
ΦΥΣΙΚΗ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΤΙΚΗΣ &
ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΚΥΜΑΤΑ



ΜΠΕΝΑΚΗΣ ΜΑΝΩΛΗΣ
ΦΥΣΙΚΟΣ

ΚΥΜΑΤΑ

ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΚΥΜΑ είναι η διάδοση μιας διαταραχής που **μεταφέρει ενέργεια και ορμή** με σταθερή ταχύτητα, **χωρίς όμως να μεταφέρει ύλη**.

Για τη δημιουργία ενός κύματος απαιτείται η **πηγή του κύματος** (η αφετηρία της διαταραχής) και το **μέσο διάδοσης** (ο χώρος στον οποίο θα διαδοθεί η διαταραχή).

Η πηγή των κυμάτων εκτελεί εξαναγκασμένη ταλάντωση που η ενέργειά της μεταδίδεται προς όλες τις κατευθύνσεις με ορισμένη ταχύτητα. Η διάδοση γίνεται μέσω των μορίων του μέσου, τα οποία αλληλεπιδρούν με τα γειτονικά τους. Τα μόρια του μέσου εκτελούν διαδοχικά την ίδια κίνηση με αυτή της πηγής αλλά με διαφορά φάσης, χωρίς να μεταφέρονται σε άλλες περιοχές του χώρου.

Όταν η ταλάντωση της πηγής είναι αρμονική, τότε το κύμα ονομάζεται **αρμονικό**.

- Κάθε κύμα : εκπορεύεται από μια πηγή (ένας ταλαντωτής σε ελεύθερη ή εξαναγκασμένη ταλάντωση), διαδίδεται σε κάποιο μέσο (κενό, αέρας, νερό...) ,είναι δυνατόν να ανιχνευθεί από κάποιον δέκτη (που μπορεί να είναι επίσης ένας ταλαντωτής ο οποίος ενεργοποιείται από αυτό).

ΕΙΔΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

- Με κριτήριο το μηχανισμό διάδοσης : **Μηχανικά** (χρειάζονται μέσο διάδοσης) & **Ηλεκτρομαγνητικά** (δε χρειάζονται μέσο διάδοσης – διαδίδονται και στο κενό)
- Με κριτήριο τις διαστάσεις του μέσου : **Γραμμικά** , **επιφανειακά** και **όγκου**.
- Με κριτήριο το μηχανισμό διάδοσης : **Εγκάρσια** (τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται κάθετα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος) & **Διαμήκη** (τα μόρια του μέσου ταλαντώνονται παράλληλα στη διεύθυνση διάδοσης του κύματος).
Τα εγκάρσια κύματα διαδίδονται στα στερεά και στην επιφάνεια των υγρών , σχηματίζοντας όρη και κοιλάδες.
Τα διαμήκη κύματα διαδίδονται στα στερεά, υγρά και αέρια, σχηματίζοντας πυκνώματα και αραιώματα.
- Με κριτήριο τη μετακίνηση της φάσης : **Τρέχοντα** & **στάσιμα** .

Περίοδος του κύματος (T) : το χρονικό διάστημα στο οποίο η κυματική εικόνα επαναλαμβάνεται

Συχνότητα του κύματος (f) : Η συχνότητα ταλάντωσης των μορίων του μέσου.

Ταχύτητα κύματος (v) : Η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται η διαταραχή.

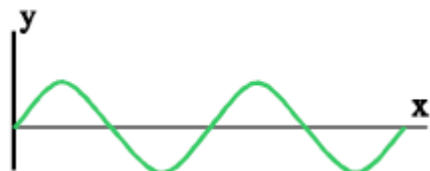
Εξαρτάται μόνο από το μέσο διάδοσης και δεν εξαρτάται από το πόσο ισχυρή είναι η διαταραχή. (σε συγκεκριμένο μέσο διάδοσης, όλα τα κύματα έχουν την ίδια ταχύτητα)

Μήκος κύματος (λ) : Η απόσταση που διανύει το κύμα σε μια περίοδο (ή η απόσταση μεταξύ δύο σημείων που απέχουν το ίδιο από τη θέση ισορροπίας και κινούνται κατά την ίδια φορά)

Η ενέργεια του κύματος καθορίζει το πλάτος ταλάντωσης των μορίων του μέσου.

Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής :

$$v = \lambda \cdot f$$

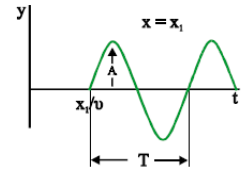


ΕΞΙΣΩΣΗ ΑΡΜΟΝΙΚΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ: $y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

Η εξίσωση είναι μια συνάρτηση με δύο μεταβλητές (χρόνος t - απόσταση x)

α) Για δεδομένο x : $y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \text{σταθερ}$

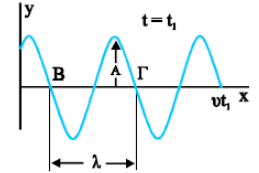
(πληροφορεί για τις θέσεις που αποκτά ένα υλικό σημείο στο κύλημα του χρόνου)



β) Για δεδομένο t : $y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\text{σταθ.} - \frac{x}{\lambda} \right)$

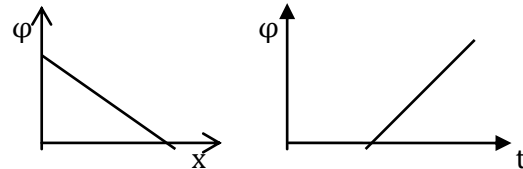
(πληροφορεί για τις θέσεις όλων των σημείων του μέσου μία δεδομένη χρονική στιγμή)

Η εξίσωση καλείται **στιγμιότυπο του κύματος** (είναι ένα είδος φωτογραφίας του).



Φάση του κύματος: $\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$ (εξαρτάται από τη θέση και το χρόνο)

- Αν $t = \text{σταθερό}$, $\varphi = 2\pi \left(\text{σταθ.} - \frac{x}{\lambda} \right)$
- Αν $x = \text{σταθερό}$, $\varphi = 2\pi \left(\frac{t}{T} - \text{σταθ.} \right)$



Διαφορά φάσης: Στον ίδιο χρόνο t : $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}$

Στο ίδιο σημείο x : $\Delta\varphi = 2\pi \frac{\Delta t}{T}$

Συμφωνία φάσης: (έχουν δύο σημεία όταν σε κάθε χρονική στιγμή, έχουν την ίδια απομάκρυνση και την ίδια ταχύτητα ταλάντωσης)

$$\Delta x = \kappa \cdot \lambda, \text{ όπου } \kappa = 1, 2, 3, \dots$$

Αντίθεση φάσης: (έχουν δύο σημεία όταν σε κάθε χρονική στιγμή, έχουν αντίθετη απομάκρυνση και αντίθετη ταχύτητα ταλάντωσης)

$$\Delta x = (2 \cdot \kappa + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ όπου } \kappa = 0, 1, 2, 3, \dots$$

- Όλα τα σημεία του υλικού μέσου, καθυστερούν σε φάση έναντι της πηγής κατά $\Delta\varphi = 2\pi x / \lambda$
- Η φάση φ μειώνεται καθώς κινούμαστε στην κατεύθυνση διάδοσης του κύματος.
- Όλα τα σημεία του υλικού μέσου καθυστερούν χρονικά έναντι της πηγής κατά $\Delta t = x / v$

□ Ένα σημείο σε απόσταση x_1 , αρχίζει να ταλαντώνεται μετά από χρόνο $\Delta t = x_1 / v$ (δηλαδή το κύμα φθάνει στο σημείο αυτό, μετά από χρόνο $\Delta t = x_1 / v$)

□ Εξίσωση αρμονικού κύματος που κινείται προς τα αριστερά: $y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$

□ Ταχύτητα ταλάντωσης σημείου (ωκύτητα): $v = \omega \cdot A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

□ Επιτάχυνση σημείου: $a = -\omega^2 \cdot A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$

□ Άλλες μορφές της εξίσωσης κύματος: $y = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(f \cdot t - \frac{x}{\lambda} \right)$ ή $y = A \cdot \eta\mu \left(\frac{2\pi t}{T} - \frac{2\pi x}{\lambda} \right)$

ΣΥΜΒΟΛΗ ΚΥΜΑΤΩΝ

Είναι το αποτέλεσμα της ταυτόχρονης διάδοσης δύο ή περισσότερων κυμάτων στην ίδια περιοχή ενός ελαστικού μέσου.

Σύμφωνες πηγές: όταν έχουν την ίδια φάση ή οι φάσεις των δύο πηγών διαφέρουν κατά 2π

Συμβολή κυμάτων από δύο σύμφωνες πηγές

Έστω δύο σύμφωνες πηγές Π_1 και Π_2 .

