγμές $T, 2T, 3T$ και $4T$.

[ΑΠ: A) 0.6125m, B) 0,33m]

- 1.52.** Μικρό σώμα μάζας $m=4kg$ είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθερά $k=100N/m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στην οροφή. Το σώμα ισορροπεί ακίνητο με το ελατήριο επιμηκυμένο κατά ΔL . Μετακινούμε κατακόρυφα προς τα πάνω το σώμα κατά $\Delta y=0,5m$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί από τη θέση όπου το εκτρέψαμε χωρίς αρχική ταχύτητα.

A) Αν δεν υπάρχουν τριβές κατά την κίνηση του σώματος,;

i) Να υπολογίσετε τη συχνότητα της α.α.τ. που εκτελεί το σώμα,

ii) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης και να σχεδιάσετε τις γραφικές τους παραστάσεις σε κοινό σύστημα βαθμολογημένων αξόνων, θεωρώντας ως θετική φορά τη φορά της αρχικής εκτροπής,

iii) Να υπολογίσετε το μέτρο της ορμής του σώματος τη χρονική στιγμή που το σώμα διέρχεται από τη θέση y_1 όπου το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $5\Delta L/8$.

B) Αν κατά τη διάρκεια της κίνησης του σώματος ασκείται και δύναμη αντίστασης από τον αέρα, τότε το σώμα εκτελεί φθίνουσα ταλάντωση μικρής απόσβεσης με πλάτος που δίνεται από τη σχέση: $A=A_0 e^{-(0,01\pi \ln 5)t}$, όπου A_0 αρχική εκτροπή ($A_0=\Delta y=0,5\text{m}$).

i) Να βρείτε στο τέλος ποιας περιόδου το σώμα απέχει από τη Θέση ισορροπίας του απόσταση $y_2=0,1\text{m}$.

ii) Να υπολογίσετε την απώλεια ενέργειας λόγω της δύναμης αντίστασης στην κίνηση από την $t=0$ έως το τέλος της περιόδου που υπολογίσατε στο προηγούμενο ερώτημα.

Θεωρήστε ότι η περίοδος της φθίνουσας ταλάντωσης ισούται με την ιδιοπερίοδο ταλάντωσης του συστήματος.

Δίνεται $g=10\text{m/s}^2$ και $\pi^2=10$.

[ΑΠ: A) i) $2,5/\pi\text{Hz}$, ii) $U=12,5\sin^2 5t$, (S.I.), $K=12,5\mu\text{m}^2 5t$, (S.I.), B) i) 25^η ταλάντ., ii) 12J]

1.53. Σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ εκτελεί α.α.τ. πλάτους $A=1,2\text{m}$. Τη χρονική στιγμή $t=0$ το σώμα βρίσκεται στη θέση με $x=+\frac{A}{2}$ και ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του είναι $\frac{dx}{dt}>0$. Τη

στιγμή $t_1=6,1\text{s}$ το σώμα περνάει για 11^η φορά από τη θέση με $x=+\frac{A\sqrt{3}}{2}$.

A) Να υπολογίσετε;

α) Την αρχική φάση ϕ_0 της α.α.τ.

β) Την περίοδο T και την κυκλική συχνότητα ω .

γ) Τον ρυθμό $\frac{dU}{dt}$ μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της α.α.τ. τη χρονική στιγμή t_1 .

B) Τη στιγμή $t_2=\frac{61T}{6}$ ακριβώς δρα στο σώμα μια δύναμη αντίστασης της μορφής

$F_{\text{αντ}}=-bu$, οπότε στη συνέχεια το σώμα εκτελεί φθίνουσα αρμονική ταλάντωση που το πλάτος της μειώνεται εκθετικά με τον χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $A=A_0 e^{-\Lambda t}$. Ο ρυθμός ανάπτυξης θερμότητας στον ταλαντωτή κάποια στιγμή που η ταχύτητά του είναι $u=2\pi\text{m/s}$ έχει μέτρο $\frac{dQ}{dt}=16\text{J/s}$. Δίνεται επίσης ότι η σταθερά Λ προκύπτει

από τη σχέση $\Lambda=\frac{b}{2m}$ και ότι $\pi^2=10$.

