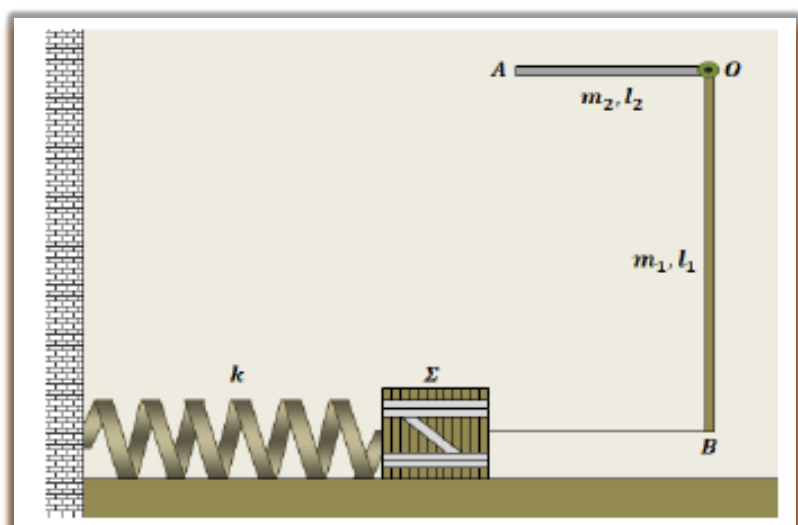
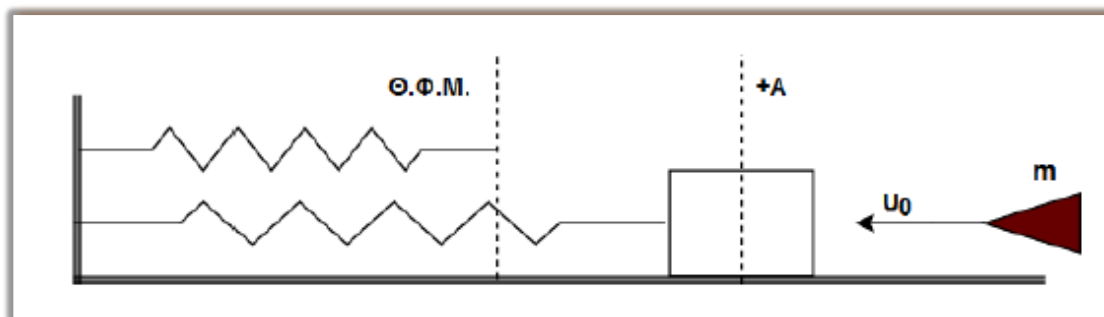


ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΜΕΝΗΣ ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

3^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: «ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ» (Δ' ΘΕΜΑΤΑ)

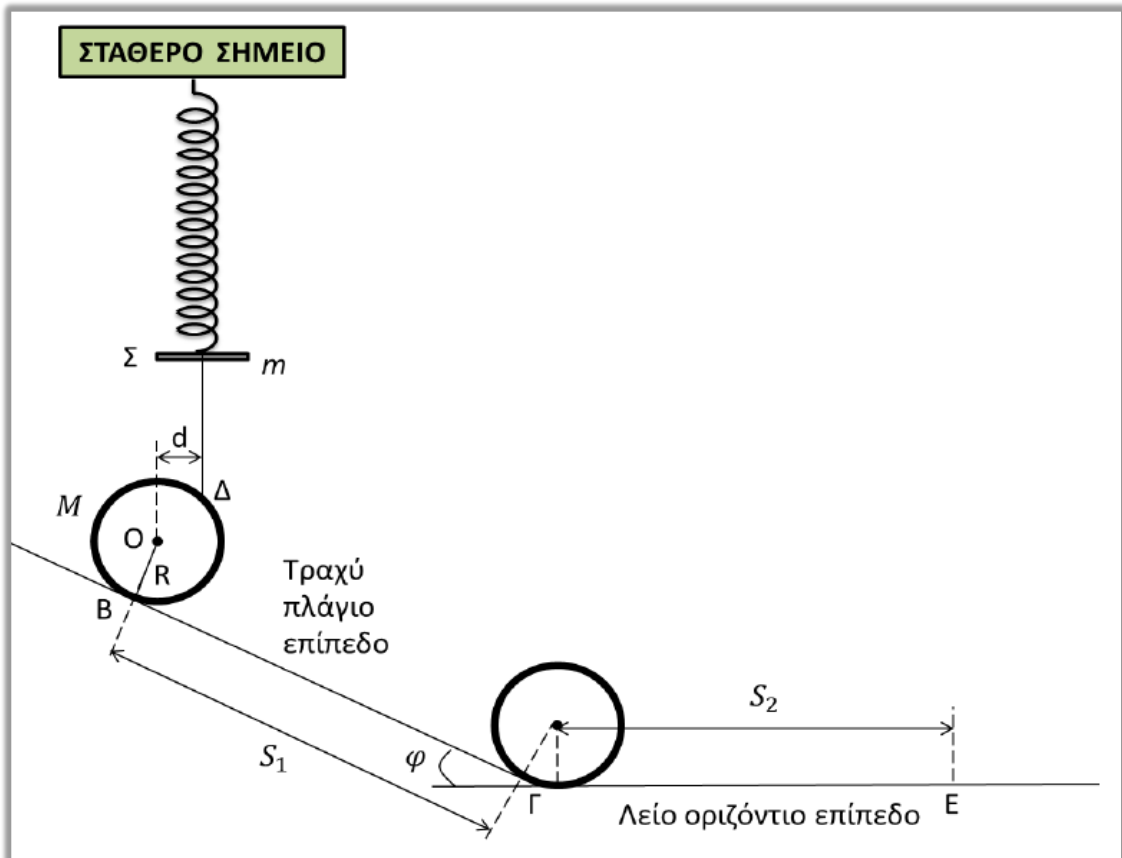


ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΤΑΛΑΝΤΩΣΕΙΣ Δ ΘΕΜΑΤΑ

1. ΘΕΜΑ Δ ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ: 25640

Στο παρακάτω σχήμα το σώμα Σ έχει μάζα $m = 1\text{ Kg}$ και είναι στερεωμένο στο κάτω άκρο του ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 400\text{ N/m}$. Αβαρές και μη εκτατό νήμα είναι δεμένο με το ένα άκρο του στο σώμα Σ και με το άλλο στο σημείο Δ λεπτού και ομογενούς δακτύλιου ακτίνας $R = 0,2\text{ m}$ και μάζας $M = 4\text{ Kg}$ έτσι ώστε η απόσταση d να είναι ίση με $0,1\text{ m}$. Ο δακτύλιος ακουμπά σε τραχύ κεκλιμένο επίπεδο γωνίας κλίσης φ με $\eta\mu\varphi = 0,8$ και $\sigma\upsilon\nu\varphi = 0,6$. Το σώμα Σ και ο δακτύλιος ισορροπούν. Στη θέση ισορροπίας του συστήματος το ελατήριο έχει επιμήκυνση $\Delta\ell = 0,1\text{ m}$. Δίνεται η επιτάχυνση τη βαρύτητας $g = 10\text{ m/s}^2$.