Στο σημείο M φθάνουν δύο κύματα

$$y_1 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \quad \text{και}$$

$$y_2 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right)$$

Το αποτέλεσμα της συμβολής, θα είναι $y = y_1 + y_2$ οπότε προκύπτει:

(χρησιμοποιώντας τη τριγωνομετρική ταυτότητα:

$$\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\sigma\upsilon\nu \frac{\alpha - \beta}{2} \eta\mu \frac{\alpha + \beta}{2})$$

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

θέτω πλάτος: $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda}$ και φάση $\varphi = \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$

$$\text{Άρα} \quad y = A' \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda} \right)$$

Η εξίσωση αυτή, παριστάνει γραμμική αρμονική ταλάντωση, πλάτους $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda}$

και συχνότητας ίσης με τη συχνότητα των κυμάτων.

Το πλάτος εξαρτάται από τη διαφορά των αποστάσεων του υλικού σημείου από τις πηγές.

Διερεύνηση:

(α) ποια σημεία ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος;

$$\text{Πρέπει } A' = 2 \cdot A \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = \pm 1 \rightarrow 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = N \cdot \pi \rightarrow \boxed{|r_2 - r_1| = N \cdot \lambda}, \text{ όπου}$$

$N=0,1,2,3,\dots$

[ενισχυτική συμβολή]

Επομένως, τα υλικά σημεία των οποίων οι αποστάσεις από τις πηγές διαφέρουν κατά ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος, ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος $2A$.

(β) ποια σημεία έχουν μηδενικό πλάτος;

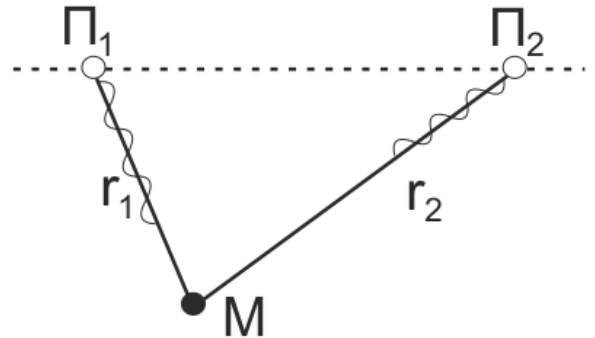
$$\text{Πρέπει } A' = 0 \rightarrow \sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = 0 \rightarrow 2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} = (2N+1) \cdot \frac{\pi}{2} \rightarrow \boxed{|r_2 - r_1| = (2N+1) \frac{\lambda}{2}},$$

όπου $N=0,1,2,3,\dots$

[αποσβεστική συμβολή]

Επομένως, τα σημεία της επιφάνειας των οποίων οι αποστάσεις από τις πηγές διαφέρουν κατά περιττό πολλαπλάσιο του $\lambda/2$, παραμένουν ακίνητα.

- Ο γεωμετρικός τόπος των σημείων για τα οποία συμβαίνει ενισχυτική ή αποσβεστική συμβολή είναι υπερβολές. Το σύνολο των υπερβολών καλούνται κροσσοί συμβολής.



ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

Είναι το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων ίδιας συχνότητας και ίδιου πλάτους που διαδίδονται στο ίδιο μέσο με ίδια ταχύτητα και προς αντίθετες κατευθύνσεις.

$$y_1 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) \quad \text{και} \quad y_2 = A \cdot \eta\mu 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{x}{\lambda} \right)$$

Το κύμα που προκύπτει : $y = y_1 + y_2$. οπότε
(χρησιμοποιώντας πάλι τη τριγωνομετρική ταυτότητα :

$$\eta\mu\alpha + \eta\mu\beta = 2\sigma\upsilon\nu \frac{\alpha + \beta}{2} \eta\mu \frac{\alpha - \beta}{2}$$

$$y = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} \eta\mu \frac{2\pi t}{T}$$

Η εξίσωση αυτή παριστάνει αρμονική ταλάντωση

Πλάτος του στάσιμου : $A' = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda}$

Παρατηρούμε ότι **το πλάτος εξαρτάται μόνο από τη θέση του σημείου και όχι από το χρόνο.**

- Το πλάτος της ταλάντωσης δεν είναι το ίδιο για όλα τα σημεία, αλλά εξαρτάται από τη θέση κάθε σημείου του μέσου.
- Κάθε σημείο του στάσιμου κύματος ταλαντώνεται με σταθερό αλλά διαφορετικό πλάτος από τα υπόλοιπα σημεία. (κάθε σημείο έχει το δικό του πλάτος)

ΚΟΙΛΙΕΣ – ΔΕΣΜΟΙ

(Α) Υπάρχουν σημεία που ταλαντώνονται με μέγιστο πλάτος .

