

1

Ηλεκτρικά κυκλώματα



1-1 ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΟΗΜ

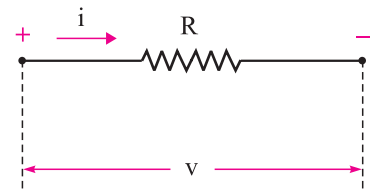
Το 1826 ο Γερμανός φυσικός Georg Ohm ανακάλυψε ότι η **ένταση** του ηλεκτρικού ρεύματος i που διαρρέει έναν αγωγό είναι **ανάλογη της διαφοράς δυναμικού** v που εφαρμόζεται στα άκρα του, δηλαδή ισχύει:

$$i = \frac{v}{R}$$

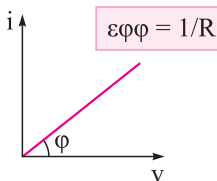
Η σταθερά της αναλογίας $\frac{1}{R}$ ονομάζεται **αγωγιμότητα** και το αντίστροφό της **αντίσταση** R του αγωγού.

Το κυκλωματικό στοιχείο που χρησιμοποιείται για να παραστήσει τη συμπεριφορά των αγωγών στο ηλεκτρικό ρεύμα είναι ο αντιστάτης, με σύμβολο που φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

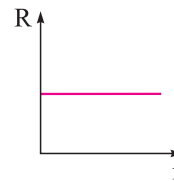
Ο νόμος του Ohm ισχύει με την **προϋπόθεση** ότι η θερμοκρασία του αγωγού παραμένει σταθερή και η τιμή της αντίστασής του είναι **σταθερή** (γραμμικός αντιστάτης).



Σύμβολο αντιστάτη
με αντίσταση R



Γραφική παράσταση της έντασης του ρεύματος συναρτήσει της τάσης σε γραμμικό αντιστάτη



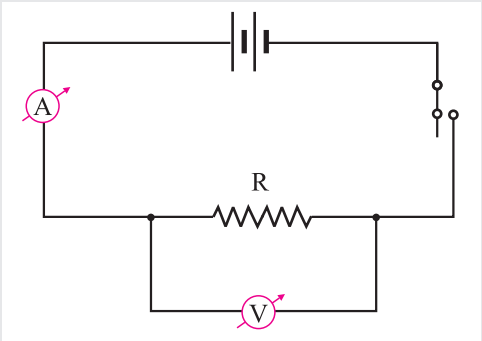
Γραφική παράσταση της αντίστασης συναρτήσει της έντασης του ρεύματος σε γραμμικό αντιστάτη

Δεν είναι γραμμικά όλα τα στοιχεία που χρησιμοποιούνται σ' ένα ηλεκτρικό κύκλωμα. Ένα κύκλωμα μπορεί να περιέχει λαμπτήρες, αντιστάτες, πηνία, πυκνωτές, ηλεκτρικές πηγές, λυχνίες αερίου, λυχνίες κενού, κινητήρες, διόδους και άλλα στοιχεία. Τα στοιχεία αυτά λέγονται **δίπολα**, διότι κοινό τους χαρακτηριστικό είναι ότι καθένα έχει δύο άκρα που λέγονται πόλοι.

Ένας τρόπος να διακρίνουμε αμέσως τα ωμικά (γραμμικά) από τα μη ωμικά στοιχεία είναι η χαρακτηριστική τους καμπύλη. **Χαρακτηριστική καμπύλη διπόλου** λέγεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $i = f(v)$. Στα γραμμικά στοιχεία η γραφική αυτή παράσταση είναι ευθεία που ξεκινά από την αρχή των αξόνων.

Πείραμα 1^ο

Χρησιμοποιώντας ψηφιακό βολτόμετρο και αμπερόμετρο καθώς και το τροφοδοτικό AN-PS-5HL συναρμολογήστε το πιο κάτω κύκλωμα. Σκοπός σας είναι να μετρήσετε την τιμή της αντίστασης του διπόλου (π.χ. των $100\ \Omega / 5\ \text{W}$ από το πλακίδιο αντιστατών). Πάρτε τις ενδείξεις των οργάνων, τις οποίες καταγράψτε στον πίνακα. Γιατί το συγκεκριμένο δίπολο είναι αντιστάτης; Ποια είναι η τιμή της αντίστασής του;



$V_{\text{βολτ}}$	$i_{\text{αμπ}}$	R
V	mA	Ω
0,0		
2,5		
5,0		
7,5		
10,0		

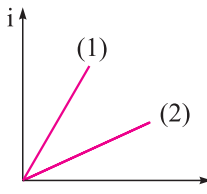
Πείραμα 2^ο

Χρησιμοποιήστε ένα λαμπάκι φακού (3,6 V), ένα μιλιαμπερόμετρο, ένα βολτόμετρο (ψηφιακά) και τροφοδοτικό χαμηλών τάσεων AN-PS-5HL. Στη συνέχεια συναρμολογήστε το απαραίτητο κύκλωμα. Σκοπός μας είναι να προσ-

διορίσουμε τη συμπεριφορά του μικρού λαμπτήρα με τη βοήθεια της χαρακτηριστικής καμπύλης του διπόλου.

Αρχίστε να τροφοδοτείτε το λαμπτήρα με πολύ μικρές τιμές τάσης. Αυξάνετε την τάση τροφοδοσίας έτσι, ώστε η ένδειξη του μιλιαμερόμετρου να αυξάνεται κατά 20 mA περίπου. Συνεχίστε ώσπου ο λαμπτήρας να ανάψει κανονικά. Κατασκευάστε τη χαρακτηριστική καμπύλη του διπόλου και σχολιάστε τη συμπεριφορά του στο κύκλωμα. Ο λαμπτήρας συμπεριφέρεται σαν γραμμικός αντιστάτης ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟ ΝΟΜΟ ΤΟΥ ΟΗΜ

- 1.** Για δύο αγωγούς (1) και (2) με αντιστάσεις R_1 και R_2 αντίστοιχα οι χαρακτηριστικές καμπύλες των διπόλων φαίνονται στο σχήμα. Τι μπορεί να ισχύει για τις αντιστάσεις των αγωγών;
- 
- α) $R_1 > R_2$ β) $R_1 = R_2$ γ) $R_1 < R_2$
δ) Δεν μπορούν να συγκριθούν οι αντιστάσεις των αγωγών με αυτά τα δεδομένα.
- 2.** Ποια από τις παρακάτω σχέσεις αποδίδει το νόμο του Ohm;
- α) $i = v \cdot R$ β) $i = \frac{v}{R}$
γ) $R = i \cdot v$ δ) $R = \frac{v}{i}$
- 3.** Οι αγωγοί είναι σώματα που εμφανίζουν:
- α) αρνητική ηλεκτρική αντίσταση R .
β) μικρή ηλεκτρική αντίσταση R .
γ) μεγάλη ηλεκτρική αντίσταση R .
δ) σχετικά μεγάλη ηλεκτρική αντίσταση R , αλλά μικρότερη των μονωτικών υλικών.
- Ποια από τις παραπάνω προτάσεις είναι σωστή;

1-2 ΝΟΜΟΙ ΤΟΥ KIRCHHOFF

Η πλήρης κατανόηση της λειτουργίας ενός κυκλώματος απαιτεί τον προσδιορισμό του ρεύματος που διαρρέει κάθε στοιχείο του και της διαφοράς δυναμικού μεταξύ οποιονδήποτε σημείων του κυκλώματος. Για απλά κυκλώματα η ανάλυση αυτή μπορεί να γίνει αποκλειστικά με χρήση του νόμου του Ohm. Ο νόμος αυτός όμως δεν αρκεί για την επίλυση ενός σύνθετου κυκλώματος που περιλαμβάνει συνδυασμό πηγών και καταναλωτών. Η επίλυση κάθε σύνθετου κυκλώματος γίνεται με τη βοήθεια δύο νόμων που διατυπώθηκαν από τον Γερμανό φυσικό Gustav Kirchhoff.

Νόμος ρευμάτων του Kirchhoff (N.P.K.)

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των ρευμάτων σε κάθε κόμβο ενός κυκλώματος είναι μηδέν.

Μαθηματική έκφραση:

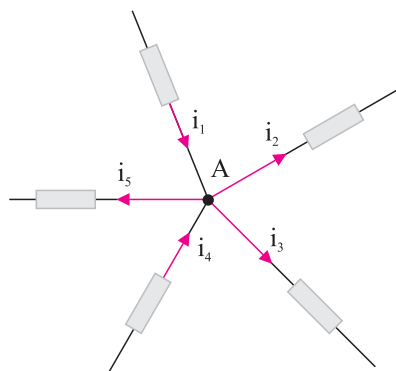
$$\sum_{\kappa=1}^n i_{\kappa} = 0$$

όπου n ο αριθμός των ρευμάτων.

Το ρεύμα i_{κ} που εισρέει (εισέρχεται) σ' έναν κόμβο θεωρείται θετικό. Το ρεύμα που εκρέει (αποχωρεί) από έναν κόμβο θεωρείται αρνητικό.

Με εφαρμογή του N.P.K. για τον κόμβο A του διπλανού σχήματος έχουμε:

$$\sum_{\kappa=1}^5 i_{\kappa} = 0 \quad \text{ή} \quad i_1 - i_2 - i_3 + i_4 - i_5 = 0$$



Στο σημείο A συνέρχονται πέντε αγωγοί ηλεκτρικού ρεύματος (κόμβος). Επειδή στο A δεν είναι δυνατό να δημιουργηθεί αλλά ούτε και να καταστραφεί ηλεκτρικό φορτίο (**αρχή διατήρησης του φορτίου**), θα πρέπει ο συνολικός ρυθμός άφιξης του φορτίου στον κόμβο να είναι ίσος με το συνολικό ρυθμό απαγωγής του φορτίου από αυτόν.

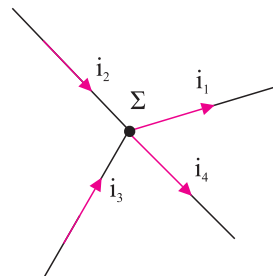
Εφαρμογή

Δίνεται ο κόμβος Σ , όπου εισέρχονται τα ρεύματα i_2 και i_3 και εξέρχονται τα ρεύματα i_1 και i_4 . Αν οι τιμές των ρευμάτων i_1 , i_2 και i_3 είναι αντίστοιχα $i_1 = 2\text{ A}$, $i_2 = 4\text{ A}$ και $i_3 = 5\text{ A}$, ποια είναι η τιμή του ρεύματος i_4 ;

- α) -7 A β) 2 A γ) 4 A δ) 7 A

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

[Απ.: δ]



Νόμος τάσεων του Kirchhoff (N.T.K.)

Το αλγεβρικό άθροισμα όλων των τάσεων σε κάθε βρόχο ενός κυκλώματος ισούται με μηδέν.

Μαθηματική έκφραση:

$$\sum_{\kappa=1}^n v_{\kappa} = 0$$

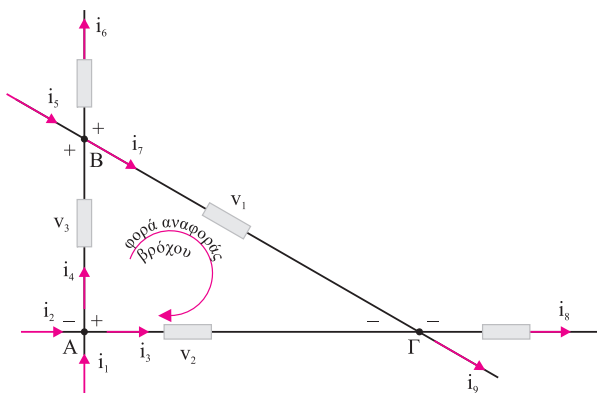
Η τάση v_{κ} λαμβάνεται με πρόσημο (+) αν η φορά αναφοράς στον κλάδο (+ $\rightarrow$ -) συμπίπτει με τη φορά αναφοράς του βρόχου (δεξιόστροφη, δηλαδή φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού), διαφορετικά λαμβάνεται με πρόσημο (-).

Κλάδος λέγεται το τμήμα του κυκλώματος που βρίσκεται μεταξύ δύο κόμβων.

Παράδειγμα

Να γράψετε τις σχέσεις οι οποίες προκύπτουν από την εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff στους κόμβους Α, Β, Γ και στο βρόχο ΑΒΓ του επόμενου σχήματος.

(Εξετάσεις 2002)



Λύση

Εφαρμόζουμε σε κάθε κόμβο το Ν.Ρ.Κ.

Κόμβος Α:

$$\sum_{\kappa=1}^4 i_{\kappa} = 0 \quad \text{ή} \quad i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

Κόμβος Β:

$$\sum_{\kappa=1}^4 i_{\kappa} = 0 \quad \text{ή} \quad i_4 + i_5 - i_6 - i_7 = 0$$

Κόμβος Γ:

$$\sum_{\kappa=1}^4 i_{\kappa} = 0 \quad \text{ή} \quad i_3 + i_7 - i_8 - i_9 = 0$$

Εφαρμόζουμε το Ν.Τ.Κ. για το βρόχο ΑΒΓ:

$$-v_3 + v_1 - v_2 = 0$$

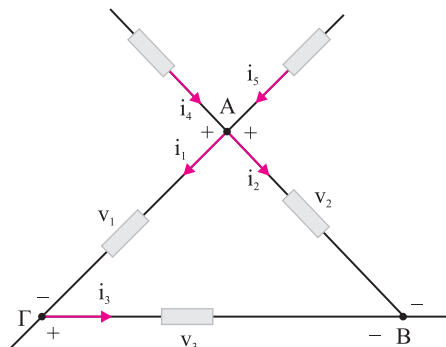
Σ' ένα σύνθετο κύκλωμα όπου ζητούνται τα ρεύματα που διαρρέουν τους διάφορους κλάδους του, οι άγνωστοι είναι γενικά όσοι και οι κλάδοι του κυκλώματος. Αν Α ο αριθμός των κλάδων και Κ ο αριθμός των κόμβων του κυκλώματος, το Ν.Ρ.Κ. τον εφαρμόζουμε για Κ - 1 κόμβους και το Ν.Τ.Κ. τον εφαρμόζουμε για Α - (Κ - 1) = Α - Κ + 1 βρόχους. Με λύση του συστήματος προκύπτουν τα ρεύματα που ζητάμε.

Ο Ν.Τ.Κ. είναι συνέπεια της αρχής διατήρησης της ενέργειας σε κάθε βρόχο του κυκλώματος, δηλαδή σε κάθε κλειστή διαδρομή.

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ – ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΝΟΜΟΥΣ ΤΟΥ ΚΙΡΧΗΟΦΦ

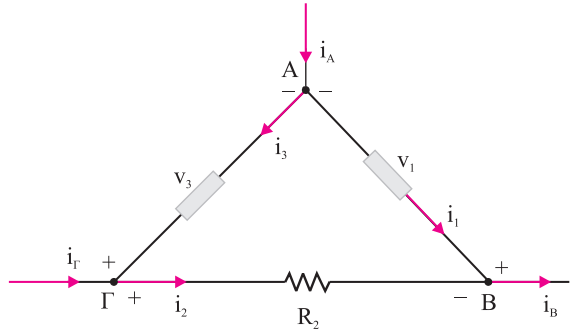
1. Στον κόμβο Α και στο βρόχο ΑΒΓ του σχήματος να γράψετε τις αντίστοιχες σχέσεις που προκύπτουν από την εφαρμογή των νόμων του Kirchhoff.