4.1. Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος στη θέση ισορροπίας του συστήματος και τη στατική τριβή που ασκείται στο δακτύλιο από το τραχύ κεκλιμένο επίπεδο.



Μονάδες 6

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και ο δακτύλιος κυλιέται χωρίς να ολισθαίνει αρχικά στο τραχύ κεκλιμένο επίπεδο και στη συνέχεια στο λείο οριζόντιο επίπεδο. Η μετάβαση του δακτύλιου από το κεκλιμένο επίπεδο στο οριζόντιο επίπεδο γίνεται χωρίς ενεργειακές απώλειες με αποτέλεσμα να μην αλλάξει το μέτρο της μεταφορικής και το μέτρο της γωνιακής του ταχύτητας κατά τη μετάβαση.

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της επιτάχυνσης συναρτήσει του χρόνου, για την απλή αρμονική ταλάντωση που εκτελεί το σώμα Σ μετά την κοπή του νήματος, θεωρώντας θετική τη φορά προς τα κάτω.

Μονάδες 6

4.3. Η γωνιακή επιτάχυνση του δακτύλιου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο έχει μέτρο $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 20\text{ rad/s}^2$. Να υπολογίσετε το μέτρο a_{cm} της μεταφορικής επιτάχυνσης του δακτύλιου κατά την κύλιση του στο κεκλιμένο επίπεδο και το μέτρο v_1 της μεταφορικής και το μέτρο ω_1 της γωνιακής ταχύτητας του δακτύλιου τη στιγμή που περνά από το σημείο Γ. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτύλιου κατά μήκος του κεκλιμένου επιπέδου είναι ίση με $S_1 = 8\text{ m}$.

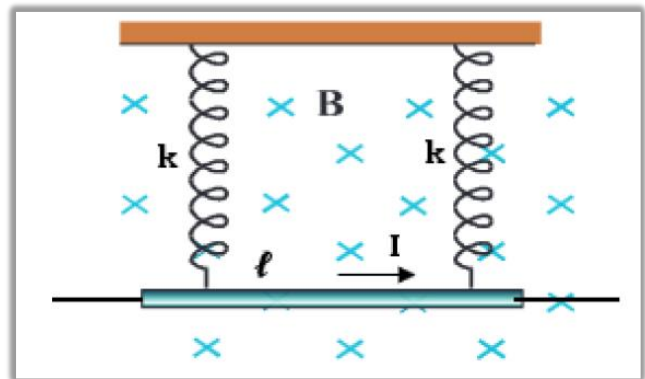
Μονάδες 6

4.4. Να υπολογίσετε τον αριθμό των περιστροφών του δακτύλιου από τη στιγμή που κόπηκε το

νήμα μέχρι τη στιγμή που περνά από το σημείο E. Να θεωρήσετε ότι η μετατόπιση του κέντρου μάζας του δακτυλίου κατά μήκος του οριζόντιου επιπέδου είναι ίση με $S_2 = 8m$. **Μονάδες 7**

2. ΘΕΜΑ Δ 26529

Η ομογενής ευθύγραμμη μεταλλική ράβδος του παρακάτω σχήματος έχει μήκος $\ell = 3\text{ m}$ και κρέμεται κατακόρυφα από δύο όμοια ιδανικά ελατήρια σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$. Όλο το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές μαγνητικό πεδίο έντασης $B = 0,2\text{ T}$ με κατεύθυνση προς τα μέσα. Όταν η ράβδος διαρρέεται από ρεύμα $I = 5\text{ A}$, τα ελατήρια επιμηκύνονται κατά $x_1 = 1\text{ cm}$ από το φυσικό τους μήκος και το σύστημα ισορροπεί. Οι συνδέσεις μεταξύ ράβδου και ελατηρίων δεν είναι αγώγιμες και η επιτάχυνση της βαρύτητας έχει την τιμή $g = 10\text{ m/s}^2$.



4.1. Να υπολογιστεί η μάζα της ράβδου. **Μονάδες 6**

4.2. Αν κάποια χρονική στιγμή διακόψουμε το ρεύμα I να αποδείξετε ότι η ράβδος θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = 2k$. Να θεωρήσετε ότι η ράβδος εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση και κατά την διάρκεια της κίνησης η μαγνητική δύναμη που δέχεται λόγω της μετακίνησης φορτίου στο εσωτερικό της είναι αμελητέα. **Μονάδες 6**

4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος και την κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης. **Μονάδες 7**

4.4. Ποια είναι η επαγωγική ΗΕΔ (τιμή και πολικότητα) που εμφανίζεται στα άκρα της ράβδου όταν διέρχεται για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του συστήματος ταλάντωσης; **Μονάδες 6**

3. ΘΕΜΑ Δ 26360

Σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 2\sqrt{3}\text{ cm}$ και η στιγμιαία ορμή του περιγράφεται από την παρακάτω εξίσωση:

$$p = 4 \cdot 10^{-2} \cdot \sin 2t \text{ (S.I.)}$$

Δίνεται: $\eta\mu\pi/3 = \sqrt{3}/2$ και $\eta\mu 2\theta = 2\eta\mu\theta\sin\theta$

4.1. Να υπολογιστεί η μέγιστη ταχύτητα της ταλάντωσης $v_{\max}$ του σώματος. **Μονάδες 5**

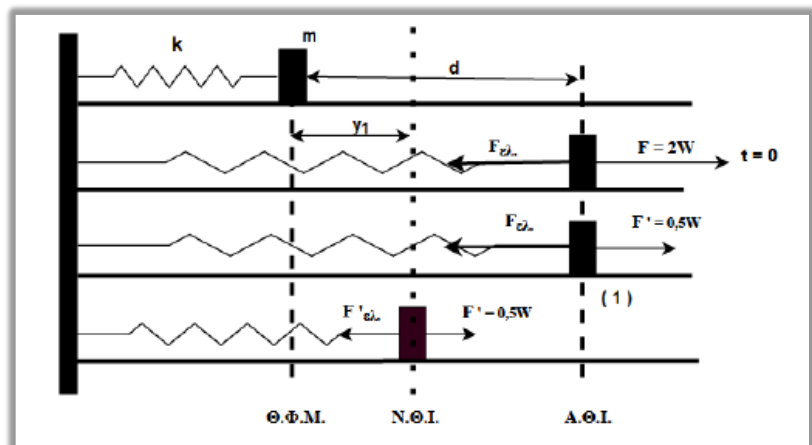
4.2. Να βρεθεί η μάζα m του ταλαντούμενου σώματος. **Μονάδες 5**

4.3. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της ολικής ενέργειας της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή $t_1 = \pi/12\text{ s}$. **Μονάδες 6**

4.4. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας K της ταλάντωσης τη χρονική στιγμή t_1 . **Μονάδες 9**

4. ΘΕΜΑ Δ 26357

Στην άκρη οριζόντιου ελατηρίου σκληρότητας k είναι δεμένο ένα σώμα $m = 1\text{ kg}$. Αρχικά βρίσκεται σε ισορροπία σε λείο οριζόντιο επίπεδο στη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Επιμηκύνουμε το ελατήριο κατά $d = 0,2\text{ m}$, ασκώντας δύναμη F διπλάσια του βάρους του σώματος και το



σώμα ισορροπεί στη θέση αυτή. Τη χρονική στιγμή $t = 0$ η τιμή της δύναμης F μειώνεται στο $1/4$ της αρχικής τιμής, δηλαδή $F' = 1/4 F = W/2$ και το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με

σταθερά επαναφοράς $D = k$. Θεωρώντας θετική την φορά επιμήκυνσης του ελατηρίου, να υπολογίσετε:

4.1. τη γωνιακή συχνότητα ω της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

4.2. το πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

4.3. τη μέγιστη ταχύτητα και τη μέγιστη επιτάχυνση.