α) Αν θεωρήσουμε ως τη χρονική στιγμή $t=0$ έναρξης της φθίνουσας ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_2 , να υπολογίσετε την αρχική φάση ϕ_0 της φθίνουσας ταλάντωσης.

β) Να προσδιορίσετε την εξίσωση απομάκρυνσης -χρόνου $x=f(t)$ για τη φθίνουσα ταλάντωση. (Θεωρήστε ότι και μετά τη δράση της δύναμης $F_{\text{αντ}}$ και τη μετατροπή της α.α.τ. σε φθίνουσα η περίοδος T παραμένει η ίδια)

[ΑΠ: A) α) $\pi/6\text{rad}$, β) $1,2\text{s}$, $5\pi/3\text{rad/s}$, γ) $100\pi\sqrt{3}/3\text{J/s}$, B) α) $\pi/2\text{rad}$,

β) $x=1,2e^{-0,1t}\eta\mu\left(\frac{5\pi}{3}t+\frac{\pi}{2}\right)$, (S.I.)]

Στ. Εξαναγκασμένη ταλάντωση.

1.54. Μηχανικό σύστημα αποτελείται από σώμα μάζας $m=2\text{Kg}$ και ελατήριο που έχει σταθερά $k=800\text{N/m}$. Στο σύστημα ασκείται δύναμη που αντιστέκεται στην κίνηση με εξίσωση της μορφής $F'=-2u$ (S.I.). Για να διατηρείται το πλάτος της ταλάντωσης

σταθερό και ίσο με $0,2\text{m}$, προσφέρεται ενέργεια στο σύστημα μέσω μιας εξωτερικής περιοδικής δύναμης της μορφής $F_{\text{εξ}} = F_0 \sin 20t$ (S.I), οπότε το σύστημα εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με εξίσωση απομάκρυνσης της μορφής $x = A \sin \omega t$.

Να υπολογίσετε:

A) Την ταχύτητα του σώματος τη χρονική στιγμή $t_1 = \pi/80\text{s}$.

B) Το μέγιστο ρυθμό της προσφερόμενης ενέργειας στο σύστημα μέσω της εξωτερικής δύναμης.

[ΑΠ: A) $2\sqrt{2}$ m/s, B) 32J/s]

- 1.55.** Μηχανικό σύστημα μάζας $m=1\text{Kg}$ εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση με τη βοήθεια εξωτερικής αρμονικής δύναμης $F_{\text{εξ}}$. Η αλγεβρική τιμή της δύναμης αυτής μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $F_{\text{εξ}} = 40 \sin 20t$ (S.I), ενώ η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του μεταβάλλεται με το χρόνο σύμφωνα με τη σχέση $x = 0,5 \sin \omega t$ (S.I). Κατά τη διάρκεια της εξαναγκασμένης ταλάντωσης ασκείται δύναμη τριβής ανάλογης της ταχύτητας του σώματος, που είναι κάθε χρονική στιγμή αντίθετη προς τη δύναμη $F_{\text{εξ}}$. Η ιδιοσυχνότητα της ταλάντωσης του συστήματος ισούται με $f_0 = 10/\pi\text{Hz}$.

A) Να υπολογίσετε τη σταθερά απόσβεσης b .

B) Να υπολογίσετε το ρυθμό με τον οποίο απορροφά ενέργεια από το σώμα η δύναμη της τριβής τη χρονική στιγμή $t_1 = 33\pi/80\text{s}$.

Γ) Τη στιγμή που το σώμα βρίσκεται στη θέση μέγιστης θετικής απομάκρυνσης σταματά ακαριαία να ενεργεί η εξωτερική δύναμη $F_{\text{εξ}}$. Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης τριβής για χρονική διάρκεια $\Delta t = 0,95\text{s}$ μετά τη στιγμή που σταμάτησε να ενεργεί η δύναμη $F_{\text{εξ}}$.