(Εξετάσεις 2002)



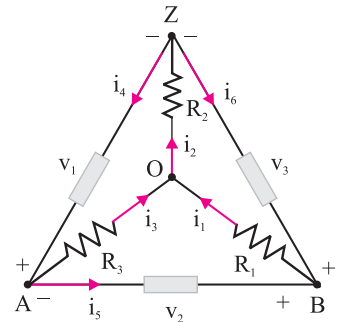
2. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται: $v_1 = 2 \text{ V}$, $v_3 = 9,5 \text{ V}$, $R_2 = 5 \Omega$, $i_A = 2 \text{ A}$ και $i_B = 3 \text{ A}$. Να βρείτε τις τιμές των ρευμάτων i_1 , i_2 και i_3 .

[Απ.: $i_1 = 1,5 \text{ A}$, $i_2 = 1,5 \text{ A}$ και $i_3 = 0,5 \text{ A}$]



3. Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται: $v_1 = 10 \text{ V}$, $v_2 = 10 \text{ V}$, $v_3 = 20 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = R_3 = 1 \Omega$. Να βρείτε τα ρεύματα που διαρρέουν τους αντιστάτες R_1 , R_2 και R_3 καθώς και την ολική ισχύ που παρέχεται σε αυτούς από τις πηγές.

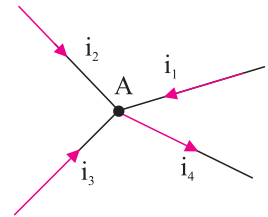
[Απ.: $i_1 = i_2 = 10 \text{ A}$, $i_3 = 0$ και $P_{ολ} = 200 \text{ W}$]



4. Στον κόμβο A εισέρχονται τα ρεύματα i_1 , i_2 , i_3 και εξέρχεται το ρεύμα i_4 . Αν οι τιμές των εντάσεων των ρευμάτων i_2 , i_3 και i_4 είναι αντίστοιχα $i_2 = 2 \text{ A}$, $i_3 = 3 \text{ A}$ και $i_4 = 6 \text{ A}$, η τιμή της έντασης του ρεύματος i_1 είναι:
α) 1 A β) 2 A γ) 3 A δ) 4 A

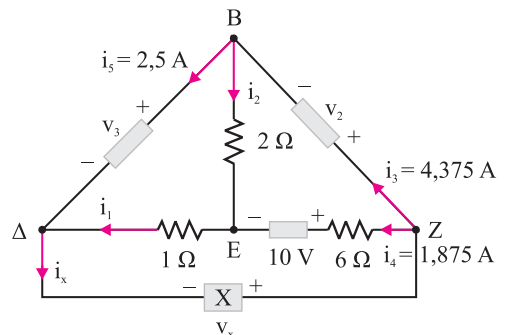
Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

[Απ.: α]



5. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος να βρείτε:

- α) το ρεύμα και την τάση του στοιχείου X χρησιμοποιώντας τους νόμους του Kirchhoff. Απορροφά ή προσφέρει ενέργεια στο κύκλωμα το στοιχείο X;
β) τις τάσεις v_2 και v_3 .



[Απ.: α) $i_x = 6,25 \text{ A}$, $v_x = 25 \text{ V}$, β) $v_2 = 17,5 \text{ V}$, $v_3 = 7,5 \text{ V}$]

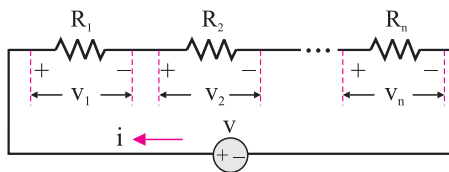
1-3 ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥ ΝΟΜΟΥ ΤΟΥ ΟΗΜ ΚΑΙ ΤΩΝ ΝΟΜΩΝ ΤΟΥ KIRCHHOFF

1-3.1 Συνδεσμολογία αντιστατών

Ένα σύστημα αντιστατών μπορεί να περιλαμβάνει αντιστάτες συνδεδεμένους μεταξύ τους με διάφορους τρόπους. Είναι όμως δυνατό το σύστημα αυτό να αντικατασταθεί μ' έναν ισοδύναμο αντιστάτη, χωρίς να επηρεαστεί καθόλου το υπόλοιπο κύκλωμα.

α) Συνδεσμολογία αντιστατών σε σειρά

Όταν οι αντιστάτες $R_1, R_2, \dots, R_n$ είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους και διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα, τότε λέμε ότι έχουν συνδεθεί **σε σειρά**.



Για την εύρεση της αντίστασης $R_{\text{ισ}}$ του ισοδύναμου αντιστάτη εφαρμόζουμε το Ν.Τ.Κ.:

$$\sum_{k=1}^n v_k = 0, \text{ δηλαδή } v_1 + v_2 + \dots + v_n - v = 0$$

Με βάση το νόμο του Ohm για τμήμα αγωγού έχουμε:

$$i \cdot R_1 + i \cdot R_2 + \dots + i \cdot R_n = v, \text{ οπότε}$$

$$i \cdot (R_1 + R_2 + \dots + R_n) = i \cdot R_{\text{ισ}}, \text{ άρα}$$

$$R_{\text{ισ}} = R_1 + R_2 + \dots + R_n$$

Η σύνδεση δύο ή περισσότερων αντιστατών σε σειρά ισοδυναμεί με αύξηση του μήκους ενός αγωγού, άρα η $R_{\text{ισ}}$ είναι μεγαλύτερη και από τη μεγαλύτερη αντίσταση του συστήματος.

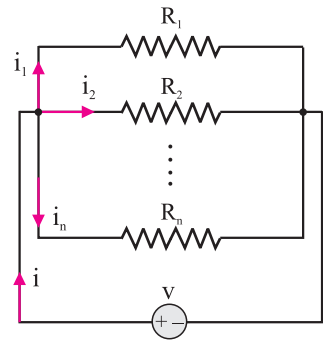
Εάν όλοι οι αντιστάτες είναι ίσοι, $R_1 = R_2 = \dots = R_n = R$, τότε η $R_{\text{ισ}} = n \cdot R$.

β) Συνδεσμολογία αντιστατών παράλληλα

Όταν οι αντιστάτες $R_1, R_2, \dots, R_n$ είναι συνδεδεμένοι μεταξύ τους έτσι ώστε να έχουν κοινούς ακροδέκτες και κατά συνέπεια και **κοινή τάση**, λέμε ότι έχουν συνδεθεί **παράλληλα**.

Για την εύρεση της αντίστασης $R_{\text{ισ}}$ του ισοδύναμου αντιστάτη εφαρμόζουμε το Ν.Ρ.Κ.:

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0, \quad \text{δηλαδή} \quad i - i_1 - i_2 - \dots - i_n = 0$$



Με βάση το νόμο του Ohm για τμήμα αγωγού έχουμε:

$$i = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \dots + \frac{V}{R_n}, \quad \text{οπότε}$$

$$\frac{V}{R_{\text{ισ}}} = V \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} \right), \quad \text{άρα}$$

$$\frac{1}{R_{\text{ισ}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Η σύνδεση δύο ή περισσότερων αντιστατών παράλληλα ισοδυναμεί με αύξηση της διατομής ενός αγωγού, άρα η $R_{\text{ισ}}$ είναι μικρότερη και από τη μικρότερη αντίσταση του συστήματος.

Εάν όλοι οι αντιστάτες είναι ίσοι, $R_1 = R_2 = \dots = R_n$, τότε $\frac{1}{R_{\text{ισ}}} = \frac{n}{R}$, άρα:

$$R_{\text{ισ}} = \frac{R}{n}$$

Αν έχουμε δύο αντιστάτες R_1, R_2 συνδεδεμένους παράλληλα, τότε:

$$R_{\text{ισ}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

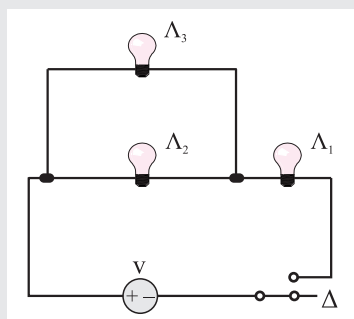
γ) Μικτή συνδεσμολογία αντιστατών

Είναι η συνδεσμολογία στην οποία συνυπάρχουν οι δύο προηγούμενες περιπτώσεις. Ένας καλός τρόπος μελέτης του κυκλώματος είναι να αρχίσουμε να

εξετάζουμε την απλούστερη συνδεσμολογία αντιστατών και να την αντικαθίστούμε με τον ισοδύναμο αντιστάτη. Προχωρούμε έτσι μέχρι να καταλήξουμε σ' έναν αντιστάτη που ισοδυναμεί με ολόκληρη τη συνδεσμολογία.

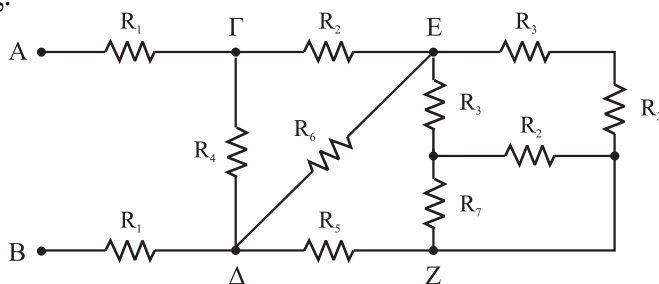
Δραστηριότητα

- Πραγματοποιήστε ένα κύκλωμα με δύο όμοιους λαμπτήρες Λ_1 , Λ_2 2,4 V ή 3,6 V σε σειρά, ένα διακόπτη και τροφοδοτικό που σας δίνει σταθερή τάση 5 V. Παρατηρήστε τη φωτοβολία των λαμπτήρων.
- Προσθέστε έναν τρίτο όμοιο λαμπτήρα Λ_3 2,4 V ή 3,6 V στο προηγούμενο κύκλωμα συνδέοντάς τον στα άκρα του Λ_2 .
- Παρατηρήστε τις μεταβολές στη φωτοβολία των λαμπτήρων. Προσπαθήστε να ερμηνεύσετε το φαινόμενο ποιοτικά και ποσοτικά.



ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΣΥΝΔΕΣΗ ΑΝΤΙΣΤΑΤΩΝ

- Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} του συστήματος αντιστατών του σχήματος.



Δίνονται: $R_1 = 5 \, \Omega$, $R_2 = 6 \, \Omega$, $R_3 = 2 \, \Omega$, $R_4 = 12 \, \Omega$, $R_5 = 8 \, \Omega$, $R_6 = 15 \, \Omega$ και $R_7 = 3 \, \Omega$.

[Απ.: 16 Ω]

Στήλη Α	Στήλη Β
1. Και οι τρεις σε σειρά.	α. $\frac{R}{3}$
2. Και οι τρεις παράλληλα.	β. $\frac{3R}{2}$
3. Δύο σε σειρά και η τρίτη παράλληλη σε αυτές.	γ. $\frac{3R}{4}$
4. Δύο παράλληλα και η τρίτη σε σειρά με αυτές.	δ. $\frac{4R}{3}$
	ε. $3R$
	στ. $\frac{2R}{3}$

(Εξετάσεις 2002)

- 6.** Τρεις αντιστάτες με αντιστάσεις R_1, R_2, R_3 , για τις οποίες ισχύει $R_1 > R_2 > R_3$, συνδέονται παράλληλα. Για τις τάσεις v_1, v_2, v_3 αντίστοιχα στα άκρα του κάθε αντιστάτη ισχύει:

α) $v_1 > v_2 > v_3$

β) $v_1 < v_2 < v_3$

γ) $v_1 = v_2 = v_3$

δ) $v_1 + v_2 + v_3 = 0$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

Συνδεσμολογίες με αντιστάτες και πυκνωτές

Όταν σε μια συνδεσμολογία αντιστατών συνδέεται πυκνωτής, τότε, αφού φορτιστεί, λειτουργεί ως ανοικτός διακόπτης, με αποτέλεσμα ο κλάδος με τον πυκνωτή να μη διαρρέεται από ρεύμα. Από τη σχέση ορισμού της χωρητικότητας $C = \frac{Q}{V}$ μπορούμε να υπολογίσουμε το φορτίο Q του πυκνωτή, αρκεί να γνωρίζουμε την τάση V στους οπλισμούς του.

Παράδειγμα

Αν η τάση στα άκρα της συνδεσμολογίας είναι 12 V, η χωρητικότητα του πυκνωτή είναι $C = 4,7 \mu\text{F}$ και οι αντιστάτες έχουν όλοι την ίδια αντίσταση, να βρείτε το φορτίο του πυκνωτή.

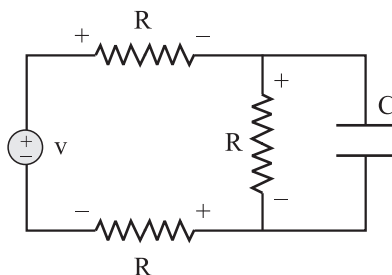
Λύση

Με εφαρμογή του Ν.Τ.Κ. παίρνουμε:

$$V_R + V_R + V_R - V = 0, \quad \text{οπότε} \quad 3V_R = V, \quad \text{δηλαδή} \quad V_R = \frac{V}{3} = 4 \text{ V}$$

Επομένως το φορτίο του πυκνωτή θα είναι ίσο με:

$$Q = C \cdot V_R = 4,7 \mu\text{F} \cdot 4 \text{ V} = 18,8 \mu\text{C}$$



Κυκλώματα με γειωμένα σημεία

Όταν σ' ένα κύκλωμα υπάρχει ένα μόνο σημείο γειωμένο (σύνδεση του σημείου μέσω αγωγού αμελητέας αντίστασης με τη γη), τότε έχουμε διακλάδωση προς τη γη. Αν δεχτούμε κατά σύμβαση ότι το δυναμικό της γης είναι μηδέν, μπορούμε να υπολογίσουμε το δυναμικό σε οποιοδήποτε σημείο του κυκλώματος. Ο κλάδος της γείωσης δεν αποτελεί τμήμα κάποιου βρόχου και κατά συνέπεια δεν διαρρέεται από ρεύμα.

Παράδειγμα 1^ο

Στη δίπλανή συνδεσμολογία είναι:

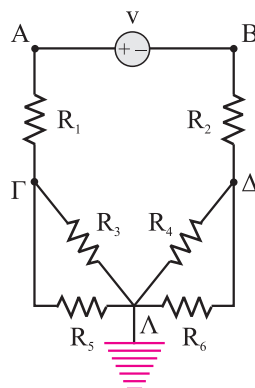
$$V = 34 \text{ V}, \quad R_1 = 3 \Omega, \quad R_2 = 4 \Omega, \quad R_3 = 24 \Omega,$$

$$R_4 = 6 \Omega, \quad R_5 = 8 \Omega, \quad R_6 = 12 \Omega$$

Να προσδιορίσετε το δυναμικό στα σημεία Α και Β.