Μονάδες 6

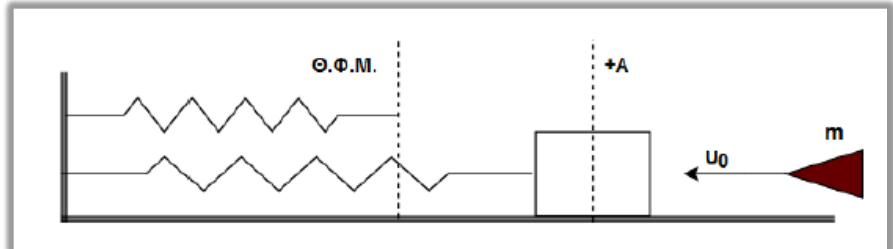
4.4. Να γράψετε τις χρονικές εξισώσεις που περιγράφουν την απομάκρυνση, την ταχύτητα και την επιτάχυνση του ταλαντούμενου σώματος.

Μονάδες 7

Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

5. ΘΕΜΑ Δ 26356

Ένα σώμα μάζας $M = 3,6 \text{ kg}$ είναι δεμένο στο άκρο οριζώντιου ιδανικού ελατηρίου σκληρότητας k και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση



με πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$ και μέγιστη ταχύτητα $v_{\max} = 2\sqrt{10}/3 \text{ m/s}$ σε οριζόντια λεία επιφάνεια. Το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Όταν το σώμα βρίσκεται σε μία από τις ακραίες θέσεις του την $+A$, ένα βλήμα μάζας $m = 0,4 \text{ kg}$, που κινείται οριζόντια με ταχύτητα u_0 κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου, συγκρούεται με το σώμα. Η κρούση είναι πλαστική και αμελητέας διάρκειας. Το συσσωμάτωμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Αν η ολική ενέργεια του ταλαντωτή αμέσως μετά την κρούση τετραπλασιάζεται, να υπολογίσετε:

4.1. το νέο πλάτος της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

4.2. την νέα περίοδο της ταλάντωσης.

Μονάδες 6

4.3. τη νέα μέγιστη ταχύτητα.

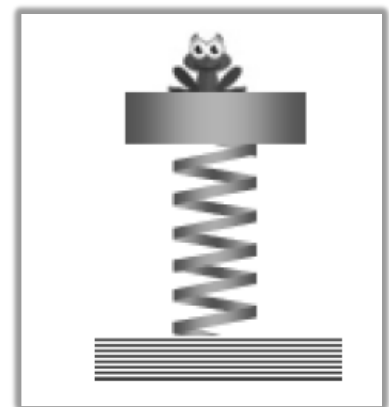
Μονάδες 5

4.4. την ταχύτητα του βλήματος u_0 πριν από την κρούση.

Μονάδες 8

6. ΘΕΜΑ Δ 26259

Ένας δίσκος μάζας $M = 1 \text{ kg}$, είναι στερεωμένος στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο. Πάνω στο δίσκο κάθεται ένας βάτραχος μάζας $m = 0,2 \text{ kg}$ και αρχικά το σύστημα ισορροπεί. Κάποια στιγμή ο βάτραχος εκτινάσσεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 2 \text{ m/s}$, με αποτέλεσμα το σύστημα δίσκος-ελατήριο να αρχίσει να ταλαντώνεται και ο δίσκος να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:



4.1. το μέτρο της ταχύτητας που αποκτά ο δίσκος αμέσως μετά την εκτίναξη του βράτρου.

Μονάδες 6

4.2. το πλάτος της ταλάντωσης του δίσκου.

Μονάδες 7

4.3. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης του δίσκου.

Μονάδες 6

4.4. τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος, εξαιτίας της παραμόρφωσης του ελατηρίου σε σχέση με το φυσικό του μήκος.

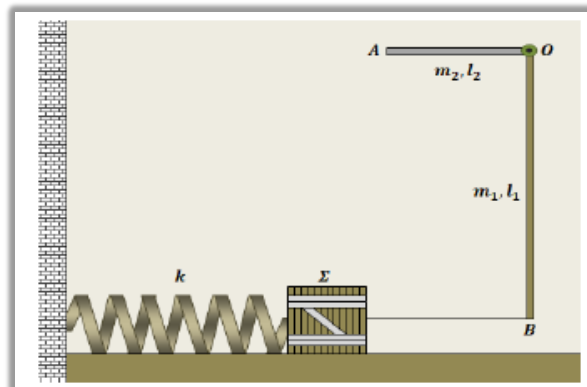
Μονάδες 6

Αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.

7. ΘΕΜΑ Δ 26258

Δύο λεπτές και ομογενείς ράβδοι OA και OB από διαφορετικά υλικά, συγκολλούνται στο ένα άκρο τους O , ώστε να σχηματίζουν ορθή γωνία. Η ράβδος OB έχει μήκος $l_1 = 0,8 \text{ m}$ και μάζα $m_1 = 0,4 \text{ kg}$. Η ράβδος OA , έχει το μισό μήκος από την OB , ($l_2 = 0,4 \text{ m}$) και διπλάσια μάζα ($m_2 = 0,8 \text{ kg}$), από αυτή. Το σύστημα των δύο ράβδων, μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές, ως ένα σώμα, γύρω από οριζόντιο σταθερό άξονα, κάθετο στο επίπεδό τους ο οποίος διέρχεται από την κορυφή O της ορθής γωνίας. Οριζόντιο αβαρές νήμα, συνδέει το άκρο B της ράβδου OB με άλλο σώμα Σ

μάζας $m_3 = 0,2\text{kg}$, το οποίο μπορεί να ολισθαίνει πάνω σε λείο οριζόντιο δάπεδο. Το Σ είναι δεμένο στο ένα άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 20\text{N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο. Ο άξονας του ελατηρίου είναι στην ίδια ευθεία με το νήμα. Αρχικά το σύστημα ισορροπεί έτσι ώστε, με κατάλληλη επιμήκυνση του ελατηρίου, η ράβδος OB να συγκρατείται κατακόρυφη όπως στο σχήμα



4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου, σε σχέση με το φυσικό του μήκος, στην αρχική κατάσταση ισορροπίας του συστήματος. **Μονάδες 6**

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το νήμα κόβεται, το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και το σύστημα των δύο ράβδων αρχίζει να περιστρέφεται ελεύθερα γύρω από τον άξονα O.

