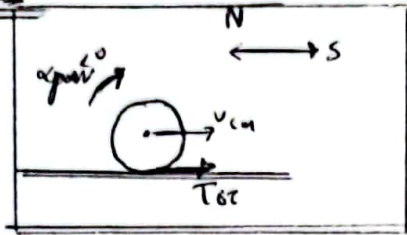


ΘΕΜΑ 12

A₁) α)



$$\Sigma \tau = \Sigma \tau_{\text{ext}} < 0 \Rightarrow T_{\text{στ}} < 0$$

αρα η ερση $T_{\text{στ}}$ υποδηλώνει
ρω των δύο συρμα με
των κέντρων των δύο χεριών.

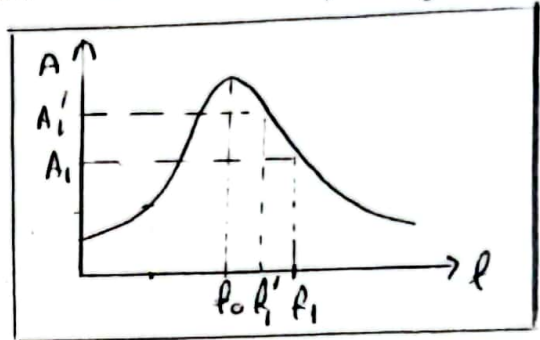
A₂) f_1 = αρχική συχνότητα, πλάτος A_1

α) $f'_1 = 0,8 f_1 \rightarrow A'_1 > A_1$

Από το διαγραμμα φαίνεται
ση $f_1 > f_0$ γιατί αφαιρού-
νται η f_1 το πλάτος αυξάνεται

Αρα σωστό είναι α), αφού

Γεγονότος από την f_1 η αυξανόμενη της βλήματος από το
διαγραμμα ότι το πλάτος συνεχώς μειώνεται.



A₃) Η μόνη περίπτωση που ικανοποιείται αυτή η:

β) $A_3 - A_1 = A_2$



A₄) δ) Γιατί μέρος από το βάρος του μαγνήτη (που είναι συ-
ντηρητική δύναμη) ασκείται κι η δύναμη από το μαγνη-
τικό πεδίο του αγωγού (συνηθισμένο) να δν είναι συντηρη-
τική δύναμη. Αρα δν ισχύει η Α.Δ.Μ.Ε.

A₅) α) $\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{1}{2f} = \frac{1}{2 \cdot 50} = \frac{1}{100} = 0,01 \text{ s} = 0,01 \cdot 1000 \text{ ms} \Rightarrow$
 β) $f = 50 \text{ Hz}$ $\Delta t = 10 \text{ ms}$

β) $H \Rightarrow z=1, N=1 \rightarrow 1p$ (πρωτόνιο) κι ελαδν
 $m_p \approx m_n \Rightarrow$ γ)

γ) $p_1 + \frac{1}{2} m v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} m v_2^2 \xrightarrow{p_1 > p_2} v_1 < v_2 \Rightarrow$ οι ρηφα-
 τική γραμμή συνηθισμένων

Όταν κινούνται η ταχύτητα του υδανίου ρηφν
 συνηθισμένων οι ρηφιστικές γραμμές

δ) Λ

ε) Σ

B₁) α) $A_Δ = \sqrt{2} A_2$ ①
 $P_2 = 2p_{atm}$ ②

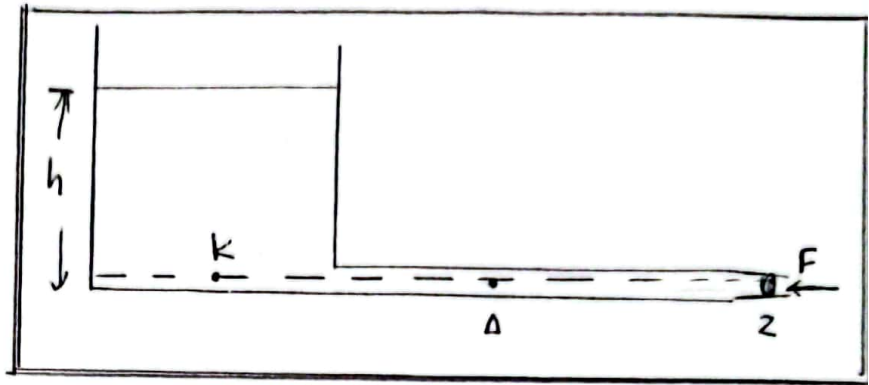
• Όταν υπάρχει το υψος:

$P_2 = P_F + p_{atm}$ ③

$2p_{atm} = P_F + p_{atm} \Rightarrow$

$P_F = p_{atm}$ ③

$P_K = P_2 \Rightarrow \rho gh + p_{atm} = 2p_{atm} \Rightarrow p_{atm} = \rho gh$ ⑥



• Όταν βγάλουμε το υψος:

- Εξίσωση συνέχειας για τα Δ, 2: $\Pi_Δ = \Pi_2 \Rightarrow A_Δ \cdot v_Δ = A_2 v_2$ ④

$\sqrt{2} A_2 v_Δ = A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2} v_Δ$ ④

- Εξίσωση Bernoulli για τα Δ, 2: $P_Δ + \frac{1}{2} \rho v_Δ^2 = P_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$ ⑤

$P_Δ + \frac{1}{2} \rho v_Δ^2 = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho \cdot 2 v_Δ^2 \Rightarrow P_Δ = p_{atm} + \frac{1}{2} \rho v_Δ^2$ ⑤

- Εξίσωση Bernoulli για τα K, Δ.

$P_K + \frac{1}{2} \rho v_K^2 = \frac{1}{2} \rho v_Δ^2 + P_Δ \Rightarrow \rho gh + p_{atm} = \frac{1}{2} \rho v_Δ^2 + P_Δ$ ⑥

$2p_{atm} = \frac{1}{2} \rho v_Δ^2 + P_Δ \Rightarrow 2p_{atm} = P_Δ - p_{atm} + P_Δ \Rightarrow 2P_Δ = 3p_{atm} \Rightarrow$

$P_Δ = \frac{3}{2} p_{atm}$ ⑦

Από ③, ⑦ $\Rightarrow \frac{P_Δ}{P_F} = \frac{\frac{3}{2} p_{atm}}{p_{atm}} \Rightarrow \boxed{\frac{P_Δ}{P_F} = \frac{3}{2}}$

B₂) δ) $m_2 = 4m_1$

ΑΔΟ: $\vec{p}_{ολ(μειν)} = \vec{p}_{ολ(μμεν)}$

$m_1 v = 5m_1 v_K \Rightarrow v_K = \frac{v}{5}$ ①

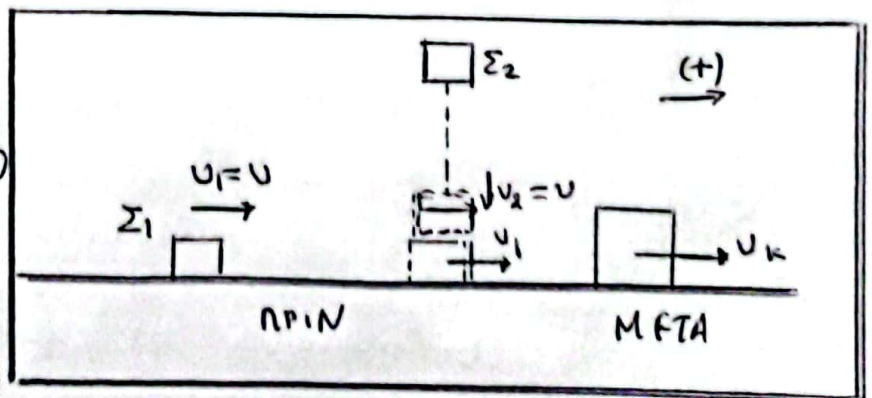
$\Delta K = K_{τελ} - K_{αρχ}$

$K_{αρχ} = \frac{1}{2} 4m v^2 + \frac{1}{2} m v^2 = 2.5 m v^2$

$K_{τελ} = \frac{1}{2} 5m \frac{v^2}{25} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5} m v^2 = 0.1 m v^2$

