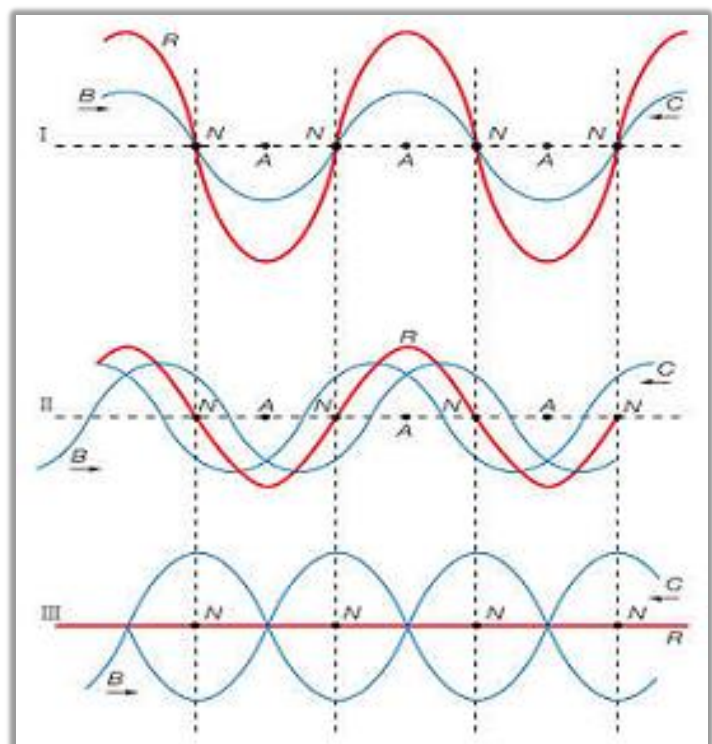


ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ ΔΙΑΒΑΘΜΙΣΜΕΝΗΣ ΔΥΣΚΟΛΙΑΣ

Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

4^ο ΚΕΦΑΛΑΙΟ: «ΚΥΜΑΤΑ» (Δ' ΘΕΜΑΤΑ)



ΤΡΑΠΕΖΑ ΘΕΜΑΤΩΝ Δ' ΘΕΜΑΤΑ: «ΚΥΜΑΤΑ»

1. Δ ΘΕΜΑ 25722

Υλικό σημείο Ο ομογενούς ελαστικής χορδής, που έχει επιλεγεί ως αρχή των αξόνων ($x = 0$), αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να ταλαντώνεται σύμφωνα με την εξίσωση $y = A\eta\mu(\omega t)$ και κάθετα στη διεύθυνση της χορδής. Η κινητική ενέργεια της ταλάντωσης του υλικού σημείου Ο μηδενίζεται 20 φορές σε κάθε χρονικό διάστημα $\Delta t = 5 \text{ s}$. Το κύμα που παράγεται διαδίδεται κατά την αρνητική φορά του άξονα $x'Ox$ κατά μήκος της χορδής που διέρχεται από το σημείο Ο με ταχύτητα $v = 2 \text{ m/s}$. Στη διάρκεια μιας περιόδου της ταλάντωσης του το υλικό σημείο Ο διανύει διάστημα $s = 0,2 \text{ m}$.

4.1. Να γράψετε την εξίσωση του κύματος που παράγεται.

Μονάδες 7

4.2. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που αρχίζει να κινείται ένα σημείο Μ, που βρίσκεται στη θέση $x_M = -1 \text{ m}$ της χορδής όπως επίσης και την απομάκρυνση y_M , από τη θέση ισορροπίας του σημείου Μ, τη χρονική στιγμή $t = 13/24 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3. Να σχεδιάσετε το διάγραμμα της φάσης του κύματος σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη της θέσης ($\varphi - x$), τη χρονική στιγμή $t = 2 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.4. Να βρείτε τις συντεταγμένες θέσης των σημείων της χορδής, τα οποία βρίσκονται στον αρνητικό ημιάξονα, σε απόσταση μικρότερη από 2 m από την αρχή των αξόνων Ο και τη χρονική στιγμή $t = 1 \text{ s}$, έχουν απομάκρυνση $y = -5 \text{ cm}$.