4.2. Να υπολογίσετε το μέτρο της μέγιστης ταχύτητας του σώματος Σ κατά την ταλάντωση που εκτελεί μετά την κοπή του νήματος. **Μονάδες 6**

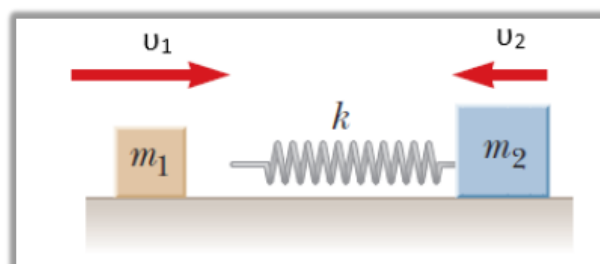
4.3. Να υπολογίσετε την ενέργεια ταλάντωσης του συστήματος σώμα Σ -ελατήριο. **Μονάδες 6**

4.4. Αφού θεωρήσετε θετική φορά από τον τοίχο προς το σώμα Σ , να γράψετε τη σχέση $F_{ελ} - t$, η οποία αποδίδει τιμές της δύναμης του ελατηρίου με το χρόνο, από τη στιγμή που κόπηκε το νήμα και να την αποδώσετε γραφικά σε διάγραμμα με βαθμονομημένους άξονες, για διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσης. **Μονάδες 7**

Να θεωρήσετε το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$ και ασημαντες τις αντιστάσεις αέρα.

8. ΘΕΜΑ Δ 26085

Ένα σώμα μάζας $m_1 = 2\text{kg}$ κινείται αρχικά προς τα δεξιά με ταχύτητα $u_1 = 10\text{m/s}$ σε λείο οριζόντιο επίπεδο και συγκρούεται με ένα ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 400\text{N/m}$. Το ελατήριο είναι συνδεδεμένο σε ένα σώμα μάζας $m_2 = 3\text{kg}$, το οποίο κινείται προς τα αριστερά με ταχύτητα $u_2 = 5\text{m/s}$ όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο θεωρούμε ότι δεν μετατρέπεται κινητική ενέργεια σε άλλη μορφή ενέργειας εκτός από ελαστική δυναμική ενέργεια στο ελατήριο



4.1. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος με μάζα m_2 κατά την διάρκεια της επαφής του m_1 με το ελατήριο, όταν το σώμα μάζας m_1 κινείται προς τα δεξιά με ταχύτητα $u_3 = 5\text{m/s}$. **Μονάδες 6**

4.2. Υπολογίστε τις ταχύτητες που θα αποκτήσουν τα σώματα όταν το m_1 χάσει την επαφή με το ελατήριο. **Μονάδες 6**

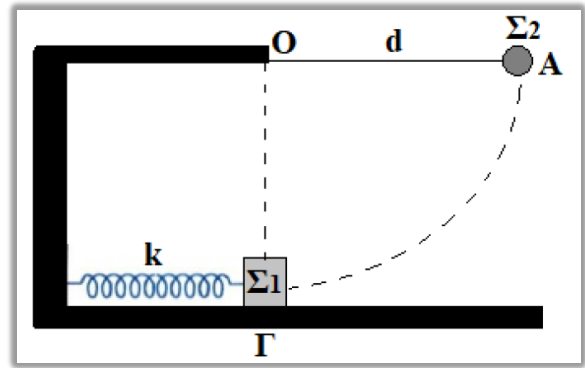
4.3. Να βρεθεί το ποσοστό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του m_1 εξαιτίας της αλληλεπίδρασής του με το ελατήριο. **Μονάδες 6**

4.4. Ποια είναι η μέγιστη συσπίρωση του ελατηρίου κατά την διάρκεια της κρούσης; **Μονάδες 7**

9. ΘΕΜΑ Δ 24804

Σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3\text{Kg}$ ισορροπεί στο λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι δεμένο σε ελατήριο σταθεράς k , που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{Kg}$ και αμελητέων διαστάσεων, είναι προσδεμένο με νήμα μη εκτατό, που το άλλο άκρο του είναι προσδεμένο σε σταθερό σημείο O, με το νήμα σε οριζόντια θέση. Το μήκος του νήματος είναι

$d = 0,8 \text{ m}$. Αφήνουμε το σώμα Σ_2 ελεύθερο από τη θέση A να κινηθεί και να συγκρουσθεί κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_1 . Μετά την κρούση το σώμα Σ_1 εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A_1 = 0,2 \text{ m}$. Να υπολογίσετε:



4.1. τη σταθερά k του ελατηρίου. **Μονάδες 7**

4.2. το ύψος h που θα φτάσει το σώμα Σ_2 μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

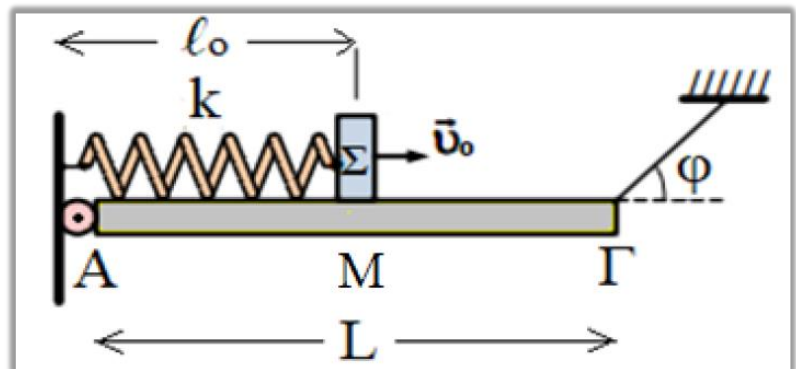
4.3. το ρυθμό μεταβολής της δυναμικής ενέργειας του ελατηρίου, τη στιγμή που αυτό είναι συσπειρωμένο κατά το ήμισυ της μέγιστης συσπείρωσής του και το σώμα κινείται προς τα δεξιά. **Μονάδες 7**

4.4. Να υπολογίσετε τη στροφορμή του Σ_2 ακριβώς πριν την κρούση με το σώμα Σ_1 , ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο O και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_2 . **Μονάδες 5**

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \text{ m/s}^2$.

10. ΘΕΜΑ Δ 24801

Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 4 \text{ Kg}$, μήκος $L = 4 \text{ m}$ και ισορροπεί. Η ράβδος είναι αρθρωμένη στο άκρο A και δεμένη με νήμα στο άκρο Γ. Το νήμα σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα).