Αρα: $\Delta K = 0.1 m v^2 - 2.5 m v^2 = -2.4 m v^2$

$\eta\% = \frac{|\Delta K|}{K_{αρχ}} 100\% = \frac{2.4 m v^2}{2.5 m v^2} 100\% = \frac{24}{25} 100\% \Rightarrow \boxed{\eta\% = 96\%}$



$$B_3) \textcircled{B} \quad t_1 = 1,02 t_2$$

-3-

Αρχικό Συμπόστημα:

$$t_s = |t_1 - t_2| = |1,02 t_2 - t_2| \Rightarrow$$

$$t_s = 0,02 t_2$$

$$t_{\text{ραν}} = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{(1,02 + 1) t_2}{2} \Rightarrow$$

$$t_{\text{ραν}} = \frac{2,02}{2} t_2 \Rightarrow t_{\text{ραν}} = 1,01 t_2$$

Τελικό Συμπόστημα:

$$t'_s = |t_1 - t'_2| \Rightarrow t'_s = |1,02 t_2 - t'_2| \Rightarrow$$

$$0,02 t_2 = |1,02 t_2 - t'_2| \Rightarrow$$

$$0,02 t_2 = 1,02 t_2 - t'_2 \Rightarrow t'_2 = t_2 \text{ (απορρίπτεται)}$$

$$\text{ή } 0,02 t_2 = t'_2 - 1,02 t_2 \Rightarrow 1,04 t_2 = t'_2 \Rightarrow \underline{t'_2 = 1,04 t_2}$$

$$t'_{\text{ραν}} = \frac{t_1 + t'_2}{2} = \frac{1,02 t_2 + 1,04 t_2}{2} = \frac{2,06 t_2}{2} = 1,03 t_2 \Rightarrow$$

$$t'_{\text{ραν}} = 1,03 t_2$$

$$\text{Οπότε: } \Delta t_{\text{ραν}} = t'_{\text{ραν}} - t_{\text{ραν}} = 1,03 t_2 - 1,01 t_2 = 0,02 t_2 \Rightarrow$$

$$\boxed{\Delta t_{\text{ραν}} = 0,02 t_2}$$

ΘΕΜΑ Γ

$$κλ = L = 0,5 \text{ m}, B = 4 \text{ T}, r = 0,5 \Omega$$

$$R_1 = 1,5 \Omega, \mu_{κλ} = \mu = 2 \text{ kg}$$

$$R_{κλ} = R_2 = 3 \Omega$$

αρχικά δωδoτα: κλ ισορροπεί

$$\text{με } F = 4 \text{ N}$$

Γ₁) Συμπέρασμα με των ανωτέρω των δoτoν χoρoν $\odot \vec{B}$

$$\kappa\lambda \text{ ισορροπεί: } \Sigma F = 0 \Rightarrow F = F_L \Rightarrow F = B I_2 L \quad \textcircled{1}$$

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{1,2}} \quad \textcircled{2} \quad \text{με } R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{1,5 \cdot 3}{4,5} = 1 \Omega \Rightarrow R_{1,2} = 1 \Omega$$

$$\textcircled{1} \Rightarrow I_2 = \frac{F}{BL} = \frac{4}{4 \cdot 0,5} = \frac{4}{2} \Rightarrow I_2 = 2 \text{ A}$$

$$V_{MN} = V_{κλ} \Rightarrow I_1 R_1 = I_2 R_2 \Rightarrow I_1 \cdot 1,5 = 2 \cdot 3 \Rightarrow I_1 = \frac{6}{1,5} \Rightarrow I_1 = 4 \text{ A}$$

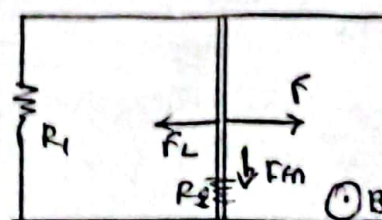
$$\text{Οπότε: } I = I_1 + I_2 \Rightarrow I = 6 \text{ A}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow 6 = \frac{\mathcal{E}}{1,5} \Rightarrow \boxed{\mathcal{E} = 9 \text{ V}}$$