Θεωρήστε γνωστό ότι η φθίνουσα ταλάντωση έχει γωνιακή συχνότητα ίση με τη ιδιοσυχνότητα του συστήματος και σταθερά Λ που υπολογίζεται από τη σχέση $\Lambda = \frac{b}{2m}$

Επίσης δίνεται ότι: $e^{-1,9} = 0,15$.

[ΑΠ: A) 4Kg/s , B) 200J/s , Γ) $-48,875\text{J}$]

- 1.56.** Ένα σώμα μάζας m είναι δεμένο στο ένα άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k=400\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι δεμένο στην οροφή. Ένας διεγέρτης εξαναγκάζει το σύστημα μάζα-ελατήριο να εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση μικρής απόσβεσης πλάτους A . Ο διεγέρτης εξαναγκάζει το σύστημα να ταλαντώνεται με τέτοια συχνότητα f_1 , ώστε σε χρονικό διάστημα $\Delta t_1 = 0,025\pi\text{sec}$ το σώμα να μεταβαίνει από τη θέση $x = +\frac{A\sqrt{2}}{2}$ με $v > 0$ στη θέση $x = +A$. Αν ο διεγέρτης εξαναγκάζει το σώμα να ταλαντώνεται με τέτοια συχνότητα f_2 , ώστε την παραπάνω μετάβαση να την πραγματοποιεί σε χρονικό διάστημα $\Delta t_2 = 0,0125\pi\text{sec}$, τότε παρατηρείται μεγιστοποίηση του πλάτους της ταλάντωσης.
- A) Να υπολογίσετε τη μάζα m του σώματος. (Θεωρήστε ότι $\pi^2 = 10$)
- B) Δίνεται ότι, όταν το σώμα ταλαντώνεται στη συχνότητα f_1 , το άθροισμα των μέγιστων ενεργειών είναι $K_{\text{max}1} + U_{\text{max}1} = 250\text{J}$. Να υπολογίσετε τις ενέργειες $K_{\text{max}1}$

και $U_{\max 1}$, καθώς και το πλάτος A_1 με το οποίο ταλαντώνεται το σώμα στη συχνότητα f_1 .

Γ) Αν στη συχνότητα ταλάντωσης f_2 η μέγιστη ταχύτητα του σώματος έχει μέτρο $U_{\max 2}=40\text{m/s}$, να υπολογίσετε τις μέγιστες ενέργειες $K_{\max 2}$ και $U_{\max 2}$, καθώς και το πλάτος A_2 της εξαναγκασμένης ταλάντωσης.

Δ) Να παραστήσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση του πλάτους A της ταλάντωσης σε συνάρτηση με τη συχνότητα f του διεγέρτη. Στο διάγραμμα να φαίνονται οι τιμές των συχνοτήτων f_1 και f_2 , καθώς και τα αντίστοιχα πλάτη.

[ΑΠ: Α)1Kg, Β)50J, 200J, 1m, Γ) 800J, 800J, 2m]

Ζ. Σύνθεση ταλαντώσεων

- 1.57.** Σώμα μάζας $m=0,2\text{kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι χρονικές εξισώσεις των ταλαντώσεων αυτών είναι $x_1=0,6\eta\mu 20t$ (S.I) και $x_2=0,4\eta\mu(20t+\pi)$ (S.I).

Α) Να βρείτε το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης.

Β) Να υπολογίσετε την ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης.

Γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της συνισταμένης ταλάντωσης που δέχεται το μικρό σώμα.

Δ) Να βρείτε την απόλυτη τιμή του ρυθμού μεταβολής της κινητικής ενέργειας του σώματος τη χρονική στιγμή t , αν εκείνη τη στιγμή εξαιτίας μόνο της ταλάντωσης $x_1=f(t)$ το σώμα βρίσκεται στη θέση $x_1=+0,3\text{m}$ και την ίδια στιγμή εξαιτίας μόνο της ταλάντωσης $x_2=f(t)$ βρίσκεται στη θέση $x_2=-0,2\text{m}$.