Πάνω στη ράβδο τοποθετείται σύστημα που αποτελείται από ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, και σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1 \text{ Kg}$, στερεωμένο στη δεξιά άκρη του ελατηρίου (η αριστερή άκρη του ελατηρίου είναι στερεωμένη στον κατακόρυφο τοίχο πάνω από την άρθρωση). Το σώμα Σ αρχικά βρίσκεται στο μέσο M της ράβδου ΑΓ και το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος ℓ_0 . Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα Σ με ταχύτητα μέτρου $u_0 = 10 \text{ m/s}$ προς τα δεξιά. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος έχει την κατάλληλη τιμή ώστε η απλή αρμονική ταλάντωση που θα εκτελέσει το σώμα Σ να γίνεται χωρίς τον κίνδυνο να κοπεί το νήμα να υπολογίσετε:

4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ. **Μονάδες 6**

4.2. τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ. **Μονάδες 7**

4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση τη χρονική στιγμή $t = 3\pi/10 \text{ s}$. **Μονάδες 7**

4.4. Αν θεωρήσουμε ότι το όριο θραύσης του νήματος είναι $T_{\theta\rho} = 52,5 \text{ N}$, να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας του σώματος Σ, τη στιγμή που κόβεται το νήμα. **Μονάδες 5**

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \text{ m/s}^2$.

11. ΘΕΜΑ Δ 24799

Στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ είναι δεμένο σώμα Σ_3 , μάζας $m_3 = 1 \text{ Kg}$. Πάνω στο σώμα Σ_3 και σε επαφή με αυτό βρίσκεται σώμα Σ_2 , μάζας $m_2 = 3 \text{ Kg}$ και το σύστημα ισορροπεί. Σε ένα σημείο O πάνω στην κατακόρυφο που διέρχεται από τον άξονα του ελατηρίου είναι δεμένο αβαρές μη εκτατό νήμα μήκους $\ell = 0,8 \text{ m}$, στο ελεύθερο άκρο του οποίου έχουμε στερεώσει σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 2 \text{ Kg}$. Φέρνουμε το νήμα με το σώμα Σ_1 στην

οριζόντια θέση (Α) και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί. Όταν το νήμα γίνει κατακόρυφο, το σώμα Σ_1 συγκρούεται κεντρικά και ελαστικά με το σώμα Σ_2 και ταυτόχρονα κόβεται το νήμα.

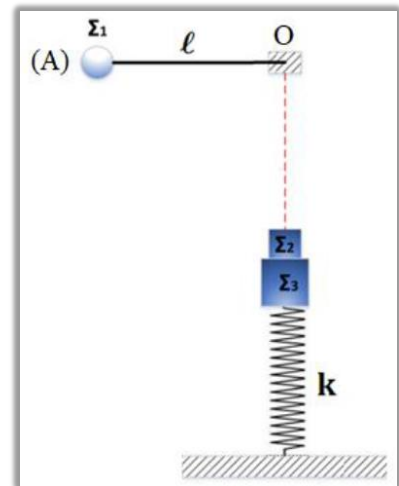
4.1. Να υπολογίσετε τις ταχύτητες των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

4.2. Το σώμα Σ_3 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε το πλάτος και την περίοδο της ταλάντωσης. **Μονάδες 8**

4.3. Θεωρώντας ως χρονική στιγμή $t_0 = 0$, τη στιγμή της κρούσης, αμελητέα τη διάρκεια της και θετική την φορά προς τα κάτω, να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t = \pi/4s$, την κινητική ενέργεια του σώματος Σ_3 . **Μονάδες 6**

4.4. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή $t = \pi/10s$, το μέτρο της δύναμης του ελατηρίου. **Μονάδες 5**

Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10m/s^2$.



12. ΘΕΜΑ Δ 25367

Κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, έχει το πάνω άκρο του στερεωμένο σε ακλόνητο σημείο και στο κάτω άκρο του είναι δεμένο ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$. Το σώμα Σ_1 ισορροπεί ακίνητο.

4.1. Να υπολογίσετε την επιμήκυνση του ελατηρίου από τη θέση φυσικού του μήκους. **Μονάδες 6**

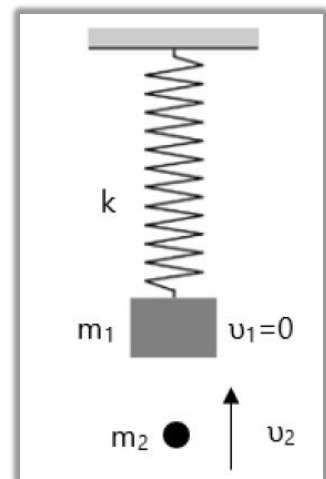
Δεύτερο σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ Kg}$, κινείται κατακόρυφα προς τα πάνω κατά την διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου και συγκρούεται πλαστικά με το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ με ταχύτητα μέτρου $v_2 = 2 \text{ m/s}$. Το συσσωμάτωμα που δημιουργείται, εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με σταθερά επαναφοράς $D = k$.

4.2. Να προσδιορίσετε την ταχύτητα του συσσωματώματος, αμέσως μετά τη δημιουργία του. **Μονάδες 6**

4.3. Να προσδιορίσετε τη θέση ισορροπίας του συσσωματώματος σε σχέση με τη θέση φυσικού μήκους του ελατηρίου.

4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης.

Για τα δεδομένα της άσκησης να θεωρήσετε προσεγγιστικά ότι : $g = 10m/s^2$.

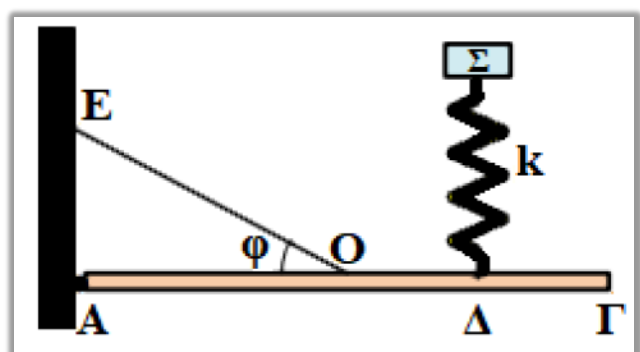


Μονάδες 6

Μονάδες 7

13. ΘΕΜΑ Δ 24802

Στη διάταξη του σχήματος η ομογενής ράβδος ΑΓ έχει μάζα $m = 6 \text{ Kg}$, μήκος L και ισορροπεί στηριζόμενη σε άρθρωση στη μία άκρη Α και σε νήμα ΟΕ το οποίο είναι δεμένο στο μέσο της Ο και σχηματίζει γωνία $\varphi = 30^\circ$ με τον άξονα της ράβδου, έτσι ώστε η ράβδος να παραμένει οριζόντια (όπως φαίνεται στο σχήμα). Πάνω στη ράβδο και στο σημείο Δ, του οποίου η απόσταση από το άκρο Γ της ράβδου είναι $L/4$, είναι στερεωμένο