Τα σημεία αυτά ονομάζονται **κοιλίες**.

Συνθήκη για κοιλίες : πρέπει $A' = 2A \rightarrow \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = \pm k\pi$

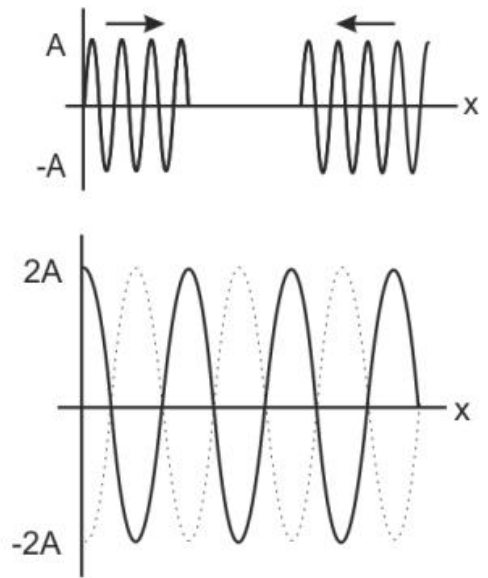
$$\rightarrow \boxed{x_k = k \cdot \frac{\lambda}{2}}, \quad \text{όπου } k = \pm 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

(Β) Υπάρχουν σημεία που παραμένουν μονίμως ακίνητα . Τα σημεία αυτά ονομάζονται **δεσμοί**.

Συνθήκη για δεσμούς : πρέπει $A' = 0 \rightarrow \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2k + 1) \frac{\pi}{2} \rightarrow$

$$\boxed{x_k = (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{4}}, \quad \text{όπου } k = \pm 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

- Η απόσταση δύο δεσμών ή δυο κοιλιών είναι $\frac{\lambda}{2}$
- Η απόσταση δεσμού – κοιλίας είναι $\frac{\lambda}{4}$
- Στη θέση $x=0$ υπάρχει κοιλία του στάσιμου



- Όλα τα σημεία παίρνουν τη μέγιστη απομάκρυνση ταυτόχρονα και περνούν επίσης ταυτόχρονα από τη θέση ισορροπίας.
- Τα σημεία που βρίσκονται ανάμεσα σε δύο διαδοχικούς δεσμούς έχουν ίδια φάση ($\varphi=0$)
- Τα σημεία εκατέρωθεν δεσμού (αυτά που τα χωρίζει δεσμός), έχουν διαφορά φάσης $\varphi=\pi$.
- Από τα προηγούμενα προκύπτει ότι η διαφορά φάσης μεταξύ των σημείων του στάσιμου μπορεί να πάρει μόνο δύο τιμές : μηδέν (0) ή π .
- Το στάσιμο κύμα δε μεταφέρει ενέργεια. Η ενέργεια που προέρχεται από τα συμβαλλόμενα κύματα, κατανέμεται στα μόρια του μέσου και κάθε ένα εκτελεί ταλάντωση με διαφορετικό πλάτος.

ΔΙΑΦΟΡΕΣ ΤΡΕΧΟΝΤΟΣ & ΣΤΑΣΙΜΟΥ ΚΥΜΑΤΟΣ

- Στο τρέχον κύμα, όλα τα σημεία ταλαντώνονται με ίδιο πλάτος, ενώ στο στάσιμο, κάθε σημείο ταλαντώνεται με το δικό του πλάτος.
- Στο τρέχον κύμα, έχουμε μεταφορά ενέργειας από σημείο σε σημείο ενώ δε γίνεται αυτό στο στάσιμο.
- Στο τρέχον, η φάση κάθε σημείου εξαρτάται από τη θέση του, ενώ στο στάσιμο είναι 0 ή π .
- Στο τρέχον, τα σημεία περνούν από τη θέση ισορροπίας σε διαφορετικές στιγμές, ενώ στο στάσιμο ταυτόχρονα.
- Στο τρέχον, υπάρχει συγκεκριμένη κατεύθυνση διάδοσης, ενώ στο στάσιμο δεν υπάρχει.
- Στο τρέχον, όλα τα σημεία ταλαντώνονται, ενώ στο στάσιμο υπάρχουν σημεία που παραμένουν ακίνητα (δεσμοί).