[ΑΠ: Α)0,2m, Β) 1,6J, Γ) $\Sigma F = -16\eta\mu 20t$ (S.I), Δ) $16\sqrt{3}$ J/s]

- 1.58.** Μικρό σώμα μάζας $m_1=0,1\text{Kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. με ίσα πλάτη ($A_1=A_2$) και ίσες συχνότητες, οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι χρονικές εξισώσεις των συνιστωσών ταλαντώσεων είναι: $x_1=A_1\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{6})$ και $x_2=A_2\eta\mu(\omega t+\frac{\pi}{2})$. Η δυναμική ενέργεια της συνισταμένης ταλάντωσης μηδενίζεται με συχνότητα 20 φορές το δευτερόλεπτο, ενώ ο μέγιστος ρυθμός της ορμής του σώματος κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσης ισούται με 120N.

Α) Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς της ταλάντωσης που εκτελεί το σώμα.

Β) Να υπολογίσετε τα πλάτη των συνιστωσών ταλαντώσεων.

Γ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σώματος από τη θέση ισορροπίας του.

Δ) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση του ρυθμού μεταβολής της δυναμικής ενέργειας της ταλάντωσης.

Δίνεται: $\pi^2=10$.

[ΑΠ: Α)400N/m, Β) $0,1\sqrt{3}$ m, Γ) $x=0,3\eta\mu(20t+\frac{\pi}{3})$ (S.I), Δ) $\frac{dU}{dt}=360\pi\eta\mu(40\pi t+\frac{2\pi}{3})$ (S.I)]

- 1.59.** Μικρή σφαίρα εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$ ίδιας συχνότητας $f=5\text{Hz}$, οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση

ισορροπίας και εμφανίζουν μεταξύ τους διαφορά φάσης 90° με τη $x_2=f(t)$ να προηγείται. Η συνισταμένη ταλάντωση που εκτελεί η σφαίρα έχει πλάτος $A=2\text{m}$ και ενέργεια $E=20\text{J}$. Αν η σφαίρα εκτελούσε μόνο την ταλάντωση $x_1=f(t)$, τότε οι ακραίες θέσεις της ταλάντωσής της θα απέχον μεταξύ τους απόσταση $2\sqrt{3}\text{ m}$ και τη χρονική στιγμή $t=0$ θα περνούσε από τη θέση ισορροπίας της με θετική ταχύτητα.

A) Να βρείτε τη μέγιστη της δύναμης που δέχεται η σφαίρα κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσης που εκτελεί.

B) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση $x_2=f(t)$.

Γ) Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις της ταχύτητας και της επιτάχυνσης της σφαίρας κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσης.

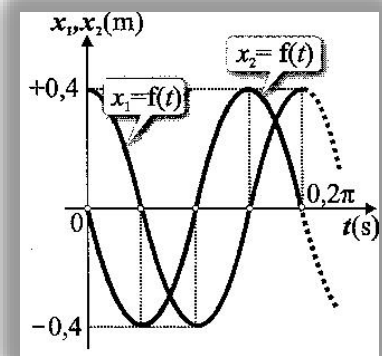
Δ) Να υπολογίσετε το έργο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται η σφαίρα κατά τη διάρκεια της συνισταμένης ταλάντωσής της από τη χρονική στιγμή $t=0$ έως τη χρονική στιγμή που φτάνει για 1^η φορά σε ακραία θέση της ταλάντωσής της.

Δίνεται ότι: $\pi^2=10$.