Μονάδες 6

2. Δ ΘΕΜΑ 26082

Πηγή παραγωγής αρμονικών κυμάτων αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t = 0$ στη θέση $x = 0$, με ταχύτητα προς τη θετική φορά του ημιάξονα Ογ. Η εξίσωση ταλάντωσης της πηγής δίνεται από την σχέση $y = 10\eta\mu 2\pi t$ (t σε s και y σε cm). Το παραγόμενο κύμα διαδίδεται προς τη θετική φορά του ημιάξονα Οx με ταχύτητα $u_1 = 0,5 \text{ m/s}$.

4.1. Να υπολογίσετε τη χρονική στιγμή που θα αρχίσει να ταλαντώνεται ένα σημείο Σ του ελαστικού μέσου το οποίο βρίσκεται στη θέση $x_\Sigma = 2,3 \text{ m}$.

Μονάδες 4

4.2. Ποια είναι η φάση της πηγής όταν το σημείο Σ φτάσει για πρώτη φορά σε ακραία θέση ταλάντωσης;

Μονάδες 6

4.3. Να γράψετε την χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου Σ από την θέση ισορροπίας στο χρονικό διάστημα $t \geq 0$.

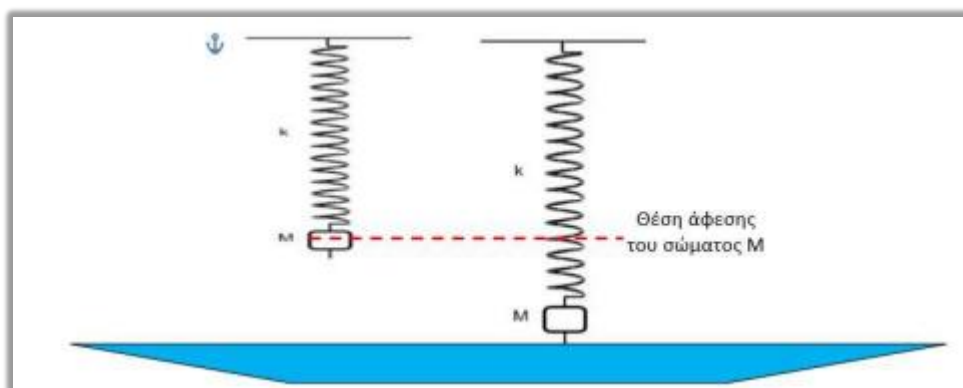
Μονάδες 7

4.4. Να απεικονίσετε γραφικά την φάση του σημείου Σ σε συνάρτηση με τον χρόνο t.

Μονάδες 8

3. Δ ΘΕΜΑ 25986

Ιδανικό ελατήριο σταθεράς $k = 100 \text{ N/m}$ και φυσικού μήκους (Φ.Μ.) $l_0 = 1,2 \text{ m}$, κρέμεται από οροφή. Στο ελεύθερο άκρο του ελατηρίου που βρίσκεται στο φυσικό του μήκος, κρεμάμε σώμα αμελητέων



διαστάσεων, μάζας $M = 2,5 \text{ kg}$ και την χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αφήνουμε το σύστημα ελεύθερο. Το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρούμε θετική φορά προς τα πάνω.

4.1. Να προσδιορίσετε την χρονική εξίσωση της ταχύτητας του ταλαντωτή και την εξίσωση της συνισταμένης δύναμης που δέχεται ο ταλαντωτής σε συνάρτηση με την απομάκρυνσή του.

Μονάδες 7

4.2. Στο κάτω μέρος του σώματος που ταλαντώνεται, υπάρχει πολύ μικρή ακίδα, αμελητέας μάζας, ενώ χαμηλότερα υπάρχει δοχείο με υγρό που ηρεμεί. Πόση πρέπει να είναι η απόσταση της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού από την οροφή, ώστε η ακίδα μόλις να την αγγίζει και να δημιουργεί κύματα στην επιφάνεια του υγρού. **Μονάδες 4**