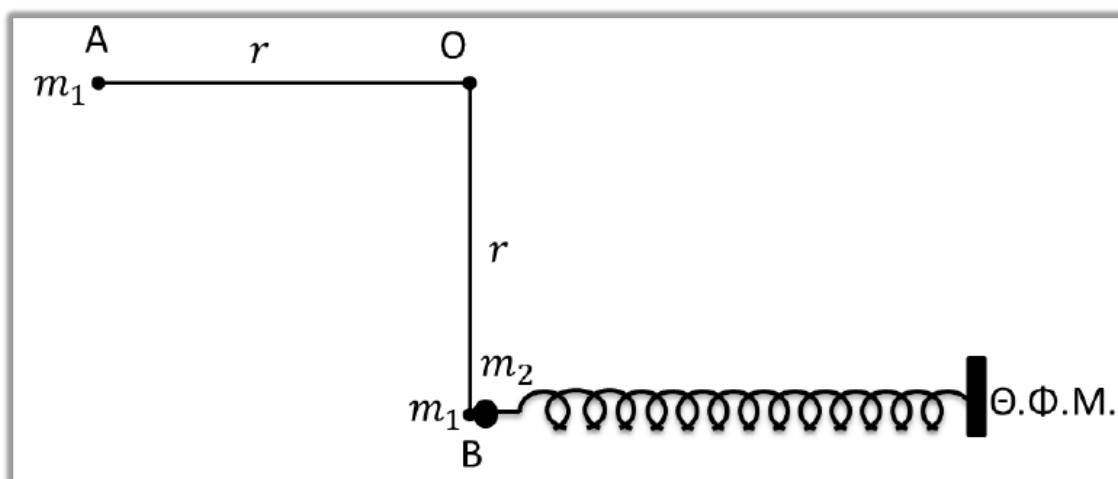


ένα κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο, σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, στο πάνω μέρος του οποίου ισορροπεί σώμα Σ, μάζας $m_\Sigma = 1 \text{ Kg}$. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ μετακινούμε το σώμα Σ στη θέση όπου το ελατήριο είναι στο φυσικό του μήκος και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί εκτελώντας απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρώντας ως θετική φορά για την ταλάντωση τη φορά προς τα πάνω να υπολογίσετε:

- 4.1. το πλάτος της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ. **Μονάδες 6**
 4.2. τη μέγιστη τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ. **Μονάδες 8**
 4.3. το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από την άρθρωση, τη χρονική στιγμή όπου η τιμή του μέτρου της τάσης του νήματος εξαιτίας της ταλάντωσης του σώματος Σ παίρνει την ελάχιστη τιμή. **Μονάδες 6**
 4.4. την κινητική ενέργεια του σώματος Σ τη χρονική στιγμή $t = \pi/60$ s. **Μονάδες 5**
 Να ληφθεί υπόψη ότι η επιτάχυνση βαρύτητας έχει τιμή $g = 10 \text{ m/s}^2$

14. ΘΕΜΑ Δ 24555

Ένα υλικό σημείο Σ_1 μάζας $m_1 = 100 \text{ g}$ κρέμεται από το κάτω άκρο ιδανικού νήματος μήκους $r = 0,8 \text{ m}$. Το άλλο άκρο του νήματος είναι δεμένο σε σταθερό σημείο Ο. Φέρνουμε το Σ_1 στη θέση Α όπου το νήμα είναι τεντωμένο και οριζόντιο και το αφήνουμε να κινηθεί. Τη στιγμή που



το νήμα γίνεται κατακόρυφο το υλικό σημείο Σ_1 συγκρούεται μετωπικά και ελαστικά με υλικό σημείο Σ_2 μάζας $m_2 = 700 \text{ g}$ που ηρεμούσε σε λείο οριζόντιο επίπεδο δεμένο στο άκρο οριζόντιου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 70 \text{ N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι δεμένο σε σταθερό σημείο. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- 4.1. Να υπολογίσετε την στροφορμή του Σ_1 ακριβώς πριν την κρούση, ως προς τον άξονα που περνά από το σημείο Ο και είναι κάθετος στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς του Σ_1 . **Μονάδες 8**
 4.2. Να υπολογίσετε τα μέτρα των ταχυτήτων των Σ_1 και Σ_2 ακριβώς μετά την κρούση. **Μονάδες 8**

4.3. Το Σ_2 μετά την κρούση εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε τη μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου και το χρονικό διάστημα που απαιτείται για να μηδενιστεί η ταχύτητα του Σ_2 για πρώτη φορά μετά την κρούση. Να υποθέσετε ότι δεν γίνεται άλλη κρούση μεταξύ των δύο σωμάτων. **Μονάδες 9**

15. ΘΕΜΑ Δ 24452

Ένα σώμα Σ μάζας $m = 2 \text{ kg}$ κρέμεται από το κάτω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς k . Το πάνω άκρο του ελατηρίου είναι στερεωμένο ακλόνητα σε οροφή. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ εκτοξεύουμε το σώμα από τη θέση ισορροπίας του με ταχύτητα $\vec{v}_0$ κατακόρυφα προς τα πάνω. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,2 \text{ m}$. Την προς τα πάνω κατεύθυνση λαμβάνουμε ως θετική. Τη χρονική στιγμή $t_1 = \pi/10 \text{ s}$ το σώμα περνά για πρώτη φορά μετά την εκτόξευση από τη θέση ισορροπίας του. Δίνεται η επιτάχυνση βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

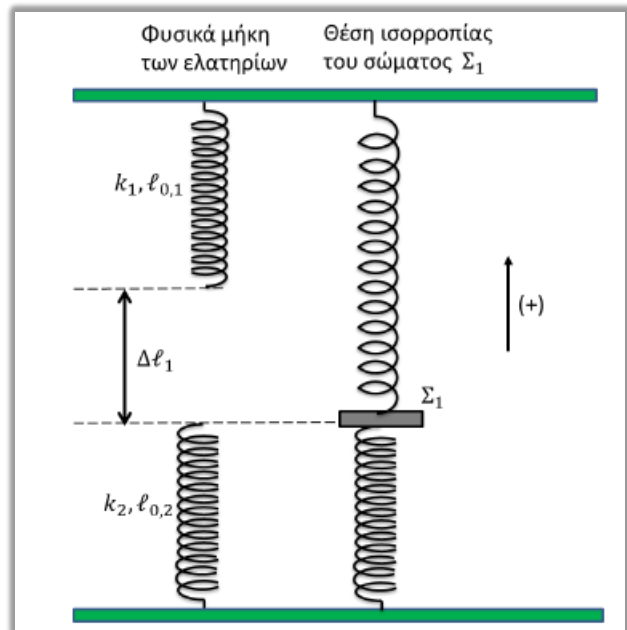
- 4.1. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης και να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του σώματος. **Μονάδες 8**
 4.2. Να υπολογίσετε τη σταθερά επαναφοράς D και το μέτρο της αρχικής ταχύτητας $\vec{v}_0$. **Μονάδες 7**
 4.3. Να γράψετε τη συνάρτηση που περιγράφει τη δύναμη που ασκεί το ελατήριο στο σώμα Σ σε σχέση με την απομάκρυνση και τη συνάρτηση που περιγράφει τη δυναμική ενέργεια του

ελατηρίου σε σχέση με την απομάκρυνση. Να παραστήσετε γραφικά κάθε σχέση σε αριθμημένους άξονες.