[ΑΠ: A) 20N , B) $x_2=1\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{2})$ (S.I), Γ) $v=20\pi\sigma\upsilon\nu(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ (S.I),

$a=-2000\eta\mu(10\pi t + \frac{\pi}{6})$ (S.I), Δ) -15J]

- 1.60.** Ένα σώμα μάζας $m=0,1\text{Kg}$ εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. (1) και (2) που έχουν ίσες συχνότητες, ίδια διεύθυνση και εξελίσσονται γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Στο διάγραμμα φαίνονται οι γραφικές παραστάσεις των χρονικών εξισώσεων απομάκρυνσης $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$ των δυο συνιστωσών ταλαντώσεων.



A) Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.

B) Να γράψετε τις εξισώσεις της δυναμικής ενέργειας ταλάντωσης και της κινητικής ενέργειας του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.

Γ) Αν η εξίσωση της απομάκρυνσης $x_1=f(t)$ ήταν η $x_1=0,5\sqrt{2}\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{4})$ (S.I), ποια θα έπρεπε να είναι η εξίσωση απομάκρυνσης $x_2=f(t)$, ώστε η εξίσωση απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης να είναι αυτή που υπολογίσατε στο ερώτημα (α);

[ΑΠ: A) $x_1=0,4\sqrt{2}\eta\mu(10t + \frac{3\pi}{4})$ (S.I), B) $U=1,6\eta\mu^2(10t + \frac{3\pi}{4})$ (S.I), $K=1,6\sigma\upsilon\nu^2(10t + \frac{3\pi}{4})$

(S.I), Γ) $x_2=0,1\sqrt{2}\eta\mu(10t + \frac{7\pi}{4})$ (S.I)]

- 1.61.** Ένα υλικό σημείο εκτελεί ταυτόχρονα δυο α.α.τ. της μορφής $x_1=0,4\eta\mu\omega_1 t$ (S.I) και $x_2=0,4\eta\mu\omega_2 t$ (S.I), οι οποίες εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Σε χρονική διάρκεια $\Delta t=2\text{s}$ το σώμα εκτελεί 98 πλήρεις ταλαντώσεις εξαιτίας της $x_1=f(t)$ και 102 πλήρεις ταλαντώσεις εξαιτίας της $x_2=f(t)$.

A) Να γράψετε τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης της συνισταμένης ταλάντωσης.

Β) Να υπολογίσετε την απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας του τη στιγμή $t_1 = \frac{1}{8}s$.

Γ) Να υπολογίσετε το χρόνο μεταξύ δυο διαδοχικών μεγιστοποιήσεων του πλάτους.

Δ) Να βρείτε πόσες φορές το σώμα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του και πόσες φορές γίνεται μέγιστο το πλάτος της ταλάντωσης σε χρόνο ίσο με 2s.

[ΑΠ: Α) $x=0,8\sin 2\pi t$ ημ100πt (S.I), Β) $x_1=0,4\sqrt{2}$ m, Γ) 0,5s, Δ) 200φορές, 4φορές]

- 1.62.** Η ταλάντωση που εκτελεί ένα σώμα εμφανίζει διακροτήματα και προκύπτει από τη σύνθεση δυο α.α.τ. $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$, που εξελίσσονται στην ίδια διεύθυνση και γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας. Οι δυο ταλαντώσεις έχουν το ίδιο πλάτος, μηδενική αρχική φάση και παραπλήσιες συχνότητες f_1 f_2 με $f_1 > f_2$. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \frac{1}{8}s$ η διαφορά φάσης των δυο ταλαντώσεων $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$ ισούται με $\frac{\pi}{2}$ rad. Το σώμα κατά τη διάρκεια της σύνθετης ταλάντωσης διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του 200 φορές το δευτερόλεπτο, ενώ η μεγαλύτερη τιμή του πλάτους της ταλάντωσης ισούται με 0,5m.

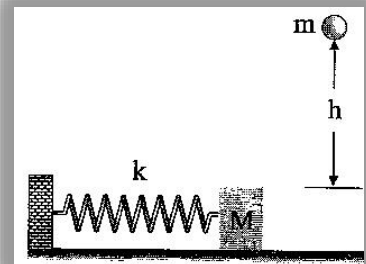
Α) Να υπολογίσετε την περίοδο των διακροτημάτων.