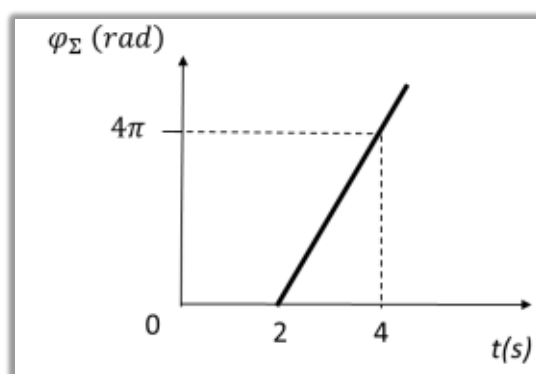
4.3. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ του κύματος που διαδίδεται στην επιφάνεια του υγρού, αν γνωρίζουμε ότι από την στιγμή που αφήσαμε ελεύθερο το σύστημα να ταλαντωθεί, το κύμα έφτασε σε ένα σημείο Λ στην επιφάνεια του υγρού που απέχει από την πηγή του $x_\Lambda = 1,5\text{m}$ σε χρόνο $t_\Lambda = 5,5\text{s}$. **Μονάδες 7**

4.4. Να υπολογίσετε την απόλυτη τιμή της διαφοράς φάσης δύο σημείων της επιφάνειας του υγρού που απέχουν απόσταση $|\Delta x_{AB}| = 1,2\text{m}$ και είναι συνευθειακά με την πηγή του κύματος. **Μονάδες 7**

Δίνονται $\pi^2 \simeq 10 \rightarrow \sqrt{10} \simeq \pi$ και $g = 10 \text{ m/s}^2$

4. ΘΕΜΑ Δ 25641

Κατά μήκος ενός γραμμικού, ομογενούς, ελαστικού μέσου διαδίδεται στη θετική κατεύθυνση του άξονα x Όχ ένα αρμονικό κύμα. Το σημείο Ο της θέσης $x_O = 0$ εκτελεί αρμονική ταλάντωση που περιγράφεται από την εξίσωση $y = 0,5\eta\mu\omega t$ (SI). Στο παρακάτω διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της φάσης φ_Σ του σημείου Σ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται στη θέση $x_\Sigma = 8\text{m}$, συναρτήσεως του χρόνου.



4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος, την περίοδο και την ταχύτητα διάδοσης του κύματος. **Μονάδες 8**

4.2. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος και να παραστήσετε γραφικά σε

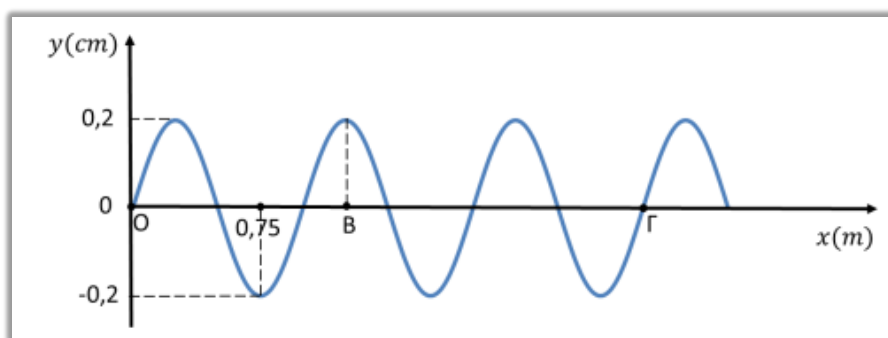
βαθμολογημένους άξονες το στιγμιότυπό του τη χρονική στιγμή $t_1 = 2,5\text{s}$. **Μονάδες 8**

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης του σημείου Σ τη χρονική στιγμή t_1 . **Μονάδες 4**

4.4. Να γράψετε την εξίσωση ενός άλλου αρμονικού κύματος που πρέπει να συμβάλει με αυτό το αρμονικό κύμα για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο. **Μονάδες 5**

5. ΘΕΜΑ Δ 24457

Το σημείο Ο ενός γραμμικού ελαστικού μέσου αποτελεί πηγή αρμονικής διαταραχής και αρχίζει να ταλαντώνεται τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ σύμφωνα με την εξίσωση: $y = A \cdot \eta\mu 10\pi t$ (SI). Το στιγμιότυπο του κύματος που διαδίδεται στο γραμμικό ελαστικό μέσο,