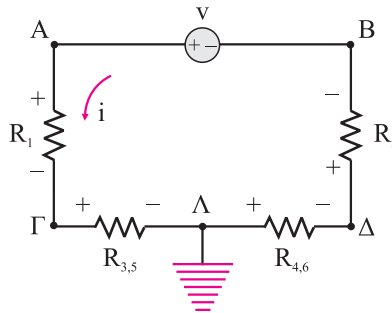
Λύση

Οι αντιστάτες R_3 και R_5 συνδέονται παράλληλα, το ίδιο και οι αντιστάτες R_4 και R_6 , οπότε οι ισοδύναμες αντιστάσεις τους είναι αντίστοιχα:



$$R_{3,5} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = 6 \, \Omega \quad \text{και} \quad R_{4,6} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_6} = 4 \, \Omega$$

Έτσι παίρνουμε το ισοδύναμο κύκλωμα:



Με εφαρμογή του Ν.Τ.Κ. στο βρόχο ΑΓΔΒΑ παίρνουμε:

$$i \cdot R_1 + i \cdot R_{3,5} + i \cdot R_{4,6} + i \cdot R_2 - v = 0, \quad \text{άρα}$$

$$i = \frac{v}{R_1 + R_{3,5} + R_{4,6} + R_2} = 2 \, \text{A}$$

Με εφαρμογή του νόμου του Ohm για τμήμα αγωγού έχουμε:

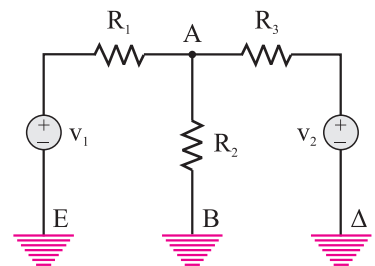
$$v_A - v_B = i \cdot (R_{4,6} + R_2) = 2 \cdot 8 = 16 \, \text{V} \quad \text{και επειδή } v_A = 0, \text{ έχουμε } v_B = -16 \, \text{V}$$

$$\text{Όμοια είναι } v_A - v_\Lambda = i \cdot (R_1 + R_{3,5}) = 2 \cdot 9 = 18 \, \text{V}, \quad \text{οπότε } v_A = +18 \, \text{V}.$$

- Όταν όμως στο κύκλωμα έχουμε δύο ή περισσότερα γειωμένα σημεία, τότε υπάρχει η δυνατότητα διέλευσης ρεύματος προς τη γη. Σε αυτή την περίπτωση θεωρούμε ότι όλα τα γειωμένα σημεία συνδέονται μεταξύ τους με αγωγό αμελητέας αντίστασης και δυναμικού μηδέν.

Παράδειγμα 2^ο

Να υπολογιστεί η ένταση και η φορά του ρεύματος που διαρρέει καθέναν από τους τρεις αντιστάτες στο διπλανό κύκλωμα. Δίνονται: $v_1 = 27,5 \, \text{V}$, $v_2 = 110 \, \text{V}$, $R_1 = 20 \, \Omega$, $R_2 = 10 \, \Omega$, $R_3 = 30 \, \Omega$.



Λύση

Με εφαρμογή του Ν.Ρ.Κ. για τον κόμβο Α έχουμε:

$$i_3 - i_2 - i_1 = 0 \quad (1)$$

Με εφαρμογή του Ν.Τ.Κ. για το βρόχο ΑΔΒΑ παίρνουμε:

$$-i_3 \cdot R_3 + v_2 - i_2 \cdot R_2 = 0 \quad \text{ή}$$

$$10i_2 + 30i_3 = 110 \quad \text{ή} \quad i_2 + 3i_3 = 11 \quad (2)$$

Όμοια, για το βρόχο ΑΒΕΑ παίρνουμε:

$$i_2 \cdot R_2 - v_1 - i_1 \cdot R_1 = 0 \quad \text{ή}$$

$$10i_2 - 20i_1 = 27,5 \quad \text{ή} \quad i_2 - 2i_1 = 2,75 \quad (3)$$

Από τις (3) και (1) έχουμε:

$$3i_2 - 2i_3 = 2,75$$

και με βάση τη (2):

$$11i_2 = 30,25, \text{ οπότε } i_2 = 2,75 \text{ A} \quad (4)$$

Επομένως από τη (2) με βάση την (4) παίρνουμε $i_3 = 2,75 \text{ A}$ και από την (1) προκύπτει ότι $i_1 = 0$.

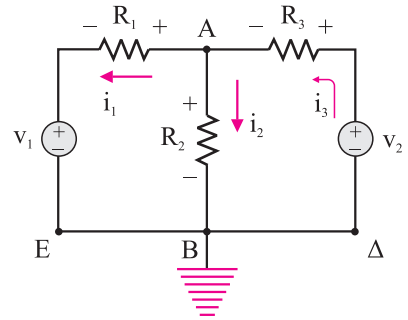
Συνδεσμολογίες αντιστατών με βραχυκυκλωμένα σημεία

Βραχυκύκλωμα ονομάζεται η σύνδεση δύο σημείων ενός κυκλώματος με αγωγό αμελητέας αντίστασης.

Στην περίπτωση αυτή σχεδιάζουμε ισοδύναμο κύκλωμα αντιστατών όπου τα βραχυκυκλωμένα σημεία απεικονίζονται σαν ένα σημείο.

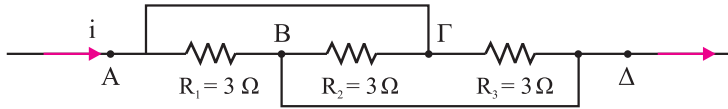
Παράδειγμα 1^ο

Να υπολογιστεί η ολική αντίσταση μεταξύ των ακροδεκτών Α και Δ σε κάθε-
να από τα επόμενα κυκλώματα.



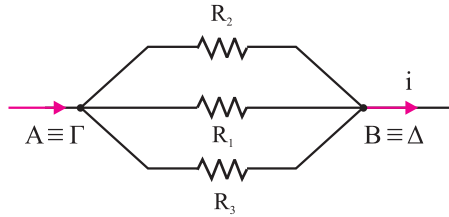
Λύση

α)



Είναι $R_1 = R_2 = R_3 = R = 3 \Omega$.

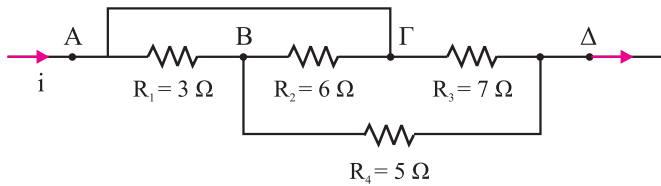
Ισοδύναμο κύκλωμα:



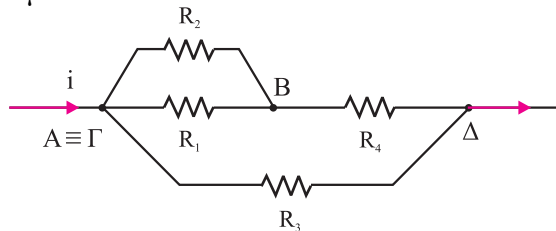
Οι αντιστάτες είναι συνδεδεμένοι παράλληλα, οπότε:

$$R_{ολ} = \frac{R}{3} = 1 \Omega$$

β)



Ισοδύναμο κύκλωμα:



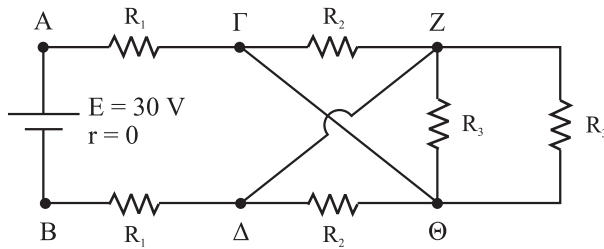
$$R_{1,2} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 2 \Omega$$

$$R_{1,2,4} = R_{1,2} + R_4 = 7 \Omega$$

$$R_{ολ} = \frac{R_{1,2,4} \cdot R_3}{R_{1,2,4} + R_3} = 3,5 \Omega$$

Παράδειγμα 2^ο

Για το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος δίνεται $R_1 = 10 \, \Omega$, $R_2 = 30 \, \Omega$ και $R_3 = 60 \, \Omega$.



Να υπολογίσετε:

- την ισοδύναμη αντίσταση $R_{ολ}$ του κυκλώματος μεταξύ των ακροδεκτών A και B,
- την ένταση του ρεύματος i που παρέχει η πηγή στο κύκλωμα,
- την ένταση του ρεύματος που διαρρέει κάθε αντιστάτη.

(Εξετάσεις 2007)

Λύση

- Τα σημεία Γ και Θ είναι βραχυκυκλωμένα, το ίδιο και τα σημεία Δ και Z, οπότε προκύπτουν τα ισοδύναμα κυκλώματα (1) και (2) με

$$R'_3 = \frac{R_3}{2} = 30 \, \Omega \quad \text{και}$$

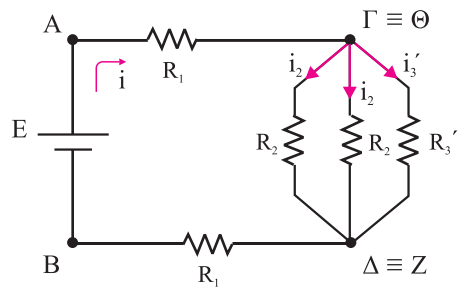
$$R_4 = \frac{R_2}{3} = 10 \, \Omega \quad (\text{διότι } R'_3 = R_2)$$

Τελικά έχουμε:

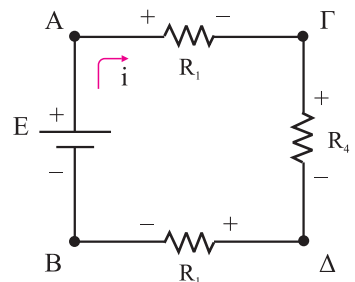
$$R_{ολ} = R_1 + R_4 + R_1 = 10 + 10 + 10 = 30 \, \Omega$$

- Με εφαρμογή του Ν.Τ.Κ. στο βρόχο ΑΓΔΒΑ (κύκλωμα (2)) προκύπτει:

$$v_1 + v_4 + v_1 - E = 0$$



Σχήμα 1



Σχήμα 2

και με τη βοήθεια του νόμου του Ohm για τμήμα αγωγού καταλήγουμε:

$$i \cdot (R_1 + R_4 + R_1) - E = 0 \quad \text{ή} \quad i \cdot R_{\text{ολ}} = E,$$

$$\text{οπότε} \quad i = \frac{E}{R_{\text{ολ}}} = \frac{30 \text{ V}}{30 \Omega} = 1 \text{ A}$$

γ) Στον κόμβο Γ του κυκλώματος (1) το ρεύμα i διακλαδίζεται σε τρία ίσα ρεύματα στις ίσες αντιστάσεις R_2 , R_2 και R_3 , άρα έχουμε:

$$i_2 = \frac{1}{3} \text{ A} \quad \text{και} \quad i'_3 = \frac{1}{3} \text{ A} \quad \text{και το} \quad i_3 = \frac{i'_3}{2} = \frac{1}{6} \text{ A}$$

1-3.2 Συνδεσμολογία πηγών τάσης

Μια ηλεκτρική πηγή έχει μια ορισμένη ΗΕΔ E (τάση στα άκρα της όταν δεν διαρρέεται από ρεύμα) και μια εσωτερική αντίσταση r .

Όταν θέλουμε σ' ένα κύκλωμα μεγαλύτερη ΗΕΔ ή μεγαλύτερη ένταση ρεύματος ή και τα δύο, πρέπει να συνδέσουμε μεταξύ τους περισσότερες πηγές. Σε κάθε περίπτωση συνδεσμολογίας πηγών μας ενδιαφέρει ο υπολογισμός των στοιχείων ($E_{\text{ολ}}$, $r_{\text{ολ}}$) της ισοδύναμης πηγής.

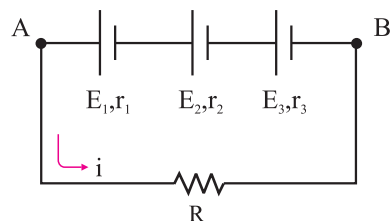
α) Σύνδεση πηγών σε σειρά

Οι ηλεκτρικές πηγές συνδέονται σε σειρά όταν ο αρνητικός πόλος της πρώτης συνδέεται με το θετικό της δεύτερης, ο αρνητικός της δεύτερης με το θετικό της τρίτης κ.ο.κ.

Σύμφωνα με το Ν.Τ.Κ. στο βρόχο του διπλανού κυκλώματος έχουμε:

$$i \cdot R + i \cdot r_1 + i \cdot r_2 + i \cdot r_3 - E_3 - E_2 - E_1 = 0 \quad \text{ή}$$

$$i = \frac{E_1 + E_2 + E_3}{R + r_1 + r_2 + r_3}$$



Αν μεταξύ των σημείων Α και Β του κυκλώματος συνδέσουμε την ισοδύναμη πηγή, θα έχουμε:

$$i = \frac{E_{\text{ολ}}}{R + r_{\text{ολ}}}, \quad \text{άρα} \quad E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2 + E_3 \quad \text{και} \quad r_{\text{ολ}} = r_1 + r_2 + r_3$$

Οι πιο πάνω σχέσεις επεκτείνονται και **στην περίπτωση συνδεσμολογίας με n το πλήθος πηγές**, οπότε έχουμε:

$$E_{\text{ολ}} = E_1 + E_2 + E_3 + \dots + E_n = \sum_{i=1}^n E_i$$

$$\text{και} \quad r_{\text{ολ}} = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n = \sum_{i=1}^n r_i$$

Αν έχουμε **n όμοιες πηγές**, η ένταση του ρεύματος που παρέχει η συνδεσμολογία είναι:

$$i = \frac{n \cdot E}{R + n \cdot r}$$

Τη σύνδεση πηγών σε σειρά την εφαρμόζουμε όταν θέλουμε να εξασφαλίσουμε μεγάλη ΗΕΔ, γι' αυτό ονομάζεται και **σύνδεση κατά τάση**. Επίσης, **αν αντιστραφούν οι πόλοι μιας πηγής**, π.χ. της E_2 , λέμε ότι η E_2 είναι συνδεδεμένη κατ' αντίθεση, οπότε ισχύει:

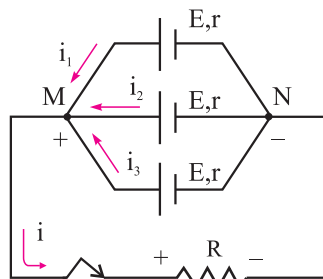
$$E_{\text{ολ}} = E_1 - E_2 + E_3 + \dots + E_n \quad \text{και} \quad r_{\text{ολ}} = r_1 + r_2 + r_3 + \dots + r_n$$

β) Παράλληλη σύνδεση πηγών

Οι πηγές συνδέονται παράλληλα όταν όλοι οι θετικοί πόλοι συνδέονται σε κοινό ακροδέκτη M, που αποτελεί το θετικό πόλο της συνδεσμολογίας, και όλοι οι αρνητικοί σε άλλο κοινό ακροδέκτη N, που αποτελεί τον αρνητικό πόλο της συνδεσμολογίας. Η κατανάλωση συνδέεται μεταξύ των σημείων N και M.

Στη σύνδεση αυτή **πρέπει όλες οι πηγές να είναι όμοιες**, αλλιώς θα κυκλοφορούν ανεπιθύμητα τοπικά ρεύματα στους βρόχους των πηγών (ρεύματα κυκλοφορίας), ακόμη και όταν δεν υπάρχει κανένα εξωτερικό φορτίο R.

Εφαρμόζουμε το Ν.Τ.Κ. σ' ένα βρόχο που σχηματίζεται από μία πηγή, π.χ. την πηγή που διαρρέεται από ρεύμα i_3 , και την κατανάλωση R.



$$i \cdot R + i_3 \cdot r - E = 0 \quad \text{ή} \quad i_3 = \frac{E - i \cdot R}{r}$$

Επειδή και οι τρεις πηγές είναι απόλυτα όμοιες, οι εντάσεις των ρευμάτων που διέρχονται από τους κλάδους τους θα είναι ίσες, δηλαδή $i_1 = i_2 = i_3$.