Μονάδες 10

16. ΘΕΜΑ Δ 25449

Το πάνω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_1 = 40 \text{ N/m}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1 , μάζας $m_1 = 1 \text{ Kg}$. Το κάτω άκρο του κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου $k_2 = 60 \text{ N/m}$ είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο ενώ το άλλο άκρο του είναι δεμένο στο σώμα Σ_1 . Τα σημεία στερέωσης των δύο ελατηρίων ανήκουν στην ίδια κατακόρυφο. Στη θέση ισορροπίας του σώματος Σ_1 το ελατήριο k_1 έχει επιμήκυνση $\Delta \ell_1$ ενώ το k_2 βρίσκεται στο φυσικό του μήκος. Απομακρύνουμε το σώμα Σ_1 προς τα πάνω κατά $\Delta \ell_1$ και τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ το αφήνουμε ελεύθερο. Δίνεται $g = 10 \text{ m/s}^2$.



4.1. Να αποδείξετε ότι μετά τη χρονική στιγμή t_0 το σώμα Σ_1 θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση και να υπολογίσετε την περίοδο της.

Μονάδες 8

4.2. Να γράψετε την εξίσωση της απομάκρυνσης της ταλάντωσης του Σ_1 συναρτήσει του χρόνου και να την παραστήσετε γραφικά μέχρι τη χρονική στιγμή $t_1 = 6\pi/20 \text{ s}$.

Μονάδες 8

Ένα σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 3 \text{ Kg}$ βρίσκεται σε ύψος $h = 0,3 \text{ m}$, πάνω από τη θέση που αφήσαμε το σώμα Σ_1 τη χρονική στιγμή t_0 . Την κατάλληλη χρονική στιγμή αφήνουμε ελεύθερο το σώμα Σ_2 να κινηθεί κατακόρυφα οπότε τη χρονική στιγμή t_1 συγκρούεται πλαστικά με το Σ_1 .

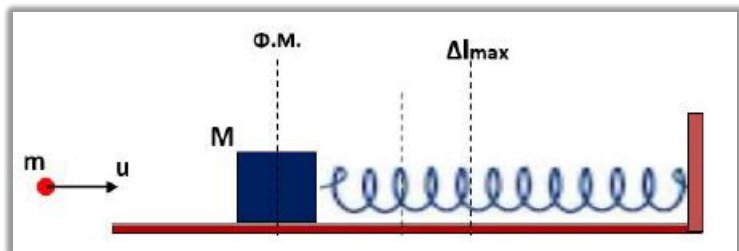
4.3. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος.

Δίνεται ότι: $\sqrt{0,3625} = 0,602$

Μονάδες 9

17. ΘΕΜΑ Δ 23247

Ένα βλήμα μάζας $m = 50 \text{ g}$ κινείται οριζόντια με ταχύτητα $u = 200 \sqrt{15} \text{ m/s}$ και σφηνώνεται στο κέντρο μάζας ενός ξύλου μάζας $M = 4950 \text{ g}$, το οποίο είναι ακίνητο πάνω σε οριζόντιο επίπεδο. Το ξύλο εφάπτεται στο ένα άκρο



οριζόντιου ελατηρίου που έχει το φυσικό του μήκος, σταθεράς $k = 10 \text{ N/m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο. Στο συσσωμάτωμα ασκείται, επίσης, δύναμη αντίστασης στην κίνησή του της μορφής $F_{av} = -0,1 m_{\text{συσ}} g$. Να υπολογίσετε:

4.1. Την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.2. Την μέγιστη συσπείρωση του ελατηρίου.

Μονάδες 9

Μόλις το συσσωμάτωμα βρεθεί στη θέση μέγιστης συσπείρωσης του ελατηρίου, καταργείται η δύναμη αντίστασης και το σύστημα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με θετική φορά προς τα δεξιά.

4.3. Να γράψετε τις εξισώσεις: i. της μετατόπισης ως προς τον χρόνο. ii. της δύναμης επαναφοράς ως προς την μετατόπιση.

Μονάδες 9

18. ΘΕΜΑ Δ 23137

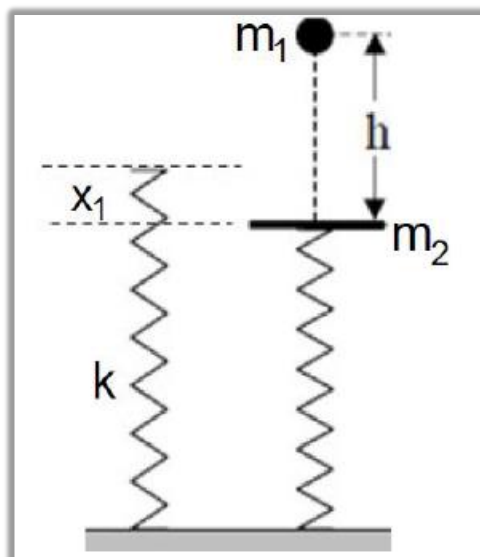
Σώμα μάζας $m_1 = 1\text{ kg}$ αφήνεται να πέσει ελεύθερα από ύψος $h = 5\text{ m}$ πάνω σε δίσκο μάζας $m_2 = 4\text{ kg}$, ο οποίος ισορροπεί σε κατακόρυφο ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100\text{ N/m}$. Η κρούση θεωρείται μετωπική και ελαστική και η διάταξη απεικονίζεται στο παρακάτω σχήμα. Αν είναι γνωστό ότι η επιτάχυνση της βαρύτητας είναι $g = 10\text{ m/s}^2$ και η αντίσταση του αέρα είναι αμελητέα, να βρείτε:

4.1. το μέτρο της ταχύτητας u_1 με την οποία το σώμα προσκρούει στον δίσκο. **Μονάδες 5**

4.2. τις ταχύτητες του σώματος και του δίσκου αμέσως μετά την κρούση. **Μονάδες 6**

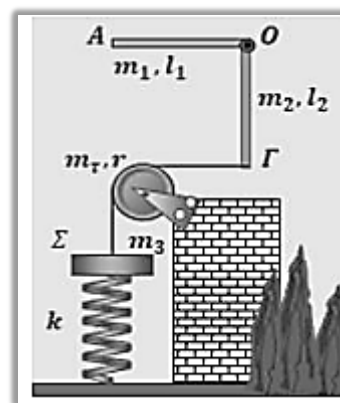
4.3. την μέγιστη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου. **Μονάδες 8**

4.4. την εξίσωση απομάκρυνσης για την απλή αρμονική ταλάντωση του δίσκου και να την αποδώσετε γραφικά στο χρονικό διάστημα $0 \leq t \leq T$, όπου T είναι η περίοδος ταλάντωσης του δίσκου. (Να θεωρήσετε θετική φορά προς τα κάτω και ότι αμέσως μετά την κρούση το σώμα απομακρύνεται και δεν συγκρούεται ξανά με τον δίσκο). **Μονάδες 6**