τη χρονική στιγμή t_1 φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα

4.1. Να υπολογίσετε το μήκος κύματος και το μέτρο της ταχύτητας διάδοσης του κύματος. **Μονάδες 6**

4.2. Να υπολογίσετε τη διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ τη χρονική στιγμή t_1 . Να εξηγήσετε αν η διαφορά φάσης των σημείων Β και Γ εξαρτάται από τη χρονική στιγμή υπολογισμού της. **Μονάδες 6**

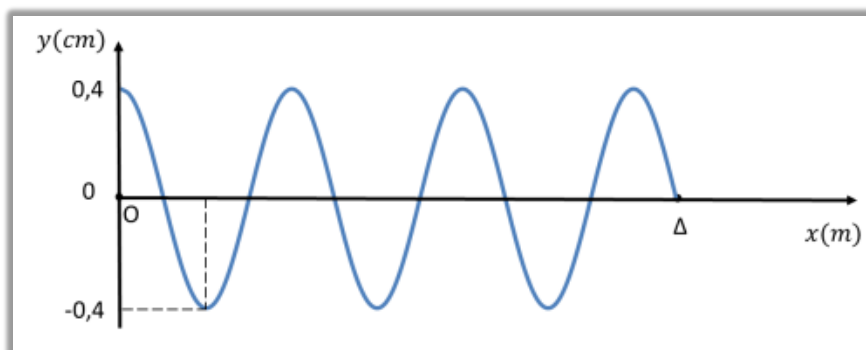
4.3. Να παραστήσετε γραφικά σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του σημείου Β συναρτήσεως του χρόνου μέχρι τη χρονική

στιγμή $t = 10/20 \text{ s}$.

Μονάδες 6

Σε ένα όμοιο γραμμικό ελαστικό μέσο μήκους L , ένα αρμονικό κύμα πλάτους A και συχνότητας

$f = 5 \text{ Hz}$ που διαδίδεται κατά τη θετική φορά, συμβάλλει με ένα αρμονικό κύμα ίδιου πλάτους και συχνότητας που διαδίδεται κατά την αντίθετη φορά. Τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ αποκαθίσταται στάσιμο κύμα στο γραμμικό ελαστικό μέσο. Το στιγμιότυπο του στάσιμου



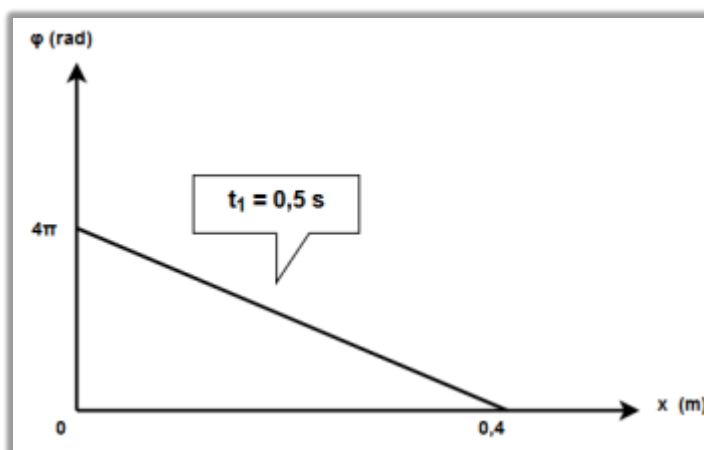
κύματος τη χρονική στιγμή $t_2 = 0,85 \text{ s}$, κατά την οποία όλα τα σημεία του γραμμικού ελαστικού μέσου έχουν μηδενική ταχύτητα φαίνεται στο διπλανό διάγραμμα.

4.4. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος και να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του σε σύστημα ορθογώνιων βαθμολογημένων αξόνων τη χρονική στιγμή $t_3 = 0,95 \text{ s}$.