Με εφαρμογή του Ν.Ρ.Κ. στον κόμβο Μ έχουμε:

$$i_1 + i_2 + i_3 - i = 0, \quad \text{οπότε}$$

$$3i_3 = i \quad \text{ή} \quad i_3 = \frac{i}{3} = \frac{E - i \cdot R}{r}, \quad \text{δηλαδή} \quad i = \frac{E}{R + \frac{r}{3}}$$

Στην περίπτωση όπου έχουμε παράλληλη σύνδεση με n όμοιες πηγές στο ισοδύναμο κύκλωμα προφανώς ισχύει:

$$i = \frac{E}{R + \frac{r}{n}} = \frac{E_{\text{ολ}}}{R + r_{\text{ολ}}}$$

δηλαδή η ισοδύναμη πηγή είναι μία πηγή με τα εξής χαρακτηριστικά:

$$E_{\text{ολ}} = E \quad (\text{η ΗΕΔ της συστοιχίας είναι ίση με την ΗΕΔ μιας πηγής})$$

$$r_{\text{ολ}} = \frac{r}{n}$$

Η παράλληλη συνδεσμολογία των πηγών εφαρμόζεται στις περιπτώσεις όπου απαιτούνται μεγάλα ρεύματα (**σύνδεση κατά ένταση**).

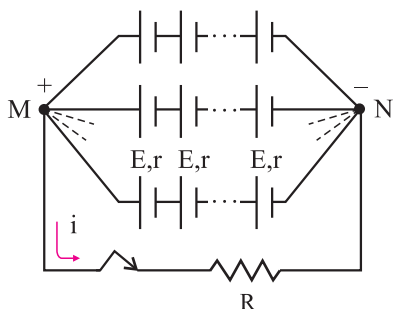
γ) Μικτή σύνδεση πηγών

Θεωρούμε όμοιες πηγές (καθεμία έχει ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση r) που τις συνδέουμε με τον ακόλουθο τρόπο: Σχηματίζουμε m συστοιχίες (παράλληλους κλάδους), που η καθεμία αποτελείται από n πηγές τάσης σε σειρά. Η ΗΕΔ μιας σειράς θα είναι $n \cdot E$, άρα η ολική ΗΕΔ θα είναι:

$$E_{\text{ολ}} = n \cdot E$$

Η εσωτερική αντίσταση κάθε κλάδου θα είναι $n \cdot r$, άρα η ολική εσωτερική αντίσταση θα είναι:

$$r_{\text{ολ}} = \frac{n \cdot r}{m}$$



n : πηγές τάσης σε κάθε κλάδο

m : πλήθος κλάδων

Αν στα άκρα M, N της συνδεσμολογίας συνδέσουμε αντίσταση R, το ρεύμα i που τη διαρρέει θα έχει ένταση:

$$i = \frac{E_{ολ}}{R + r_{ολ}} = \frac{n \cdot E}{R + \frac{n \cdot r}{m}} = \frac{E}{\frac{R}{n} + \frac{r}{m}}$$

Για να γίνει το ρεύμα μέγιστο, θα πρέπει $\frac{R}{n} + \frac{r}{m} = \min$ και επειδή το γινόμενο

$$\frac{R}{n} \cdot \frac{r}{m} = \text{σταθερό}, \text{ θα πρέπει } \frac{R}{n} = \frac{r}{m}, \text{ δηλαδή } R = \frac{n \cdot r}{m} = r_{ολ}.$$

Άρα το μέγιστο ρεύμα θα είναι:

$$i_{\max} = \frac{E_{ολ}}{R + r_{ολ}} = \frac{n \cdot E}{2R}$$

Τη μικτή σύνδεση πηγών τη χρησιμοποιούμε σε εφαρμογές κατά τις οποίες απαιτείται και μεγάλη τάση και μεγάλο ρεύμα.

Παράδειγμα 1^ο

Διαθέτουμε 12 πηγές ΗΕΔ 3 V και εσωτερικής αντίστασης 1,5 Ω η καθεμία. Να καθοριστεί ο τρόπος σύνδεσής τους προκειμένου να τροφοδοτηθεί αντιστάτης με στοιχεία λειτουργίας 8 V / 16 W.

Λύση

Από τα χαρακτηριστικά λειτουργίας του αντιστάτη βρίσκουμε την αντίστασή του:

$$R = \frac{v^2}{P} = \frac{(8 \text{ V})^2}{16 \text{ W}} = 4 \Omega$$

και το κανονικό ρεύμα λειτουργίας του:

$$i = \frac{P}{v} = \frac{16 \text{ W}}{8 \text{ V}} = 2 \text{ A}$$

Ας υποθέσουμε ότι χρησιμοποιούμε και τις 12 πηγές έτσι ώστε να σχηματίσουμε m κλάδους με n πηγές ο καθένας, δηλαδή $m \cdot n = 12$.

Σύμφωνα με τη σχέση $i = \frac{n \cdot E}{R + \frac{n \cdot r}{m}}$ έχουμε:

$$2 = \frac{n \cdot 3}{4 + \frac{n}{m} \cdot 1,5}, \text{ οπότε } n^2 - 12 \cdot n + 32 = 0$$

με δεκτή λύση $n = 4$ και κατά συνέπεια $m = 3$.

Συνεπώς ο επιθυμητός τρόπος σύνδεσης των πηγών επιτυγχάνεται αν σχηματίσουμε 3 παράλληλους κλάδους που ο καθένας αποτελείται από 4 πηγές σε σειρά.

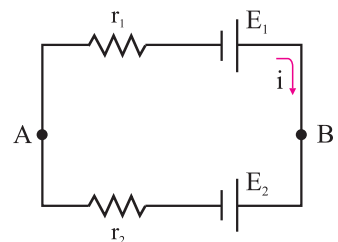
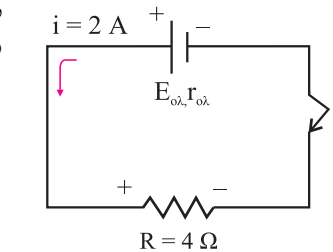
Παράδειγμα 2^ο

Δύο συσσωρευτές με ΗΕΔ $E_1 = 18 \text{ V}$ και $E_2 = 6 \text{ V}$ και εσωτερικές αντιστάσεις $r_1 = 2 \Omega$ και $r_2 = 1 \Omega$ αντίστοιχα συνδέονται κατά αντίθεση. Να βρείτε:

- την ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα,
- την πολική τάση της πηγής με ΗΕΔ E_1 ,
- την ισχύ που απορροφά ο συσσωρευτής ο οποίος φορτίζεται,
- τι ποσοστό της ισχύος του ερωτήματος (γ) αποθηκεύεται στο συσσωρευτή ως χημική ενέργεια.

Λύση

- Έστω i η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα. Επειδή είναι $E_1 > E_2$, το ρεύμα θα έχει τη φορά που σημειώνεται στο κύκλωμα. Με εφαρμογή του Ν.Τ.Κ. στο βρόχο του σχήματος έχουμε:



$$E_2 + i \cdot r_2 + i \cdot r_1 - E_1 = 0 \quad \text{ή} \quad i = \frac{E_1 - E_2}{r_1 + r_2} = \frac{(18-6)V}{(2+1)\Omega} = 4 \text{ A}$$

β) Η πολική τάση $v_1 = v_{BA}$ της πηγής με ΗΕΔ E_1 είναι:

$$v_1 = E_1 - i \cdot r_1 = 10 \text{ V}$$

γ) Ο συσσωρευτής που φορτίζεται είναι αυτός με τη μικρότερη ΗΕΔ E_2 . Αν $v_2 = v_{BA}$ είναι η πολική τάση του συσσωρευτή αυτού, τότε η ισχύς P_2 που αποθηκεύεται στο συσσωρευτή ως απορροφούμενη ενέργεια δίνεται από τη σχέση:

$$P_2 = v_2 \cdot i \quad \text{ή, επειδή } v_2 = v_1, \quad P_2 = v_1 \cdot i = 10 \text{ V} \cdot 4 \text{ A} = 40 \text{ W}$$

δ) Από την απορροφούμενη ενέργεια, ένα μέρος μετατρέπεται σε θερμική ενέργεια στην εσωτερική αντίσταση r_2 και το υπόλοιπο αποθηκεύεται ως χημική ενέργεια:

$$P_x = E_2 \cdot i = 6 \text{ V} \cdot 4 \text{ A} = 24 \text{ W}$$

άρα το ζητούμενο ποσοστό ισχύος είναι:

$$\alpha = \frac{P_x}{P_2} \cdot 100\% = 60\%$$

Εφαρμογή

8 λαμπτήρες με τάση κανονικής λειτουργίας 15 V και αντίσταση 5Ω ο καθένας σχηματίζουν 4 όμοιες σειρές συνδεδεμένες παράλληλα. Πόσα στοιχεία συνδεδεμένα σε σειρά πρέπει να τροφοδοτήσουν τη συστοιχία, ώστε οι λαμπτήρες να λειτουργούν κανονικά, αν κάθε στοιχείο έχει ΗΕΔ 3 V και εσωτερική αντίσταση $0,2 \Omega$;

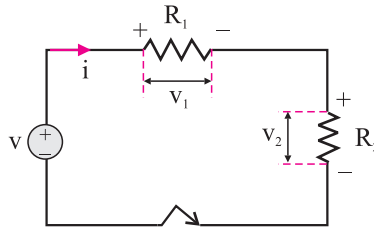
[Απ.: $n = 50$ στοιχεία]

1-3.3 Διαιρέτες τάσης και ρεύματος

α) Διαιρέτης τάσης

Οι διαιρέτες ή καταμεριστές τάσης είναι διατάξεις αντιστατών με τους οποίους επιτυγχάνεται ο υποβιβασμός ή καταμερισμός τάσεων. Ο ραδιοφωνικός δέκτης για παράδειγμα απαιτεί διάφορες τάσεις σε πολλά σημεία των κυκλω-

μάτων του, τις οποίες θα πρέπει να τις πάρουμε από μία μοναδική πηγή. Οι απαιτήσεις αυτές ικανοποιούνται με τη χρήση κυκλώματος διαιρέτη τάσης. Το τυπικό κύκλωμα διαιρέτη τάσης συγκροτείται από δύο ή περισσότερους αντιστάτες που συνδέονται σε σειρά με την πηγή τάσης v .



Κύκλωμα διαιρέτη τάσης

Από το Ν.Τ.Κ. έχουμε:

$$-v + v_1 + v_2 = 0 \quad \text{ή} \quad v = v_1 + v_2$$

Με τη βοήθεια του νόμου του Ohm για τμήμα αγωγού προκύπτει:

$$v = i \cdot R_1 + i \cdot R_2 \quad \text{ή} \quad i = \frac{v}{R_1 + R_2}, \quad \text{άρα}$$

$$v_1 = i \cdot R_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot v$$

$$\text{και} \quad v_2 = i \cdot R_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v$$

οπότε:

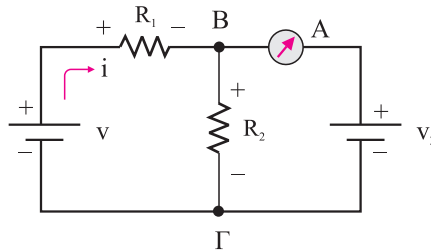
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2}$$

Ο διαιρέτης τάσης μπορεί να εφαρμοστεί και στη γενική περίπτωση κατά την οποία μια πηγή τάσης v τροφοδοτεί n αντιστάτες $R_1, R_2, R_3, \dots, R_n$ συνδεδεμένους σε σειρά, οπότε ισχύει:

$$v_i = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} \cdot v, \quad \text{όπου } i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Παράδειγμα

Στο κύκλωμα του σχήματος η ένδειξη του αμπερόμετρου A είναι μηδέν. Πόση είναι η τιμή της αντίστασης R_2 ; Δίνονται: $v = 12\text{ V}$, $R_1 = 500\ \Omega$, $v_2 = 2\text{ V}$.



Λύση

Από το διαιρέτη τάσης που συνιστούν οι αντιστάσεις R_1 και R_2 προκύπτει:

$$v_{BF} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v$$

Αλλά η $v_{BF} = v_2$, αφού το αμπερόμετρο δεν διαρρέεται από ρεύμα, οπότε:

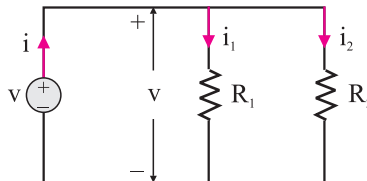
$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v \quad \text{ή} \quad 2 = \frac{R_2}{500 + R_2} \cdot 12 \quad \text{ή}$$

$$500 + R_2 = 6R_2, \quad \text{άρα} \quad R_2 = \frac{500\ \Omega}{5} = 100\ \Omega$$

β) Διαιρέτης ρεύματος

Οι διαιρέτες ή καταμεριστές ρεύματος είναι διατάξεις αντιστατών με τους οποίους επιτυγχάνεται ο υποβιβασμός ή καταμερισμός ρευμάτων.

Το τυπικό κύκλωμα διαιρέτη ρεύματος συγκροτείται από δύο ή περισσότερους αντιστάτες που συνδέονται παράλληλα με πηγή τάσης v .



Κύκλωμα διαιρέτη ρεύματος

Από το Ν.Ρ.Κ. έχουμε:

$$i = i_1 + i_2$$

Με τη βοήθεια του νόμου του Ohm για τμήμα αγωγού προκύπτει:

$$i = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} = v \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = v \cdot \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \quad \text{ή}$$

$$v = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot i$$

οπότε:

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot i \quad \text{και} \quad i_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot i$$

Η λειτουργία του διαιρέτη ρεύματος για την ειδική περίπτωση δύο μόνο κλάδων παράλληλων αντιστάσεων διατυπώνεται ως εξής:

Το ρεύμα του κλάδου που εξετάζουμε είναι ανάλογο με την αντίσταση του άλλου κλάδου.

Ο διαιρέτης ρεύματος μπορεί να εφαρμοστεί και στην περίπτωση κατά την οποία μια πηγή ρεύματος i τροφοδοτεί 3 αντιστάτες R_1, R_2, R_3 συνδεδεμένους παράλληλα. Στην περίπτωση αυτή ισχύει:

$$i = i_1 + i_2 + i_3 = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \frac{v}{R_3} = v \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Αλλά:

$$i_1 = \frac{v}{R_1} = \frac{i}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \cdot \frac{1}{R_1} = \frac{\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \cdot i$$

Στη γενική περίπτωση n αντιστατών ισχύει:

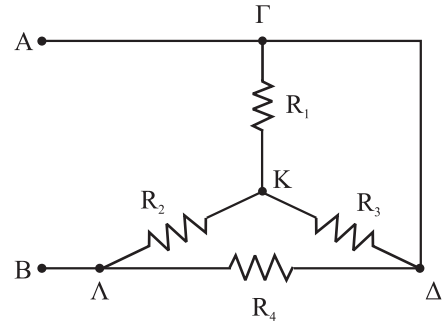
$$i_j = \frac{\frac{1}{R_j}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}} \cdot i, \quad \text{όπου } j = 1, 2, 3, \dots, n$$

Παράδειγμα 1^ο

α) Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} της συνδεσμολογίας του διπλανού σχήματος.

Δίνονται: $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 8 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$, $R_4 = 10 \Omega$.