19. ΘΕΜΑ Δ 28543

Δύο λεπτές, ισοπαχείς και ομογενείς ράβδοι (OA) και (OG) , έχουν συγκολληθεί στο κοινό τους άκρο O , έτσι ώστε να κινούνται σαν ένα σώμα και να είναι κάθετες μεταξύ τους. Στο κοινό άκρο O των δύο ράβδων προσαρμόσαμε σταθερό άξονα, οριζόντιο και κάθετο στο επίπεδό τους, γύρω από τον οποίο μπορούν να περιστρέφονται ελεύθερα, χωρίς τριβές, όπως στο σχήμα. Οι δύο ράβδοι έχουν μάζες $m_{(OA)} = m_1 = 6\text{ kg}$ και $m_{(OG)} = m_2 = 3\text{ kg}$. Τα μήκη των δύο ράβδων είναι ίσα και δίνονται $l_1 = l_2 = l = 2,5\text{ m}$. Στο άκρο Γ της ράβδου OG , δέσαμε το ένα άκρο αβαρούς και μη ελαστικού νήματος. Το νήμα τεντωμένο και οριζόντιο περνάει στο αυλάκι μιας τροχαλίας μάζας $m_T = 1\text{ kg}$ και ακτίνας r , η οποία μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα στο κέντρο της. Το νήμα μετά την τροχαλία τεντωμένο και κατακόρυφο, δένεται σε σώμα Σ , μάζας $m_3 = 3\text{ kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο πάνω άκρο ιδανικού, κατακόρυφου και αβαρούς ελατηρίου, σταθεράς $k = 300\text{ N/m}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε οριζόντιο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Το κέντρο μάζας του Σ βρίσκεται στην κατακόρυφη ευθεία του άξονα του ελατηρίου. Αρχικά η διάταξη ισορροπεί, με όλα τα σώματα ακίνητα και τα κέντρα τους στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.



4.1 Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης (T) του νήματος, την οποία δέχεται η ράβδος (OG) στο άκρο Γ . **Μονάδες 6**

4.2 Να υπολογίσετε το μέτρο της δύναμης (F) , την οποία δέχεται η τροχαλία από τον άξονά της. **Μονάδες 6**

Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$, κόψαμε το νήμα, με αποτέλεσμα το σώμα Σ να τεθεί σε κατακόρυφη ταλάντωση.

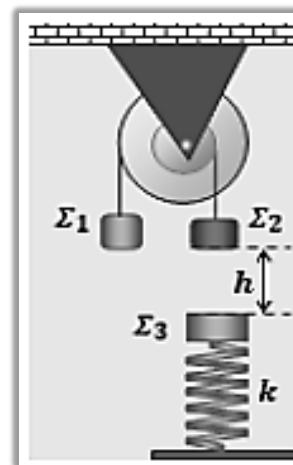
4.3 Να δείξετε ότι η ταλάντωση του σώματος Σ είναι απλή αρμονική και να υπολογίσετε την περίοδό της. **Μονάδες 6**

4.4 Να υπολογίσετε τη μέγιστη δυναμική ενέργεια ταλάντωσης και τη μέγιστη δυναμική ενέργεια του συστήματος εξαιτίας του παραμορφωμένου ελατηρίου. **Μονάδες 7**

Οι αντιστάσεις αέρα αγνοούνται και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας θεωρείται $g = 10\text{ m/s}^2$.

20. ΘΕΜΑ Δ 28540

Η διπλή τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δύο ομοαξονικές τροχαλίες με ακτίνες R_1 και R_2 , για τις οποίες ισχύει $R_1 = 2R_2$. Οι δύο τροχαλίες αποτελούν ένα ενιαίο στερεό το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από τον οριζόντιο άξονα στο κέντρο του. Στα αυλάκια της διπλής τροχαλίας έχουμε τυλίξει αβαρή νήματα και στο άκρο τους αντίστοιχα έχουμε δέσει τα σώματα Σ_1 μάζας m_1 και Σ_2 μάζας $m_2 = 1 \text{ kg}$. Αρχικά η διπλή τροχαλία και τα σώματα Σ_1 και Σ_2 ισορροπούν ακίνητα, όπως στο σχήμα. Κάποια στιγμή το νήμα που κρατάει το σώμα Σ_2 κόπηκε και το σώμα αυτό, με ελεύθερη πτώση, πέφτει και συγκρούεται με άλλο σώμα Σ_3 , το κέντρο του οποίου βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφη με το κέντρο του Σ_2 , σε απόσταση $h = 0,45 \text{ m}$ κάτω από αυτό. Το σώμα Σ_3 έχει μάζα $m_3 = 2 \text{ kg}$ και αρχικά ισορροπεί ακίνητο, δεμένο στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$, το κάτω άκρο του οποίου είναι στερεωμένο στο δάπεδο, όπως στο σχήμα. Η κρούση των δύο σωμάτων είναι πλαστική, ασήμαντης χρονικής διάρκειας και το συσσωμάτωμα που δημιουργείται εκτελεί αμέσως μετά, κατακόρυφη απλή αρμονική ταλάντωση. Να υπολογίσετε:



4.1. Τη μάζα m_1 του σώματος Σ_1 .

Μονάδες 6

4.2. Το μέτρο της ταχύτητας του συσσωματώματος που δημιουργείται από τα σώματα Σ_2 και Σ_3 , αμέσως μετά την πλαστική κρούση μεταξύ τους.

Μονάδες 6

4.3. Το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος μετά την κρούση.

Μονάδες 7

4.4. Το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του συσσωματώματος, αμέσως μετά την πλαστική κρούση.

Μονάδες 6

Να υποθέσετε ασήμαντες τις αντιστάσεις αέρα και το μέτρο της επιτάχυνσης βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$.

21. ΘΕΜΑ Δ 23136

Η εξίσωση της ταχύτητας ενός απλού αρμονικού ταλαντωτή δίνεται από την σχέση $v = 4\pi \sin(10\pi t)$ στο S.I.

4.1. Να υπολογίσετε το πλάτος ταλάντωσης και την περίοδο ταλάντωσης του ταλαντωτή.

Μονάδες 6

4.2. Να γράψετε την εξίσωση επιτάχυνσης για τον απλό αρμονικό ταλαντωτή.

Μονάδες 6

4.3. Αν ο ταλαντωτής έχει μάζα $m = 200 \text{ g}$, να σχεδιάσετε τη γραφική παράσταση της δύναμης επαναφοράς σε συνάρτηση με την απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας.

Μονάδες 7

4.4. Μετά από αρκετό χρόνο επεμβαίνει στο σύστημα ένα εξωτερικό αίτιο, το οποίο ασκεί δύναμη της μορφής $F = F_0 \sin(20\pi t)$ στο S.I. Να βρείτε την περίοδο ταλάντωσης του συστήματος και να εξετάσετε αν το σύστημα θα βρεθεί σε συντονισμό. Δίνεται $\pi^2 \approx 10$.

Μονάδες 6