Μονάδες 7

6. Δ ΘΕΜΑ 27964

Η πηγή κύματος Ο αρχίζει τη χρονική στιγμή $t = 0$ να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, που περιγράφεται από την εξίσωση $\psi = A\eta\mu\omega t$. Το εγκάρσιο αρμονικό κύμα πλάτους $A = 0,05 \text{ m}$ διαδίδεται κατά τη θετική φορά σε οριζόντια ελαστική χορδή που εκτείνεται κατά τη διεύθυνση του άξονα x' . Θεωρούμε ότι το σημείο της χορδής στη θέση $x = 0$ τη χρονική στιγμή $t = 0$ έχει μηδενική απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του και θετική ταχύτητα. Η γραφική παράσταση της φάσης του κύματος φ , την χρονική στιγμή $t_1 = 0,5 \text{ s}$ σε σχέση με την απόσταση x από την αρχή του άξονα ($x = 0$) παριστάνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



4.1. Να γράψετε την εξίσωση του αρμονικού κύματος ($S.I$) που δημιουργείται.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε την απομάκρυνση από τη θέση ισορροπίας του ενός σημείου του ελαστικού μέσου, που βρίσκεται στη θέση $x = 0,4 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή $0,5625 \text{ s}$.

Μονάδες 6

4.3. Να υπολογίσετε την ταχύτητα ταλάντωσης και την επιτάχυνση ενός υλικού σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x = 0,2 \text{ m}$ τη χρονική στιγμή $0,5 \text{ s}$.

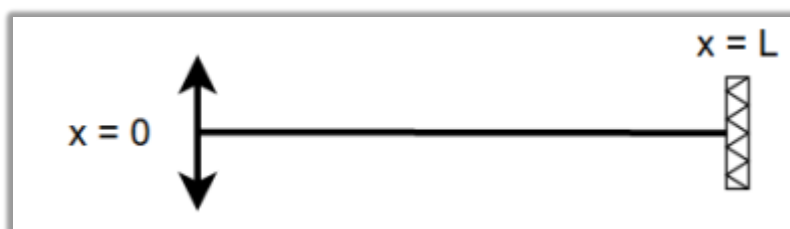
Μονάδες 6

4.4. Να απεικονίσετε το στιγμιότυπο του κύματος τη χρονική στιγμή $T + T/4 = 0,3125 \text{ s}$

Μονάδες 7

7. Δ ΘΕΜΑ 31603

Λεπτή ατσάλινη χορδή έχει μήκος $L = 7/4 \text{ m}$ και έχει τη διεύθυνση του οριζόντιου άξονα x . Η χορδή διεγείρεται με κατάλληλη διάταξη σε ταλάντωση με το ένα της άκρο σταθερό στο σημείο $x = L$ ενώ το άλλο άκρο είναι ελεύθερο στο $x = 0$



4.1. Να δείξετε ότι οι συχνότητες των τρόπων ταλάντωσης της χορδής που μπορούμε να πετύχουμε με την κατάλληλη διάταξη κάθε φορά για να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα είναι:
 $f = \frac{v}{4L} (2n + 1)$ Όπου v είναι η ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων στη χορδή, και n ακέραιος αριθμός. Δηλαδή οι τιμές των συχνοτήτων θα είναι: $f_1, 3f_1, 5f_1, 7f_1, \dots$ Όπου $f_1 = v/4L$

Μονάδες 7

4.2. Αν δίνεται ότι $f_1 = 50 \text{ Hz}$, να βρείτε το αντίστοιχο μήκος κύματος λ_1 του εγκάρσιου κύματος το οποίο όταν διαδίδεται στην χορδή, δημιουργεί, λόγω της ανάκλασής του στο δεσμευμένο άκρο, στάσιμο κύμα.

Μονάδες 7

4.3. Να υπολογίσετε την σταθερή ταχύτητα διάδοσης των εγκάρσιων κυμάτων στα οποία οφείλεται το στάσιμο κύμα.