β) Αν μεταξύ των σημείων A και B εφαρμοστεί τάση 30 V, να βρεθούν τα ρεύματα που διαρρέουν τους αντιστάτες.



Λύση

α) Οι αντιστάτες R_1 και R_3 συνδέονται παράλληλα, αφού έχουν κοινά τα άκρα τους K και A ($A \equiv \Gamma \equiv \Delta$ διότι ο αγωγός ΑΓΔ έχει αμελητέα αντίσταση).

$$R_{1,3} = \frac{R_1 \cdot R_3}{R_1 + R_3} = 2 \Omega$$

Οι αντιστάτες $R_{1,3}$ και R_2 συνδέονται σε σειρά, άρα:

$$R_{1,2,3} = R_{1,3} + R_2 = 10 \Omega$$

Οι αντιστάτες $R_{1,2,3}$ και R_4 συνδέονται παράλληλα, άρα:

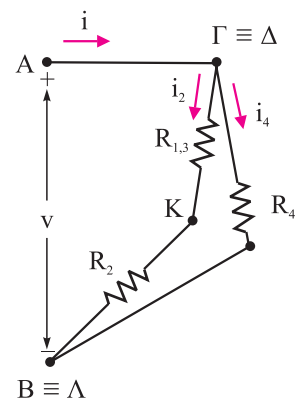
$$R_{AB} = \frac{R_{1,2,3} \cdot R_4}{R_{1,2,3} + R_4} = \frac{R_4}{2} = 5 \Omega$$

β) Τα ρεύματα $i_2 = i_4 = \frac{V}{R_4} = \frac{30 \text{ V}}{10 \Omega} = 3 \text{ A}$, αφού οι αντι-

στάσεις $R_{1,2,3}$ και R_4 είναι ίσες.

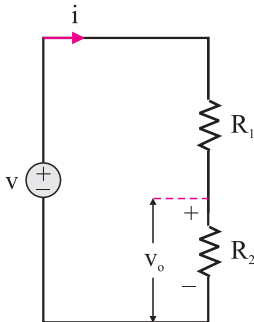
Με εφαρμογή διαιρέτη ρεύματος στους αντιστάτες R_1 και R_3 βρίσκουμε:

$$i_1 = \frac{R_3}{R_1 + R_3} \cdot i_2 = 2 \text{ A} \quad \text{και} \quad i_3 = \frac{R_1}{R_1 + R_3} \cdot i_2 = 1 \text{ A}$$

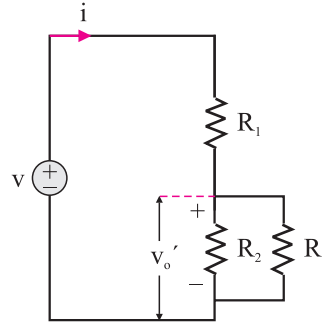


Παράδειγμα 2^ο

Στο διαιρέτη τάσης του σχήματος 1 η τάση στα άκρα της πηγής είναι $v = 210 \text{ V}$ και οι ωμικές αντιστάσεις έχουν τιμές $R_1 = 10 \Omega$ και $R_2 = 5 \Omega$.



Σχήμα 1



Σχήμα 2

α) Να βρείτε την τάση v_o στα άκρα της αντίστασης R_2 .

β) Συνδέουμε παράλληλα με την αντίσταση R_2 μια αντίσταση $R_3 = 20 \Omega$, όπως στο σχήμα 2. Να βρείτε την τάση v'_o στα άκρα του συστήματος των αντιστάσεων R_2 και R_3 .

(Εξετάσεις εσπερινών 2003)

Λύση

α) Εφαρμόζοντας τον τύπο του διαιρέτη τάσης στο κύκλωμα του σχήματος 1 βρίσκουμε:

$$v_o = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot v = \frac{5}{10 + 5} \cdot 210 \text{ V} = 70 \text{ V}$$

β) Η ισοδύναμη αντίσταση του συστήματος των R_2 και R_3 είναι:

$$R_{2,3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{5 \cdot 20}{5 + 20} \Omega = 4 \Omega$$

Με εφαρμογή του τύπου του διαιρέτη τάσης στο κύκλωμα του σχήματος 2 βρίσκουμε:

$$v'_o = \frac{R_{2,3}}{R_1 + R_{2,3}} \cdot v = \frac{4}{10 + 4} \cdot 210 \text{ V} = 60 \text{ V}$$

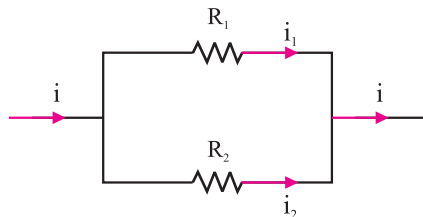
ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΣΤΟΥΣ ΔΙΑΙΡΕΤΕΣ ΤΑΣΗΣ ΚΑΙ ΡΕΥΜΑΤΟΣ

- 1.** Στο διαιρέτη ρεύματος του σχήματος, το ρεύμα στην αντίσταση R_1 δίνεται από τη σχέση:

α) $i_1 = \frac{R_1}{R_2} \cdot i$ β) $i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot i$

γ) $i_1 = \frac{R_1 + R_2}{R_1} \cdot i$ δ) $i_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot i$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



(Εξετάσεις 2003)

- 2.** Ένα ηλεκτρικό κύκλωμα αποτελείται από δύο παράλληλες αντιστάσεις R_1 , R_2 με $R_1 = 4R_2$. Το κύκλωμα διαρρέεται από συνολικό ρεύμα $i = 10 \text{ A}$, το οποίο διαιρείται στις δύο αντιστάσεις έτσι ώστε:

α) $i_1 = 5 \text{ A}$, $i_2 = 5 \text{ A}$

β) $i_1 = 8 \text{ A}$, $i_2 = 2 \text{ A}$

γ) $i_1 = 2 \text{ A}$, $i_2 = 8 \text{ A}$

δ) $i_1 = 6 \text{ A}$, $i_2 = 4 \text{ A}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Εξετάσεις 2002)

- 3.** Στη διπλανή συνδεσμολογία οι τέσσερις αντιστάσεις R_1 , R_2 , R_3 και R_4 είναι διαφορετικές μεταξύ τους. Το ρεύμα i_3 δίνεται από τη σχέση:

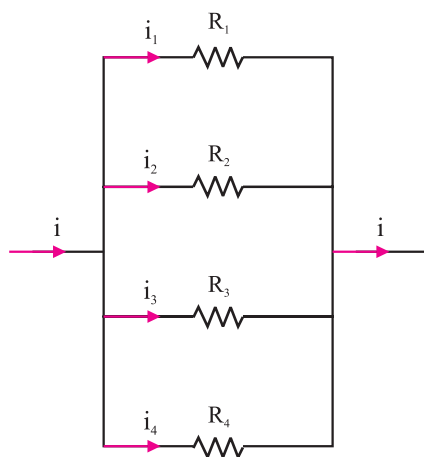
α) $i_3 = \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} \cdot i$

β) $i_3 = \frac{i}{4}$

γ) $i_3 = \frac{\frac{1}{R_3}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \cdot i$

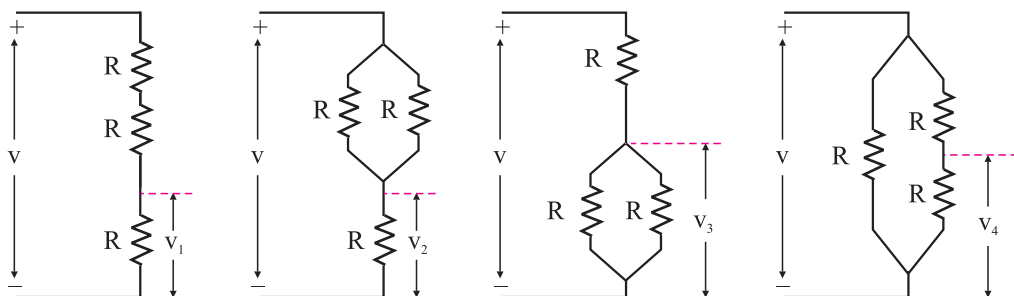
δ) $i_3 = i$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.



(Εξετάσεις 2005)

4. Οι επόμενες συνδεσμολογίες έχουν σχηματιστεί από όμοιες αντιστάσεις τιμής R . Στα άκρα της κάθε συνδεσμολογίας εφαρμόζεται τάση v .

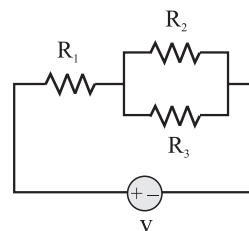


Ποιες από τις τάσεις v_1, v_2, v_3, v_4 του παραπάνω σχήματος είναι ίσες μεταξύ τους; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Εξετάσεις 2003)

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ – ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΣΤΟ ΣΥΝΕΧΕΣ ΡΕΥΜΑ

1. Τρεις αντιστάσεις R_1, R_2 και R_3 , για τις οποίες ισχύει $R_1 > R_2 > R_3$, συνδέονται όπως στο σχήμα. Αν v_1, v_2, v_3 είναι οι τάσεις στα άκρα της καθεμιάς αντίστασης R_1, R_2, R_3 και i_1, i_2, i_3 αντίστοιχα τα ρεύματα που τις διαρρέουν, να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί σε καθεμία από τις παρακάτω ανισότητες και να σημειώσετε δίπλα το γράμμα Σ , αν είναι σωστή, ή το γράμμα Λ , αν είναι λανθασμένη.



α) $v_2 > v_3$

β) $i_2 > i_3$

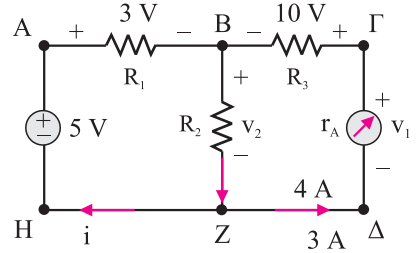
γ) $v_1 > v_2$

δ) $v_1 > v_3$

ε) $i_1 > i_2$

(Εξετάσεις 2007)

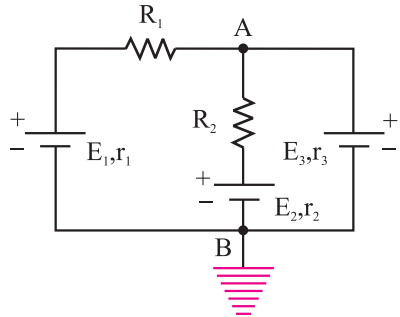
2. Να βρείτε με τη χρήση των νόμων του Kirchhoff τις τάσεις v_1 , v_2 και το ρεύμα i στο διπλανό κύκλωμα και με τη χρήση του νόμου του Ohm τις αντιστάσεις R_1 , R_2 , R_3 και την εσωτερική αντίσταση r_A του αμπερόμετρου.



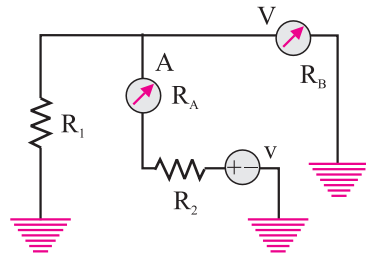
[Απ.: $v_1 = 12 \text{ V}$, $v_2 = 2 \text{ V}$, $i = 1 \text{ A}$, $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 0,5 \Omega$, $R_3 = 3,3 \Omega$, $r_A = 4 \Omega$]

3. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται: $E_1 = 30 \text{ V}$, $E_2 = 10 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $r_1 = r_2 = r_3 = 1 \Omega$, $R_1 = 10 \Omega$ και $R_2 = 5 \Omega$. Να βρεθεί το δυναμικό στο σημείο A.

[Απ.: $v_A = 19,42 \text{ V}$]



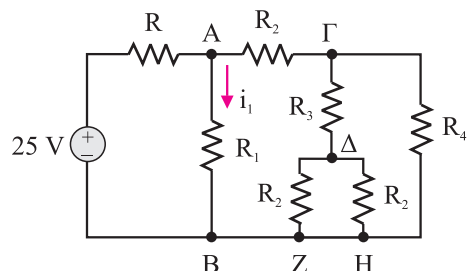
4. Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος η ένδειξη του αμπερόμετρου είναι $i_A = 1 \text{ A}$ και του βολτόμετρου $v_B = 160 \text{ V}$. Αν η τάση της πηγής είναι $v = 171 \text{ V}$, να υπολογιστούν οι εσωτερικές αντιστάσεις R_A του αμπερόμετρου και R_B του βολτόμετρου. Δίνονται: $R_1 = 200 \Omega$ και $R_2 = 10 \Omega$.



[Απ.: $R_A = 1 \Omega$, $R_B = 800 \Omega$]

5. Αν στο διπλανό κύκλωμα το ρεύμα που διαρρέει την αντίσταση $R_1 = 15 \Omega$ είναι $i_1 = 1 \text{ A}$, να βρεθεί η τιμή της αντίστασης R . Δίνονται: $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 6 \Omega$ και $R_4 = 24 \Omega$.

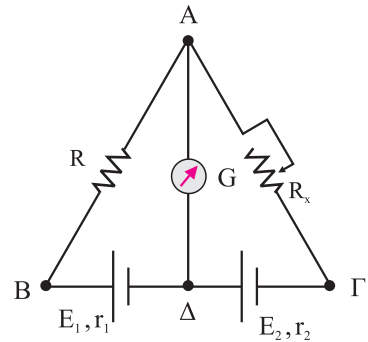
[Απ.: $R = 4 \Omega$]



6. Στη συνδεσμολογία του διπλανού σχήματος είναι: $E_1 = 12 \text{ V}$, $E_2 = 8 \text{ V}$, $r_1 = 1 \Omega$, $r_2 = 0,5 \Omega$ και $R = 5 \Omega$.

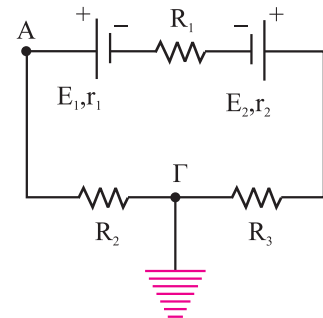
- α) Πόση πρέπει να είναι η τιμή της μεταβλητής αντίστασης R_x , ώστε η ένδειξη του γαλβανόμετρου να είναι μηδέν;
β) Ποια είναι η πολική τάση κάθε πηγής στην περίπτωση αυτή;

[Απ.: α) $R_x = 3,5 \Omega$, β) $v_1 = 10 \text{ V}$, $v_2 = 7 \text{ V}$]



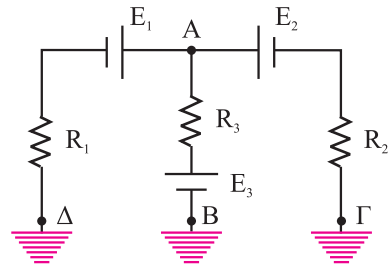
7. Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, όπου $E_1 = 24 \text{ V}$, $E_2 = 8 \text{ V}$, $r_1 = r_2 = 0,5 \Omega$, $R_1 = 10 \Omega$ και $R_2 = R_3 = 4,5 \Omega$. Να βρεθεί το δυναμικό του σημείου A.