Β) Να γράψετε τις εξισώσεις απομάκρυνσης των συνιστωσών ταλαντώσεων $x_1=f(t)$ και $x_2=f(t)$.

Γ) Να υπολογίσετε ποια χρονική στιγμή μηδενίζεται το πλάτος της συνισταμένης ταλάντωσης για 1^η φορά μετά την $t=0$ και να βρείτε τις απομακρύνσεις x_1 και x_2 των συνιστωσών ταλαντώσεων την ίδια χρονική στιγμή.

[ΑΠ: Α) 0,5s, Β) $x_1=0,25\eta\mu 202\pi t$ (S.I) και $x_2=0,25\eta\mu 198\pi t$ (S.I), Γ) 0,25s, $x_1=+0,25m$, $x_2=-0,25m$]

- 1.63. Α)** Το οριζόντιο ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά $k=400N/m$ και το σώμα μάζας $M=1Kg$ που είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο το εκτελεί α.α.τ. με πλάτος A_1 στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Από ύψος $h=2m$ πάνω από το σώμα M αφήνουμε ένα άλλο σώμα μάζας $m=3Kg$, το οποίο κατά την κάθοδό του και ενώ βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το M συγκρούεται πλαστικά και ακαριαία με αυτό. Κατά την κρούση των δυο σωμάτων παράγεται η μέγιστη δυνατή θερμότητα, που είναι $Q=84J$. Επίσης, δίνεται ότι $g=10m/s^2$.



α) Να βρείτε το πλάτος A_1 της α.α.τ. του σώματος M πριν από την κρούση.

β) Να βρείτε το πλάτος $A_σ$ της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

γ) Δίνεται ότι λίγο πριν από την κρούση το σώμα M είχε $u>0$. Να γράψετε την εξίσωση $x_σ=f(t)$, δηλαδή την εξίσωση απομάκρυνσης του συσσωματώματος των M και m σε σχέση με το χρόνο.

Β) Ένα άλλο σώμα μάζας $m_2=2Kg$ εκτελεί α.α.τ. πλάτους A_2 . Το σώμα χρειάζεται χρόνο $\Delta t = \frac{\pi}{54}s$, ώστε από τη θέση $x = +\frac{A_2\sqrt{3}}{2}$ με $u>0$ να μεταβεί για 1^η φορά στη θέση

$x=+A_2$. Όταν ο ταλαντωτής αυτός βρίσκεται στη θέση $x=+\frac{A_2\sqrt{2}}{2}$, η δυναμική του ενέργεια είναι 1,62J, ενώ τη χρονική στιγμή $t=0$ έχει κινητική ενέργεια $K=3,24\text{J}$ και $u>0$. Να προσδιορίσετε την εξίσωση $x_2=f(t)$ της α.α.τ. αυτού του ταλαντωτή.

Γ) Ένα τρίτο σώμα εκτελεί ταυτόχρονα τις ταλαντώσεις του συσσωματώματος της περίπτωσης Α και της μάζας m_2 της περίπτωσης Β, γύρω από την ίδια θέση ισορροπίας και στην ίδια διεύθυνση. Να υπολογίσετε:

α) Το είδος και τη συχνότητα της συνισταμένης κίνησης που προκύπτει.

β) Τον χρόνο μεταξύ δυο μεγιστοποιήσεων ή μηδενισμών του πλάτους της συνισταμένης ταλάντωσης.

γ) Τον αριθμό των μεγιστοποιήσεων ή μηδενισμών του πλάτους σε χρόνο $t=62,5\text{s}$.

[ΑΠ: Α) α) $0,4\text{m}$, β) $0,2\text{m}$, γ) $x_0=0,2\text{m}$ 10t (S.I) ,Β) $x=0,2\text{m}$ 9t (S.I), Γ) α) $(4,75/\pi)\text{Hz}$, β) $6,25\text{s}$, γ) $N=10$ μεγιστ.]