Μονάδες 6

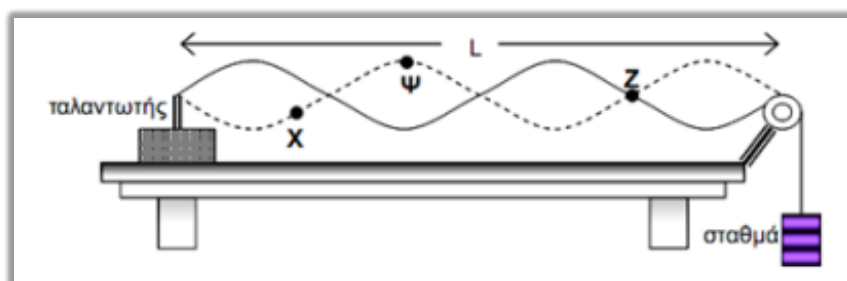
Στη συνέχεια, με την κατάλληλη διάταξη, στην χορδή διαδίδεται κύμα με συχνότητα $f_7 = 7 \cdot f_1 = 350 \text{ Hz}$.

4.4. Να γράψετε (στο *S.I.*) την εξίσωση του στάσιμου κύματος για συχνότητα πηγής ίση με f_7 . Δίνεται ότι η μέγιστη απομάκρυνση ενός σημείου της χορδής που βρίσκεται στη θέση $x = \lambda/8$ είναι $2\sqrt{2} \text{ cm}$.

Μονάδες 5

8. ΘΕΜΑ 23245

Για τη μελέτη των στάσιμων κυμάτων κατά μήκος τεντωμένης χορδής δημιουργήθηκε στο εργαστήριο η πειραματική διάταξη του παρακάτω σχήματος. Αποτελείται από έναν ταλαντωτή, μία



τροχαλία, μία αβαρή ελαστική χορδή και διάφορα σταθμά. Ο ταλαντωτής συνδέεται με μία γεννήτρια συχνοτήτων. Όταν η χορδή ηρεμεί έχει μήκος $L = 1,6 \text{ m}$. Η γεννήτρια τίθεται σε λειτουργία και ρυθμίζουμε την συχνότητά της ώστε να σχηματιστεί το στάσιμο κύμα του παρακάτω σχήματος. Τα σημεία που συνδέεται η χορδή με τον ταλαντωτή και την τροχαλία, μετά τον σχηματισμό του στάσιμου κύματος θεωρούνται ακίνητα, δηλαδή συμπεριφέρονται όπως το σημείο Z. Η μέγιστη απομάκρυνση από την θέση ισορροπίας των σημείων που βρίσκονται στις κοιλίες π.χ. το Ψ, είναι 4 cm . Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που χρειάζεται το σημείο X για να κινηθεί από την μία ακραία θέση ταλάντωσης στην άλλη είναι $\Delta t = 0,1 \text{ s}$.

4.1. Να βρεθεί το μήκος κύματος των αρμονικών κυμάτων που δημιουργούν το στάσιμο κύμα στην χορδή καθώς και η ταχύτητα διάδοσης του αρμονικού κύματος στην χορδή.

Μονάδες 6

4.2. Να υπολογίσετε πόσο πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα της γεννήτριας ώστε να σχηματιστεί στην χορδή ένα ακόμη σημείο δεσμού.

Μονάδες 6

4.3. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να γραφεί η εξίσωση του στάσιμου κύματος του παραπάνω σχήματος, καθώς και η εξίσωση που δίνει την επιτάχυνση ταλάντωσης των μορίων της χορδής σε συνάρτηση με τον χρόνο. Θεωρούμε ως $t = 0$ τη στιγμή που όλα τα μόρια της χορδής διέρχονται από την θέση ισορροπίας τους και η ταχύτητα του σημείου στην θέση Ψ είναι $u > 0$. Ορίζουμε την θέση του σημείου Ψ ως την αρχή του οριζόντιου άξονα με $x = 0$. Να θεωρήσετε ότι $\pi^2 = 10$.

Μονάδες 6

4.4. Για την αρχική συχνότητα του ταλαντωτή να βρεθεί το μέτρο της ταχύτητας ταλάντωσης των μορίων της χορδής του παραπάνω σχήματος τα οποία βρίσκονται στις θέσεις των κοιλιών, όταν βρεθούν σε απομάκρυνση $y = \sqrt{7} \text{ cm}$ από την θέση ισορροπίας.