[Απ.: $v_A = 3,6 \text{ V}$]



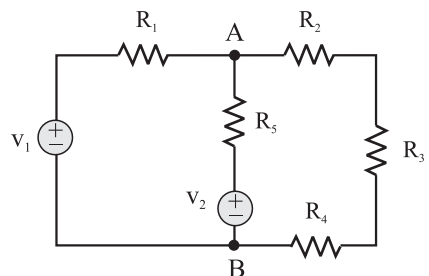
8. Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, όπου $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 5 \text{ V}$ και $\frac{R_1}{R_2} = 4$. Να υπολογιστεί η E_3 , ώστε ο κλάδος AB να μη διαρρέεται από ρεύμα. Δίνεται: $r_1 = r_2 = r_3 = 0$.

[Απ.: $E_3 = 8 \text{ V}$]



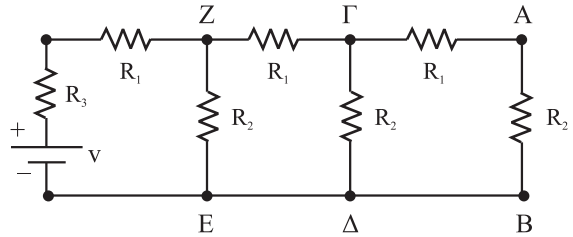
9. Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται: $v_1 = v_2 = 35 \text{ V}$, $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = R_4 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$ και $R_5 = 3 \Omega$. Να βρεθούν:

- α) το ρεύμα του κλάδου AB,
β) η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων A και B.



[Απ.: α) $i_5 = 1 \text{ A}$, β) $v_{AB} = 32 \text{ V}$]

- 10.** Για το κύκλωμα του σχήματος δίνονται: $v = 15 \text{ V}$, $R_1 = R_2 = 3 \Omega$ και $R_3 = \frac{1}{8} \Omega$. Να



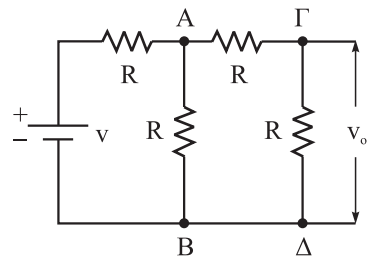
βρεθούν:

- α) η ολική αντίσταση του κυκλώματος,
β) το ρεύμα του κλάδου AB.

[Απ.: α) $R_{ολ} = 5 \Omega$, β) $i_{AB} = 0,375 \text{ A}$]

- 11.** Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται: $v = 10 \text{ V}$ και $R = 3 \Omega$. Να βρεθούν:

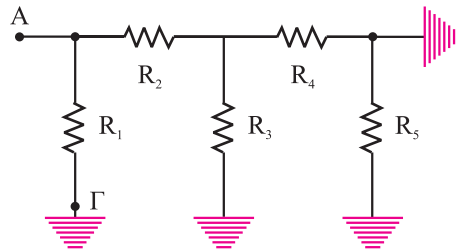
- α) η τάση v_o ,
β) η ολική αντίσταση του κυκλώματος και το ρεύμα που διαρρέει την πηγή.



[Απ.: α) $v_o = 2 \text{ V}$, β) $R_{ολ} = 5 \Omega$, $i = 2 \text{ A}$]

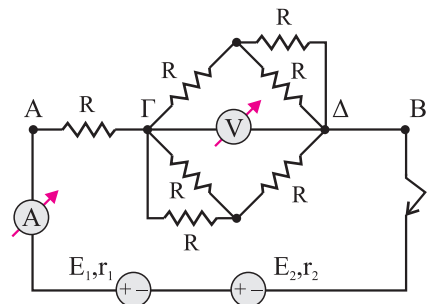
- 12.** Να βρεθεί η $R_{A\Gamma}$ της συνδεσμολογίας του σχήματος, όπου $R_1 = R_4 = 6 \text{ K}\Omega$, $R_2 = 4 \text{ K}\Omega$, $R_3 = 3 \text{ K}\Omega$ και $R_5 = 10 \text{ K}\Omega$.

[Απ.: $R_{A\Gamma} = 3 \text{ K}\Omega$]

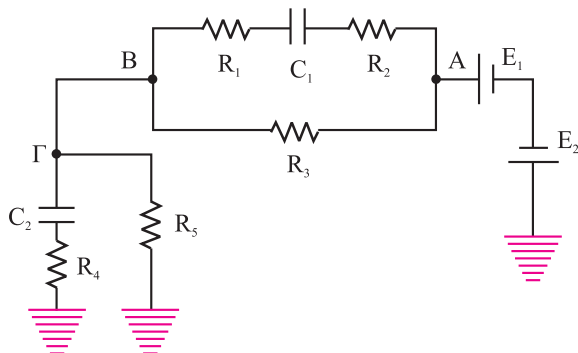


- 13.** Να βρεθούν η ισοδύναμη αντίσταση R_{AB} της διπλανής συνδεσμολογίας και οι ενδείξεις των ιδανικών οργάνων. Δίνονται: $R = 4 \Omega$, $E_1 = E_2 = 3,5 \text{ V}$, $r_1 = r_2 = 0$.

[Απ.: $R_{ολ} = 7 \Omega$, $i = 1 \text{ A}$, $v_{\Gamma\Delta} = 3 \text{ V}$]

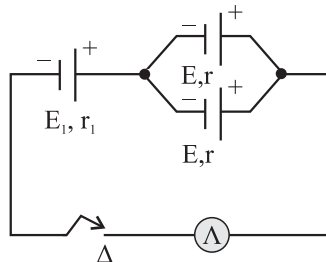


- 14.** Να υπολογιστούν τα φορτία που αποκτούν τελικά οι πυκνωτές στο κύκλωμα του παρακάτω σχήματος. Δίνονται: $E_1 = 80 \text{ V}$, $E_2 = 40 \text{ V}$, $R_3 = R_5 = 10 \Omega$, $C_1 = 5 \mu\text{F}$, $C_2 = 10 \mu\text{F}$, $R_1 = R_2 = R_4 = 50 \Omega$.



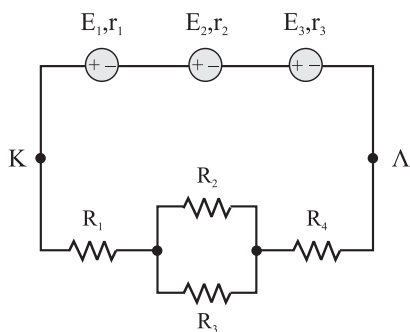
[Απ.: $q_1 = 100 \mu\text{C}$, $q_2 = 200 \mu\text{C}$]

- 15.** Για το κύκλωμα του διπλανού σχήματος δίνονται: $E = 10 \text{ V}$, $r = 2 \Omega$, $E_1 = 6 \text{ V}$, $r_1 = 0,5 \Omega$. Ο λαμπτήρας Λ φέρει τις ενδείξεις $12 \text{ V} / 32 \text{ W}$. Όταν κλείσουμε το διακόπτη Δ ο λαμπτήρας θα λειτουργήσει κανονικά;



[Απ.: $i = i_k = 2,66 \text{ A}$]

- 16.** Τρεις πηγές συνεχούς τάσης με ηλεκτρεγερτικές δυνάμεις $E_1 = 20 \text{ V}$, $E_2 = 60 \text{ V}$, $E_3 = 30 \text{ V}$ και εσωτερικές αντιστάσεις $r_1 = 1 \Omega$, $r_2 = 3 \Omega$ και $r_3 = 1 \Omega$ αντίστοιχα συνδέονται μεταξύ τους και τροφοδοτούν τις ωμικές αντιστάσεις $R_1 = 1 \Omega$, $R_2 = 4 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$ και $R_4 = 2 \Omega$, όπως φαίνεται στο σχήμα. Να υπολογίσετε:



- την ΗΕΔ $E_{\text{ολ}}$ της ισοδύναμης πηγής των τριών πηγών,
- την εσωτερική αντίσταση $r_{\text{ολ}}$ της ισοδύναμης πηγής των τριών πηγών,
- τις εντάσεις των ρευμάτων που διαρρέουν τις αντιστάσεις R_1 , R_2 , R_3 και R_4 ,
- την τάση $v_{\text{ΚΛ}}$.

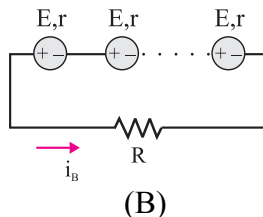
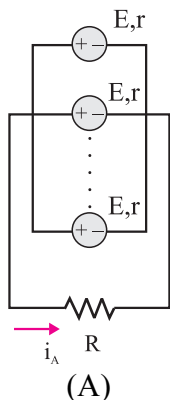
(Εξετάσεις 2005)

[Απ.: α) $E_{\text{ολ}} = 110 \text{ V}$, β) $r_{\text{ολ}} = 5 \Omega$, γ) $i_1 = i_4 = 11 \text{ A}$, $i_2 = i_3 = 5,5 \text{ A}$, δ) $v_{\text{ΚΛ}} = 55 \text{ V}$]

- 17.** Διαθέτουμε πολλές πηγές, απόλυτα όμοιες, που καθεμία έχει ΗΕΔ $E = 4 \text{ V}$ και εσωτερική αντίσταση $r = 1 \Omega$. Να σχεδιάσετε μια συνδεσμολογία, χρησιμοποιώντας τις παραπάνω πηγές, η οποία να ισοδυναμεί με πηγή ΗΕΔ $E_{\text{ολ}} = 12 \text{ V}$ και εσωτερικής αντίστασης $r_{\text{ολ}} = 1 \Omega$.

[Απ.: $m = n = 3$]

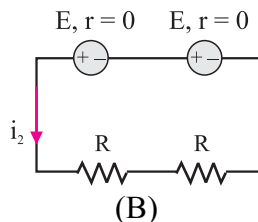
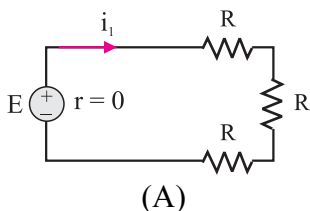
- 18.** Στα κυκλώματα (Α) και (Β) όλες οι πηγές τάσης είναι όμοιες με ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση $r = 5 \Omega$ η καθεμία. Το κύκλωμα (Α) έχει τον ίδιο αριθμό πηγών N με το κύκλωμα (Β). Αν $i_A = i_B$, να υπολογιστεί η τιμή της αντίστασης R .



(Εξετάσεις 2004)

[Απ.: $R = 5 \Omega$]

- 19.** Δίνονται οι συνδεσμολογίες (Α) και (Β), οι οποίες διαρρέονται από ρεύματα έντασης i_1 και i_2 αντίστοιχα.



Τότε ισχύει:

α) $\frac{i_1}{i_2} = 1$

β) $\frac{i_1}{i_2} = \frac{1}{3}$

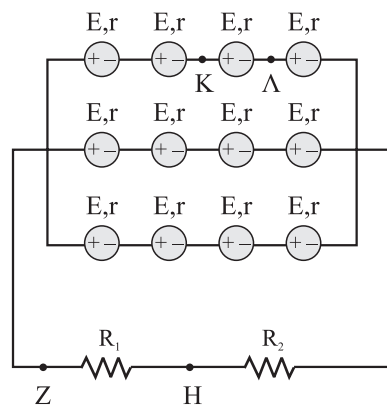
γ) $\frac{i_1}{i_2} = 3$

- i) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.
ii) Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

(Εξετάσεις 2006)

[Απ.: β]

- 20.** Όλες οι πηγές της συστοιχίας του διπλανού κυκλώματος είναι όμοιες, με ΗΕΔ $E = 20 \text{ V}$ και εσωτερική αντίσταση $r = 3 \, \Omega$ η καθεμία. Τα άκρα της συστοιχίας συνδέονται με τις αντιστάσεις $R_1 = 10 \, \Omega$ και $R_2 = 6 \, \Omega$ όπως στο σχήμα.



I. Να υπολογίσετε:

- την $E_{ολ}$ και την $r_{ολ}$ της συστοιχίας,
- το ρεύμα που διαρρέει τις αντιστάσεις R_1 και R_2 ,
- την τάση ($v_{K\Lambda}$) στα άκρα K, Λ μιας από τις πηγές.

II. Λαμπτήρας έχει χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας $40 \text{ V}, 40 \text{ W}$.

- Να υπολογίσετε την αντίσταση του λαμπτήρα και το ρεύμα κανονικής λειτουργίας του.
- Αν ο λαμπτήρας συνδεθεί παράλληλα με την αντίσταση R_1 στα σημεία Z και H, να εξετάσετε αν θα λειτουργήσει κανονικά.

(Εξετάσεις 2006)

[Απ.: I. α) $E_{ολ} = 80 \text{ V}$, $r_{ολ} = 4 \, \Omega$, β) $i = 4 \text{ A}$, γ) $v_{K\Lambda} = 16 \text{ V}$, II. α) $i_A = 1 \text{ A}$, $R_A = 40 \, \Omega$, β) υπολειτουργεί]

- 21.** Σε μια συνδεσμολογία πηγών τάσης συνδέονται παράλληλα 12 όμοιες πηγές. Κάθε πηγή έχει ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση r . Για αυτή τη συνδεσμολογία πηγών ισχύει:

- $E_{ολ} = 12E$ και $r_{ολ} = \frac{r}{12}$
- $E_{ολ} = E$ και $r_{ολ} = 12r$
- $E_{ολ} = 12E$ και $r_{ολ} = \frac{4r}{3}$
- $E_{ολ} = E$ και $r_{ολ} = \frac{r}{12}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Εξετάσεις 2006)

- 22.** Σε μικτή συνδεσμολογία ίδιων πηγών τάσης με ΗΕΔ E και εσωτερική αντίσταση r η καθεμία υπάρχει m πλήθος κλάδων, όπου ο κάθε κλάδος περιλαμβάνει n πηγές. Η ΗΕΔ $E_{ολ}$ και η εσωτερική αντίσταση $r_{ολ}$ της ισοδύναμης πηγής τάσης δίνονται αντίστοιχα από τις σχέσεις:

α) $E_{ολ} = mE$ και $r_{ολ} = n \cdot \frac{r}{m}$

β) $E_{ολ} = nE$ και $r_{ολ} = n \cdot \frac{r}{m}$

γ) $E_{ολ} = nE$ και $r_{ολ} = m \cdot \frac{r}{n}$

δ) $E_{ολ} = nE$ και $r_{ολ} = \frac{n \cdot r}{n + m}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

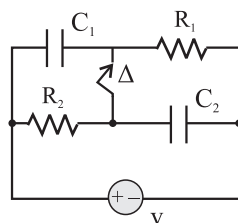
23. Να βρεθεί το φορτίο κάθε πυκνωτή του κυκλώματος:

α) όταν ο διακόπτης είναι ανοικτός,

β) όταν ο διακόπτης είναι κλειστός.

Δίνονται: $v = 12 \text{ V}$, $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = 2 \mu\text{F}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$.

[Απ.: α) $q_1 = 12 \mu\text{C}$, $q_2 = 24 \mu\text{C}$, β) $q_1 = 7,2 \mu\text{C}$, $q_2 = 9,6 \mu\text{C}$]



24. 54 στοιχεία συνδέονται μικτά και τροφοδοτούν καταναλωτή αντίστασης 12Ω . Κάθε στοιχείο έχει ΗΕΔ $1,1 \text{ V}$ και εσωτερική αντίσταση 2Ω . Να καθοριστεί ο τρόπος σύνδεσης των στοιχείων για να διαρρέεται ο καταναλωτής από μέγιστο ρεύμα και να υπολογιστεί αυτό.