Γ₂) Ανωίγω των δωδoντων δ F_L αριστερά της F (ωστόσο τo Lev2)

$$\Sigma F = ma \Rightarrow F - F_L = ma \Rightarrow$$

$$F - \frac{B^2 L^2 v}{R_1 + R_2} = ma \quad \textcircled{3}$$



Ο κύβος λογόν της F ισιώνεται οπότε η κίνηση (4)
 4 λογόν της (3) θα ακολουθήσει v_{op} όταν $\Sigma F = 0$.
 οπότε: $F = \frac{B^2 L^2 v_{op}}{R_1 + R_2} \Rightarrow v_{op} = \frac{F(R_1 + R_2)}{B^2 L^2} = \frac{4 \cdot 4,5}{16 \cdot \frac{1}{4}} \Rightarrow$

$$v_{op} = 4,5 \text{ m/s}$$

$$I_{en} = \frac{\epsilon_{en}}{R_1 + R_2} = \frac{B v L}{R_1 + R_2} \Rightarrow I_{en} = \text{σταθερή, όταν } v = v_{op} \text{ 4}$$

$$\text{έτσι: } \frac{\Delta W_F}{\Delta t} = F \cdot v_{op} = 4 \cdot 4,5 \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta W_F}{\Delta t} = 18 \text{ J/s}}$$

(Η προσφορά ενέργειας στο ραβδό κλ γίνεται μέσω των
 έργων της F)

Δ_3 > Καταρρίπται η F όταν $v = v_{op}$.

Όταν καταρρίπται η F την στιγμή εκείνη η
 $F_L < 0$ οπότε ο κλ θα γίνει επιβραδυνόμενη κίνηση

$$\text{ΘΜΚΕ: } W_{F_L} = \Delta K \Rightarrow -|W_{F_L}| = K_{τα} - K_{εχ} \Rightarrow$$

$$Q_{θεμ} = K_{εχ} - K_{τα}^0 = K_{εχ} = \frac{1}{2} m v_{op}^2 = \frac{1}{2} 2 \cdot 4,5^2 \rightarrow$$

$$\boxed{Q_{θεμ} = 20,25 \text{ J}}$$

$$\Delta_4 > \Delta x = \frac{1}{2} a \Delta t^2 = \frac{1}{2} 4,5 \cdot 2^2 \Rightarrow \Delta x = 9 \text{ m.}$$

$$\Delta \Phi = B \cdot \Delta A = B \cdot L \cdot \Delta x = 4 \cdot 0,5 \cdot 9 \Rightarrow \Delta \Phi = 18 \text{ Wb}$$

$$Q_{en} = \frac{\Delta \Phi}{R_{1,2}} \quad (\text{νόμος του Neumann})$$

$$Q_{en} = \frac{18}{4,5} \Rightarrow \boxed{Q_{en} = 4 \text{ C}}$$

$$\Delta_5 > P_{F_L} = \frac{\Delta W_{F_L}}{\Delta t} = -F_{L_{in}} v_1 = -B I_1 L v_1 = \frac{-B^2 v_1^2 L^2}{R_1 + R_2} = \frac{-4^2 \cdot 9^2 \cdot \frac{1}{4}}{4,5} \Rightarrow$$

$$v_1 = a t_1 = 4,5 \cdot 2 \rightarrow v_1 = 9 \text{ m/s}$$

$$P_{F_L} = -\frac{81 \cdot 4}{4,5} \Rightarrow \boxed{P_{F_L} = -72 \text{ J/s}}$$

$$L=0,8\text{m}, M, \Delta\Delta=0,2\text{m}$$

$$K=10\text{N/m}$$

$$m_1=0,1\text{kg}$$

$$K\Gamma=0,2\text{m}$$

$$t=0: K_F=9,8\text{J}$$

$$(\text{H})$$

$$\Delta_1> \alpha = f(t)$$

$$\Delta_2> F_{A(\text{max})}=44\text{N}$$

$$M=;$$

$$\Delta_3> F_A = f(x)$$

+ για φ. ημάρηση

$$\Delta_4> m_2=0,2\text{kg}$$

$$R=9006\text{m}$$

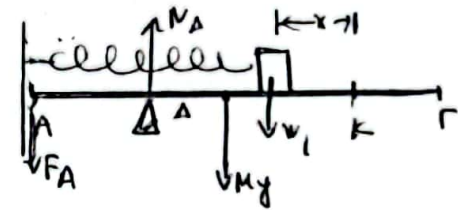
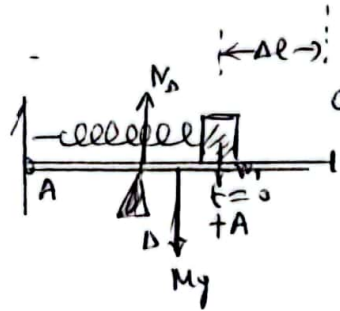
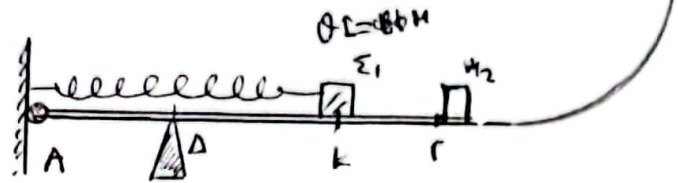
αρχική ταχύτητα