Μονάδες 7

9. ΘΕΜΑ Δ 25721

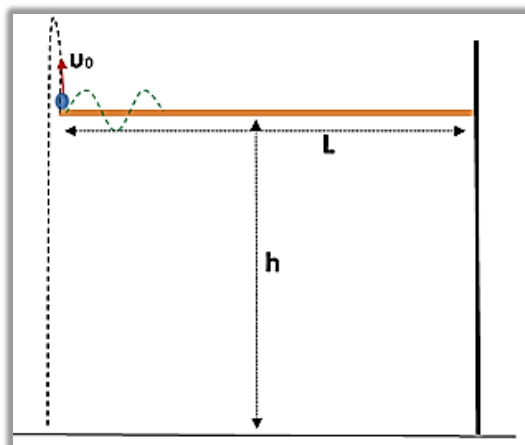
Κατά μήκος μιας χορδής μεγάλου μήκους, η οποία ταυτίζεται με τον άξονα $x'Ox$, διαδίδονται

ταυτόχρονα δύο αρμονικά κύματα που έχουν εξισώσεις $y_1 = 0,2\eta\mu 2\pi(10t - 5x)$ (S.I.) και $y_2 = 0,2\eta\mu 2\pi(10t + 5x)$ (S.I.) Τα δύο κύματα συμβάλλουν δημιουργώντας στο ελαστικό μέσο στάσιμο κύμα.

- 4.1. Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος που δημιουργείται στη χορδή. **Μονάδες 6**
- 4.2. Να αποδείξετε ότι στην αρχή $O(x = 0)$ του άξονα δημιουργείται κοιλία. **Μονάδες 6**
- 4.3. Να διερευνήσετε αν στο σημείο $B(x_B = 0,25 \text{ m})$ σχηματίζεται δεσμός ή κοιλία. **Μονάδες 6**
- 4.4. Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης καθώς και τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του υλικού σημείου M της χορδής που έχει τετμημένη $x_M = 0,025 \text{ m}$. **Μονάδες 7**

10. ΘΕΜΑ Δ 28891

Σημειακό σώμα πέφτει στο ακραίο σημείο οριζόντιου γραμμικού ελαστικού μέσου, μήκους $L = 6,125\text{m}$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο, σε ύψος $h = 15\text{m}$ από το έδαφος. Το σώμα μετά την κρούση, αναγκάζει το άκρο του ελαστικού μέσου να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος $A = 0,4\text{m}$. Το χρονικό διάστημα για να ξαναπεράσει το άκρο του ελαστικού μέσου για πρώτη φορά από την θέση ισορροπίας του είναι $t = 1/50 \text{ s}$. Εκείνη τη στιγμή το σώμα αποχωρίζεται από το ελαστικό μέσο και εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω με ταχύτητα $u_0 = 20\text{m/s}$. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας ($g = 1 \text{ m/s}^2$) και θεωρούμε ότι δεν ασκούνται δυνάμεις αντίστασης σε κανένα σώμα.



- 4.1. Να υπολογίσετε σε πόσο χρόνο το σώμα θα φθάσει στο έδαφος. **Μονάδες 8**
- 4.2. Από το ταλαντούμενο άκρο του ελαστικού μέσου ξεκινά να διαδίδεται εγκάρσιο κύμα με νέα συχνότητα διπλάσια από εκείνη που ταλαντώνονταν πριν εκτοξευτεί το σώμα. Αν η ταχύτητα διάδοσης του κύματος είναι $u_s = 25\text{m/s}$, να γράψετε: (i) την εξίσωση του τρέχοντος κύματος (πριν συμβεί ανάκλαση του κύματος στο ακλόνητο άκρο) και (ii) την εξίσωση του στιγμιότυπου του κύματος την χρονική στιγμή $t' = 0,2\text{s}$. **Μονάδες 8**
- 4.3. Για το μήκος του ελαστικού μέσου ($L = 6,125\text{m}$) που δόθηκε, να εξετάσετε αν θα δημιουργηθεί στάσιμο κύμα και εφόσον δημιουργηθεί να προσδιορίσετε τον αριθμό των δεσμών και των κοιλιών του πάνω στο μέσο. **Μονάδες 9**