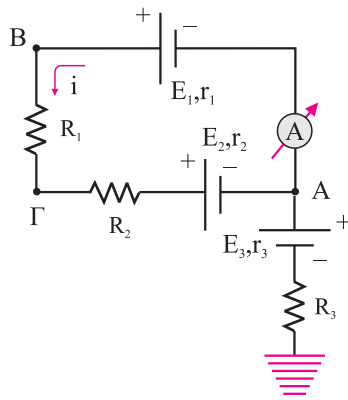
[Απ.: Τρεις παράλληλοι κλάδοι των 18 στοιχείων σε σειρά, $i_{\max} = 825 \text{ mA}$]

25. Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται: $E_1 = 60 \text{ V}$, $E_2 = 30 \text{ V}$, $E_3 = 20 \text{ V}$, $r_1 = 2 \Omega$, $r_2 = 1 \Omega$, $r_3 = 3 \Omega$, $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$ και $R_3 = 4 \Omega$. Να βρεθούν:

α) το ρεύμα που διαρρέει το ιδανικό αμπερόμετρο,

β) τα δυναμικά στα σημεία Α, Β και Γ.

[Απ.: α) $i = 2 \text{ A}$, β) $v_A = +20 \text{ V}$, $v_B = +76 \text{ V}$, $v_\Gamma = +56 \text{ V}$]

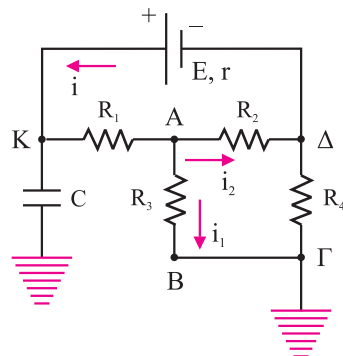


26. Στον επόμενο πίνακα η Στήλη Α περιγράφει τον τρόπο συνδεσμολογίας τριών ίσων πηγών συνεχούς τάσης, που η καθεμία έχει ηλεκτρεγερτική δύναμη E , ενώ η Στήλη Β τη συνολική ΗΕΔ κάθε συνδεσμολογίας. Να γράψετε στο τετράδιό σας τους αριθμούς από τη Στήλη Α και δίπλα σε κάθε αριθμό το γράμμα της Στήλης Β που αντιστοιχεί σωστά.

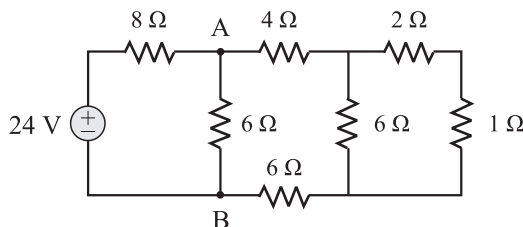
Στήλη Α	Στήλη Β
1. Και οι τρεις σε σειρά.	α. E
2. Και οι τρεις παράλληλα.	β. $\frac{3E}{2}$
3. Δύο παράλληλα μεταξύ τους και σε σειρά με την τρίτη.	γ. $3E$
	δ. $\frac{2E}{3}$
	ε. $2E$

- 27.** Για το διπλανό κύκλωμα δίνονται: $E = 30 \text{ V}$, $r = 1 \Omega$, $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 6 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 10 \Omega$ και $C = 5 \mu\text{F}$. Να βρεθούν:
- τα ρεύματα που διαρρέουν τους αντιστάτες,
 - το φορτίο του πυκνωτή.

[Απ.: α) $i = 3 \text{ A}$, $i_1 = 1 \text{ A}$, $i_2 = 2 \text{ A}$, β) $q = 85 \mu\text{C}$]



- 28.** Να βρεθεί με χρήση διαιρέτη τάσης η τάση v_{AB} στο παρακάτω κύκλωμα.



[Απ.: 8 V]

- 29.** Διαιρέτης τάσης αποτελείται από δύο ίσες αντιστάσεις $R_1 = R_2 = 10 \Omega$ και τροφοδοτείται από πηγή συνεχούς τάσης με ΗΕΔ $E = 40 \text{ V}$ και αμελητέα εσωτερική αντίσταση ($r = 0$).
- Ποια είναι η τάση στα άκρα Α και Β της αντίστασης R_2 ;
 - Χρησιμοποιούμε αυτόν το διαιρέτη τάσης και τροφοδοτούμε μια θερμαντική συσκευή αντίστασης $R = 5 \Omega$, την οποία συνδέουμε στα άκρα Α και Β.

- i) Ποια είναι η τάση στα άκρα της συσκευής;
 ii) Τι ποσοστό ισχύος της πηγής καταναλώνεται στη συσκευή;

$$[Απ.: α) v_2 = 20 \text{ V}, β) i) v_{AB} = 10 \text{ V}, ii) \frac{P_R}{P} \cdot 100\% = 16,7\%]$$

30. Διαιρέτης τάσης έχει αντιστάσεις R_1 και R_2 και τροφοδοτείται από πηγή με ΗΕΔ $E = 12 \text{ V}$ και $r = 0$. Από τα άκρα της R_2 πρόκειται να τροφοδοτήσουμε θερμαντική συσκευή με τάση λειτουργίας $v_\Sigma = 9 \text{ V}$.

α) Να βρείτε τη σχέση των R_1 και R_2 ώστε $v_2 = v_\Sigma$.

β) Αν $R_1 = R$ και $R_\Sigma = 6R$, να βρείτε την τάση v'_Σ από την οποία τροφοδοτείται τελικά η συσκευή όταν συνδεθεί στο κύκλωμα.

$$[Απ.: α) R_2 = 3R_1, β) v'_\Sigma = 8 \text{ V}]$$

31. Τρεις αντιστάτες $R_1 = R_2 = R_3 = 30 \Omega$ συνδέονται παράλληλα. Το σύστημα των τριών αντιστατών συνδέεται σε σειρά με αντιστάτη $R_4 = 15 \Omega$ και ολόκληρο το σύστημα τροφοδοτείται από πηγή τάσης v . Ο αντιστάτης R_2 διαρρέεται από ρεύμα έντασης $i_2 = \frac{2}{3} \text{ A}$.

α) Ποια είναι η ένταση του ρεύματος που διαρρέει τον αντιστάτη R_4 ;

β) Ποιος είναι ο ρυθμός με τον οποίο παρέχεται ενέργεια στο σύστημα;

γ) Σε πόσο χρόνο θα έχει περάσει φορτίο $q = 10 \mu\text{C}$ από τον αντιστάτη R_3 ;

δ) Ποιον αντιστάτη R_x πρέπει να συνδέσουμε παράλληλα στον R_4 , ώστε ο λόγος της ισχύος P_1 που καταναλώνει ο αντιστάτης R_1 προς την ισχύ που καταναλώνει ο αντιστάτης R_4 να ισούται με 2;

$$[Απ.: α) i = 2 \text{ A}, β) P = 100 \text{ W}, γ) t = 15 \mu\text{s}, δ) R_x = 7,5 \Omega]$$

32. Μια συσκευή έχει χαρακτηριστικά λειτουργίας 6 V , 2 W και πρόκειται να τροφοδοτηθεί μέσω διαιρέτη τάσης από μπαταρία αυτοκινήτου 12 V . Ποιος από τους παρακάτω συνδυασμούς αντιστατών είναι καλύτερος και γιατί;

α) $R_1 = 2 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$

β) $R_1 = 5 \Omega$, $R_2 = 5 \Omega$

γ) $R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = 10 \Omega$

δ) $R_1 = 15 \Omega$, $R_2 = 15 \Omega$

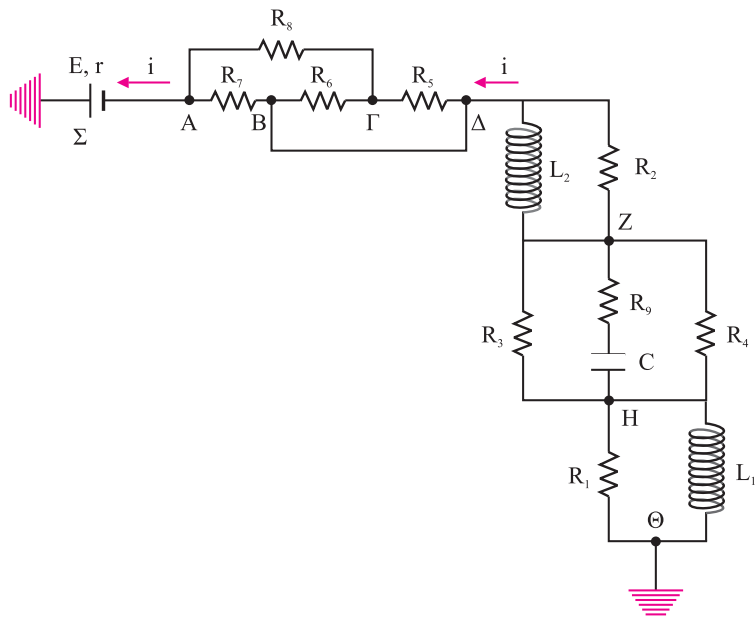
ε) $R_1 = 20 \Omega$, $R_2 = 20 \Omega$

στ) $R_1 = 50 \Omega$, $R_2 = 50 \Omega$

$$[Απ.: α]$$

33. Στο επόμενο κύκλωμα τα πηνία L_1 και L_2 είναι ιδανικά. Αν $R_1 = R_2 = R_8 = R_9 = r = R = 10 \, \Omega$, $R_5 = R_6 = R_7 = 2R$, $R_4 = 6R$, $R_3 = 3R$, $C = 5 \, \mu F$ και $i = 4 \, A$, να βρείτε:

- τα ρεύματα σε όλους τους κλάδους,
- την ολική αντίσταση του κυκλώματος,
- την ΗΕΔ Ε της πηγής,
- το φορτίο του πυκνωτή.

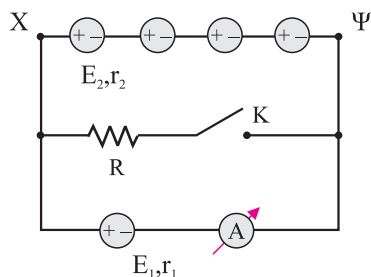


$$[A\pi.: \alpha) i_7 = 2 A, i_8 = 2 A, i_5 = 1 A, i_6 = 1 A, i_{\beta\beta} = 3 A, i_3 = \frac{8}{3} A, i_4 = \frac{4}{3} A,$$

$\beta) R_{\rho\lambda} = 40 \, \Omega, \gamma) E = 160 \, V, \delta) q = 400 \, \mu C]$

- 34.** Στο κύκλωμα του διπλανού σχήματος ο κλάδος ΧΨ αποτελείται από 4 πηγές ΗΕΔ $E_2 = 1\text{ V}$ και εσωτερικής αντίστασης $r_2 = 0,5\text{ }\Omega$ η καθεμία συνδεδεμένες σε σειρά.

- α) Με το διακόπτη Κ ανοικτό, τι ρεύμα διαρρέει το ιδανικό αμπερόμετρο; Δίνεται ότι $E_1 = 3 \text{ V}$ και $r_1 = 0$.



β) Όταν ο διακόπτης Κ είναι κλειστός, η ένδειξη του αμπερόμετρου μηδενίζεται. Να υπολογίσετε την τιμή της αντίστασης R.

[Απ.: α) $i = 0,5 \text{ A}$, β) $R = 6 \Omega$]

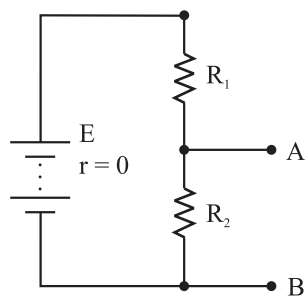
35. Ποια είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β του κυκλώματος του σχήματος σε καθεμία από τις επόμενες περιπτώσεις;

α) Όταν έχουμε $R_1 = 5000 \Omega$, $R_2 = 1000 \Omega$ και συστοιχία 6 ιδανικών πηγών σε σειρά με ΗΕΔ $E = 1,5 \text{ V}$ η καθεμία.

β) Αν προσθέσουμε αντιστάτη $R_3 = 500 \Omega$ παράλληλα στον R_2 .

γ) Όταν προσθέσουμε πυκνωτή χωρητικότητας $C = 2 \mu\text{F}$ μεταξύ των σημείων Α και Β. Τι φορτίο αποκτά ο πυκνωτής;

[Απ.: α) $v_{AB} = 1,5 \text{ V}$, β) $v_{AB} = 0,5625 \text{ V}$, γ) $v_{AB} = 1,5 \text{ V}$, $q = 3 \mu\text{C}$]



36. α) Ποια διάταξη ονομάζουμε διαιρέτη τάσης; Να σχεδιάσετε το κύκλωμα ενός απλού διαιρέτη τάσης με δύο αντιστάτες R_1 και R_2 και να αποδείξετε ότι η τάση v της πηγής διαιρείται σε δύο τάσεις v_1 και v_2 , ο λόγος των οποίων είναι $\frac{v_1}{v_2} = \frac{R_1}{R_2}$.

β) Αν σ' ένα διαιρέτη τάσης με δύο αντιστάσεις R_1 και R_2 είναι $R_1 = R_2 = R$ και στα άκρα της R_2 συνδεθεί πυκνωτής χωρητικότητας C , ισχύουν:

i) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{2}$

ii) $v_1 = v$

iii) $v_2 = 0$

iv) $v_2 = \frac{v}{2}$

v) $Q = C \cdot \frac{v}{2}$

vi) $Q = 0$

όπου Q το φορτίο του πυκνωτή. Να επιλέξετε τις σωστές σχέσεις.

37. Μια θερμαντική συσκευή με χαρακτηριστικά κανονικής λειτουργίας $v_\Sigma = 80 \text{ V}$ και $P_\Sigma = 40 \text{ W}$ πρόκειται να τροφοδοτηθεί μέσω διαιρέτη τάσης από πηγή τάσης $v = 200 \text{ V}$. Ο διαιρέτης τάσης αποτελείται από δύο αντιστάτες $R_1 = R_2$. Να βρείτε:

α) την τιμή που πρέπει να έχουν οι δύο ίσοι αντιστάτες του διαιρέτη τάσης ώστε η συσκευή να λειτουργεί κανονικά,

β) την ισχύ που παρέχει η πηγή τροφοδοσίας στο κύκλωμα.

[Απ.: α) $R_1 = R_2 = 80 \, \Omega$, β) $P = 300 \, W$]

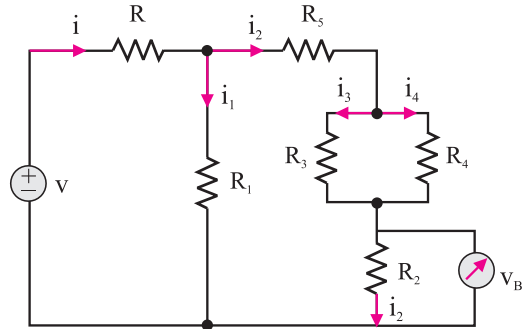
- 38.** Στο κύκλωμα του σχήματος είναι: $R = 1 \, \Omega$, $R_1 = R_2 = 10 \, \Omega$, $R_4 = 6 \, \Omega$, $R_3 = R_5 = 3 \, \Omega$. Αν η ένδειξη του ιδανικού βολτόμετρου είναι $v_B = 100 \, V$, να βρεθούν:

α) τα ρεύματα που διαρρέουν τους αντιστάτες,

β) η τάση v ,

γ) η ωριαία δαπάνη της εγκατάστασης αν η $1 \, kWh$ κοστίζει $0,4 \, \text{€}$.