$$v_1' = ;$$

$$\Delta_5> \Pi\%(\Sigma_1) = ;$$

αόριστη ημάρηση

$$g=10\text{m/s}^2$$



$$\Delta_1> K_K = K_{\text{max}} \Rightarrow 0,8 = \frac{1}{2} m_1 v_K^2 \Rightarrow 0,8 = \frac{1}{2} 0,1 v_K^2 \Rightarrow$$

$$v_K^2 = \frac{1,6}{0,1} \Rightarrow v_K = 4\text{m/s} = v_{\text{max}} \Rightarrow \omega \cdot A = 4 \Rightarrow$$

$$\sqrt{\frac{K}{m_1}} \cdot A = 4 \Rightarrow \sqrt{\frac{10}{0,1}} A = 4 \Rightarrow 10A = 4 \Rightarrow$$

$$A=0,4\text{m}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1}} = 10\text{rad/s}$$

$$a = -a_{\text{max}} \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (1)$$

$$a_{\text{max}} = \omega^2 A = 10^2 \cdot 0,4 \Rightarrow a_{\text{max}} = 40\text{m/s}^2$$

$$\text{Στις } t=0 \rightarrow x = +A \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{2}$$

$$\text{Οπότε: } \boxed{a = -40 \sin\left(10t + \frac{\pi}{2}\right) \text{ (SI)}}$$

$$\Delta_2> \Sigma \tau_K = 0 \quad (\text{H εἰς βδυσ ισορροπία})$$

$$N_{\Delta} \cdot (\Delta\Delta) - m_1(L-x-K\Gamma) - m_2 \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow N_{\Delta} \cdot 0,2 = 1(0,8-x-0,2) + 4M$$

$$0,2 \cdot N_{\Delta} = 0,6 - x + 4M \quad (2)$$

$$N_{\Delta} = N_{\Delta(\text{max})} \quad \text{όταν } x = x_{\text{min}} \rightarrow x = -0,2\text{m} \quad \text{γιατί } -0,2\text{m} \leq x \leq 0,4\text{m}$$

$$(2) \rightarrow 0,2 N_{\Delta(\text{max})} = 0,6 + 0,2 + 4M \Rightarrow 0,2 \cdot 44 = 0,8 + 4M \Rightarrow 4M = 8 \Rightarrow$$

$$\boxed{M = 2\text{kg}}$$

$$\Delta_3> \Sigma F_y = 0 \Rightarrow -F_A + N_{\Delta} - m_1 - m_2 = 0 \Rightarrow -F_A = m_1 + m_2 - N_{\Delta} \quad (2)$$

$$-F_A = m_1 g + m_2 g - \frac{0,6 - x + 4 \cdot 2}{0,2} \Rightarrow -F_A = 1 + 20 - \frac{8,6 - x}{0,2} \Rightarrow$$

$$-F_A = 21 - \frac{8,6}{0,2} + \frac{x}{0,2} \Rightarrow -F_A = 21 - 43 + 5x \Rightarrow$$

-6-

$$F_A = 22 - 5x \quad (5)$$

$$-0,2m \leq x \leq 0,4m$$

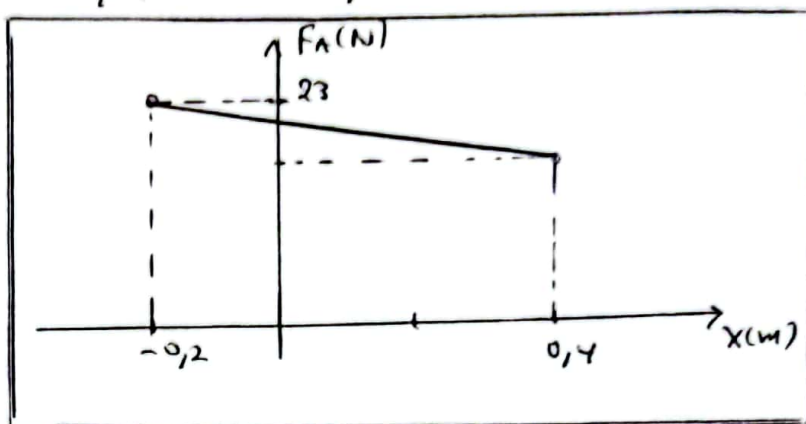
• Για $x = -0,2m \Rightarrow$

$$F_A = 22 - 5(-0,2) = 23N$$

• Για $x = +0,4m \Rightarrow$

$$F_A = 22 - 5(0,4) \Rightarrow$$

$$F_A = 20N$$



Δ4) Για το m_2 αμέσως
μετά την αφήση
στην οριζόντια ανα-
κυμαίνω.

(Δ): $\Sigma F = F_k \Rightarrow$

$$N + m_2 g = m_2 \frac{v_2'^2}{R} \Rightarrow$$

$$N = m_2 \frac{v_2'^2}{R} - m_2 g \quad (3)$$

Για να γίνει ανακύλιση
πρέπει: $N \geq 0 \quad (3)$

$$m_2 \frac{v_2'^2}{R} - m_2 g \geq 0 \Rightarrow v_2'^2 \geq gR \Rightarrow \text{οπότε: } v_2'^2 = gR \quad (4)$$

Ομνη για το m_2 από (2) $\rightarrow$ (Δ): $-\frac{1}{2} g 2R = \frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \Rightarrow$

$$-2gR = \frac{1}{2} gR - \frac{1}{2} v_2'^2 \Rightarrow -4gR - gR = -v_2'^2 \Rightarrow v_2'^2 = 5gR \Rightarrow$$

$$v_2' = \sqrt{5gR} = \sqrt{5 \cdot 10 \cdot 0,06} \Rightarrow v_2' = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

Το m_1 λίγο πριν συγκρούση με το m_2 έχει ταχύτητα v_1
που βρίσκουμε από ΑΔΕΤ για την θέση $x = -0,2m$:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kA^2 \Rightarrow m_1 v_1^2 + kx^2 = kA^2 \Rightarrow$$

$$v_1^2 = \frac{k}{m_1} (A^2 - x^2) \Rightarrow v_1^2 = \frac{100}{0,1} (0,4^2 - 0,2^2) = 100(0,16 - 0,04) =$$

$$= 100 \cdot 0,12 \Rightarrow v_1^2 = 12 \Rightarrow |v_1| = \sqrt{12} \Rightarrow |v_1| = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$$

ΑΔΟ: $\vec{p}_{ολ(πριν)} = \vec{p}_{ολ(μετά)} \Rightarrow m_1 v_1 = m_1 v_1' + m_2 v_2' \Rightarrow$

$$0,1(-2\sqrt{3}) = 0,1v_1' + 0,2(-\sqrt{3}) \Rightarrow 0,1v_1' = -0,2\sqrt{3} + 0,2\sqrt{3} \Rightarrow$$

$$v_1' = 0$$

$$\Delta 5) \quad E_{T(\text{доп})} = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,4^2 \Rightarrow \underline{E_{T(\text{доп})} = 0,8 \text{ Дж}} \quad -7-$$

$$\text{ввиду } v'_1 = 0 \Rightarrow A' = 0,2 \text{ м} \rightarrow E_{T(\text{тн})} = \frac{1}{2} k A'^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 0,2^2 \Rightarrow$$

$$\underline{E_{T(\text{тн})} = 0,2 \text{ Дж}}$$

$$\Delta E_T = E_{T(\text{тн})} - E_{T(\text{доп})} = 0,2 \text{ Дж} - 0,8 \text{ Дж} \Rightarrow \Delta E_T = -0,6 \text{ Дж}$$

$$\eta \% = \frac{|\Delta E_T|}{E_{T(\text{доп})}} \cdot 100\% = \frac{0,6}{0,8} \cdot 100\% = \frac{3}{4} \cdot 100\% \Rightarrow \boxed{\eta \% = 75\%}$$