[Απ.: α) $i_2 = 10 \, A$, $i_3 = \frac{20}{3} \, A$, $i_4 = \frac{10}{3} \, A$, $i_1 = 15 \, A$, $i = 25 \, A$, β) $v = 175 \, V$, γ) $1,75 \, \text{€}$]

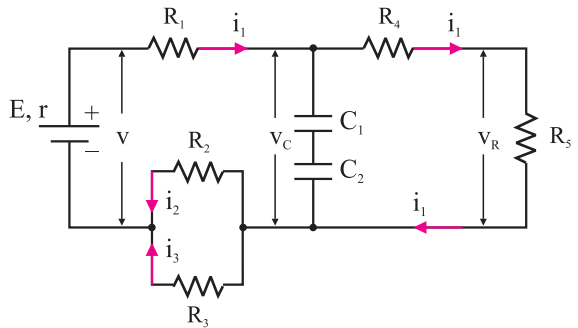


- 39.** Στο κύκλωμα του σχήματος είναι: $E = 48 \, V$, $r = 1 \, \Omega$, $R_1 = R_3 = R_5 = 3 \, \Omega$, $R_2 = 6 \, \Omega$, $R_4 = 7 \, \Omega$ και $C_1 = C_2 = 10 \, \mu F$. Να βρείτε:

α) τις τάσεις v , v_C και v_R ,

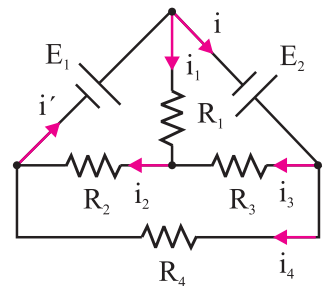
β) τα ρεύματα i_2 και i_3 ,

γ) τα φορτία των πυκνωτών.



[Απ.: α) $v = 45 \, V$, $v_C = 30 \, V$, $v_R = 9 \, V$, β) $i_2 = 1 \, A$, $i_3 = 2 \, A$, γ) $q_1 = q_2 = 150 \, \mu C$]

- 40.** Δίνεται το κύκλωμα του σχήματος, όπου $R_1 = 3 \, \Omega$, $R_2 = 2 \, \Omega$, $R_3 = 6 \, \Omega$, $R_4 = 4 \, \Omega$, $E_1 = 6 \, V$, $E_2 = 18 \, V$ και $r_1 = r_2 = 0$. Να υπολογιστούν τα ρεύματα που διαρρέουν τις πηγές και τους αντιστάτες του κυκλώματος με τη βοήθεια του Ν.Ρ.Κ. και του Ν.Τ.Κ.



[Απ.: $i = i' = 9 \, A$, $i_1 = 0$, $i_2 = i_3 = 3 \, A$, $i_4 = 6 \, A$]

1-4 ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ – ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

Εναλλασσόμενη τάση λέγεται η τάση εκείνη της οποίας και η πολικότητα και το μέτρο μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο.

Αρμονική εναλλασσόμενη τάση λέγεται η τάση εκείνη της οποίας το μέτρο μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο, δηλαδή είναι της μορφής $v = V_0 \cdot \eta\mu\omega t$, όπου v η στιγμιαία τάση τη χρονική στιγμή t , V_0 το πλάτος της, ωt η φάση και ω η κυκλική συχνότητα.

1-5 ΑΡΧΗ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΗΣ ΤΑΣΗΣ

Έστω ένα ορθογώνιο πλαίσιο ΑΖΓΔ που έχει εμβαδόν S και είναι τοποθετημένο μεταξύ των πόλων ηλεκτρομαγνήτη. Αν η απόσταση μεταξύ των μαγνητικών πόλων είναι μικρή σε σύγκριση με τις διαστάσεις τους, τότε μπορούμε να θεωρήσουμε ότι το μαγνητικό πεδίο μεταξύ τους είναι κατά προσέγγιση ομογενές, με ένταση έστω B .

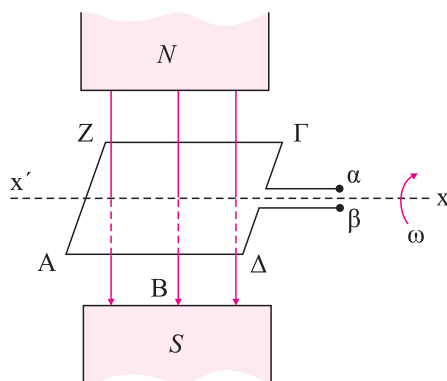
Θεωρούμε ότι τη χρονική στιγμή $t = 0$ το πλαίσιο είναι κάθετο στην ένταση B , οπότε στρέφοντας το πλαίσιο γύρω από τον άξονα $x'x$, που είναι κάθετος στη B , με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω μεταβάλλουμε τη μαγνητική ροή που το διαπερνά σύμφωνα με την εξίσωση:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \quad (1)$$

όπου φ η γωνία που σχηματίζει κάθε φορά η B με την κάθετη στο πλαίσιο.

Επειδή το πλαίσιο στρέφεται με $\omega = \text{σταθ.}$, μπορούμε να γράψουμε $\varphi = \omega t$, οπότε η (1) γίνεται:

$$\Phi = B \cdot S \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t = \Phi_0 \cdot \sigma\upsilon\nu\omega t \quad (2)$$



Η εξίσωση (2) δείχνει ότι η μαγνητική ροή Φ που περνά από το στρεφόμενο πλαίσιο μεταβάλλεται συνημιτονοειδώς με το χρόνο και έχει πλάτος (δηλαδή μέγιστη τιμή) $\Phi_0 = B \cdot S$ και κυκλική συχνότητα ω ίση με τη γωνιακή ταχύτητα του πλαισίου.

Αφού η Φ που διαπερνά το πλαίσιο μεταβάλλεται, πρέπει σύμφωνα με το νόμο της επαγωγής να αναπτύσσεται στα ανοικτά άκρα α και β του πλαισίου μια τάση v ίση με:

$$v = -\frac{d\Phi}{dt} \cdot n \quad \text{όπου } n \text{ ο αριθμός σπειρών του πλαισίου}$$

Λαμβάνοντας υπόψη τη (2) η προηγούμενη σχέση γράφεται:

$$v = -\frac{n \cdot d(B \cdot S \cdot \sin \omega t)}{dt} = -B \cdot S \cdot n \cdot \frac{d(\sin \omega t)}{dt} = B \cdot S \cdot n \cdot \omega \cdot \eta \mu \omega t \quad \text{ή}$$

$$v = V_0 \cdot \eta \mu \omega t \quad (3)$$

Η σχέση (3) δείχνει ότι η αναπτυσσόμενη τάση μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο και έχει πλάτος $V_0 = B \cdot S \cdot n \cdot \omega$.

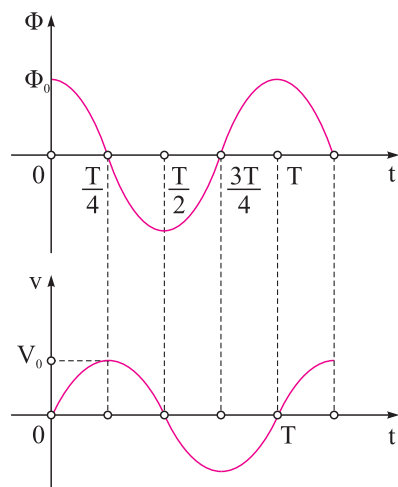
$$v = V_0 \cdot \eta \mu \omega t = V_0 \cdot \eta \mu \frac{2\pi t}{T} = V_0 \cdot \eta \mu 2\pi f t$$

Οι διατάξεις που παράγουν εναλλασσόμενη τάση λέγονται **γεννήτριες εναλλασσόμενης τάσης**. Αν το πλαίσιο συνδεθεί με μια αντίσταση, ώστε να σχηματιστεί κλειστό κύκλωμα, τότε θα εμφανιστεί το δευτερεύον φαινόμενο της επαγωγής, δηλαδή ηλεκτρικό ρεύμα.

Εναλλασσόμενο ρεύμα λέγεται το ρεύμα εκείνο του οποίου η φορά και η ένταση μεταβάλλονται περιοδικά με το χρόνο.

Αρμονικό εναλλασσόμενο ρεύμα λέγεται το ρεύμα του οποίου η ένταση μεταβάλλεται ημιτονοειδώς με το χρόνο και έχει τη μορφή:

$$i = I_0 \cdot \eta \mu \omega t = I_0 \cdot \eta \mu \frac{2\pi t}{T} = I_0 \cdot \eta \mu 2\pi f t$$



όπου i η στιγμιαία τιμή της έντασης, I_0 η μεγαλύτερη τιμή της έντασης, που λέγεται και πλάτος της έντασης, ω η κυκλική συχνότητα και ωt η στιγμιαία φάση.

Επειδή το εμβαδόν Α, το οποίο παριστάνει το φορτίο που περνά προς τη μία κατεύθυνση σε χρόνο $\frac{T}{2}$,

είναι ίσο με το εμβαδόν Β, το οποίο παριστάνει το φορτίο που περνά από την αντίθετη κατεύθυνση μέσα στο χρόνο της επόμενης ημιπεριόδου, συμπεραίνουμε

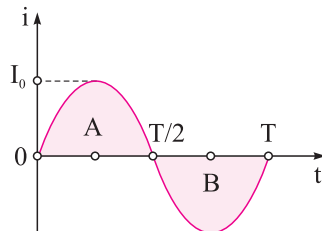
ότι **το αρμονικό εναλλασσόμενο ρεύμα**, όταν περνά μέσα από έναν αγωγό, **δεν συνεπάγεται μεταφορά φορτίων, αλλά ταλάντωση αυτών γύρω από μια θέση ισορροπίας.**

Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ η φάση είναι ϕ_0 , τότε η μορφή της εναλλασσόμενης τάσης είναι:

$$v = V_0 \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$$

Ό,τι ισχύει για την εναλλασσόμενη τάση, ισχύει και για το ρεύμα, άρα στην περίπτωση αυτή θα είναι:

$$i = I_0 \cdot \eta\mu(\omega t + \phi_0)$$



1-6 ΕΝΕΡΓΟΣ ΕΝΤΑΣΗ ΚΑΙ ΕΝΕΡΓΟΣ ΤΑΣΗ

Αφού η ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται με το χρόνο, το να γνωρίζουμε τη στιγμιαία τιμή της δεν έχει καμία πρακτική σημασία. Γι' αυτό στην πράξη χρησιμοποιούμε την **ενεργό ένταση I_{ev}** , η οποία **δεν εξαρτάται από το χρόνο**, έχει σταθερή τιμή. Είναι γνωστό ότι το ποσό θερμότητας Joule που αναπτύσσεται πάνω σε μια ωμική αντίσταση R είναι ανάλογο με το τετράγωνο της έντασης του ρεύματος και επομένως ανεξάρτητο από τη φορά του. Έτσι **ορίζουμε σαν ενεργό ένταση I_{ev} (I_{rms}) ενός εναλλασσόμενου ρεύματος την ένταση του συνεχούς εκείνου ρεύματος που θα δημιουργούσε το ίδιο ποσό θερμότητας**

Joule όταν διέρρει την ωμική αντίσταση R στον ίδιο χρόνο. Ο νόμος του Joule για το εναλλασσόμενο ρεύμα γράφεται έτσι:

$$Q = 0,24 \cdot I_{\text{ev}}^2 \cdot R \cdot t$$

Η ενεργός ένταση I_{ev} και το πλάτος I_0 της έντασης συνδέονται με τη σχέση:

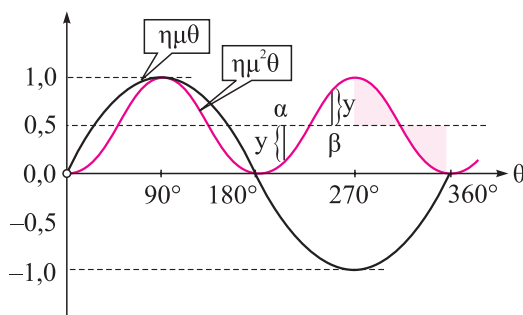
$$I_{\text{ev}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Πράγματι, η ενεργός τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος ισούται με τη ρίζα της μέσης τιμής του τετραγώνου του εναλλασσόμενου ρεύματος $\sqrt{(i^2)_{\text{av}}}$. Έχουμε:

$$I_{\text{ev}} = \sqrt{(i^2)_{\text{av}}} = \sqrt{(I_0^2 \cdot \eta\mu^2\omega t)_{\text{av}}} = I_0 \sqrt{(\eta\mu^2\omega t)_{\text{av}}}$$

Όμως $(\eta\mu^2\omega t)_{\text{av}} = \frac{1}{2}$, οπότε:

$$I_{\text{ev}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0,707I_0$$



Γράφημα του $\eta\mu^2\theta$ ως συνάρτηση του θ (κόκκινη καμπύλη). Τα σημεία α και β απέχουν ίση απόσταση από το σημείο όπου η καμπύλη τέμνει την ευθεία $y = \frac{1}{2}$. Στο σημείο α η καμπύλη είναι κάτω από την ευθεία γραμμή στην ίδια απόσταση που είναι στο σημείο β πάνω από τη γραμμή. Επομένως το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη είναι το ίδιο με το εμβαδόν κάτω από την ευθεία γραμμή $y = \frac{1}{2}$.

Στο δίκτυο της ΔΕΗ είναι $f = 50 \text{ Hz}$ και $T = 0,02 \text{ s}$, επομένως κάθε χρονικό διάστημα στο οποίο αναφερόμαστε για πρακτικές εφαρμογές είναι πολύ μεγαλύτερο από την περίοδο, οπότε θεωρείται ακέραιο πολλαπλάσιό της.

Σαν ενεργό τάση μιας εναλλασσόμενης τάσης ορίζουμε τη συνεχή εκείνη τάση η οποία, αν εφαρμοστεί στα άκρα μιας ωμικής αντίστασης R , προκαλεί συνεχές ρεύμα με ένταση ίση με την ενεργό ένταση του εναλλασσόμενου ρεύματος που προκαλεί στην ίδια αντίσταση R η εφαρμογή της εναλλασσόμενης τάσης.

$$V_{\text{ev}} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0,707V_0$$

Η τάση 220 V του ηλεκτρικού δικτύου είναι ενεργός τιμή και έτσι το πλάτος της θα είναι $V_0 = 220\sqrt{2} \text{ V} = 311 \text{ V}$.

Επίσης τα βολτόμετρα και τα αμπερόμετρα AC δείχνουν ενεργές τιμές.

Παράδειγμα

Η ένταση ενός εναλλασσόμενου ρεύματος μεταβάλλεται όπως δείχνει η διπλανή γραφική παράσταση. Να βρεθεί η ενεργός ένταση του εναλλασσόμενου αυτού ρεύματος.

Λύση

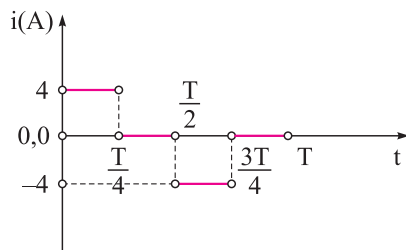
Από $0 \rightarrow \frac{T}{4}$ η ένταση του ρεύματος παραμένει σταθερή και ίση με $I_1 = 4 \text{ A}$,

άρα το ποσό θερμότητας που παράγεται σε μια αντίσταση R γι' αυτό το χρονικό διάστημα είναι:

$$Q_1 = 0,24 \cdot I_1^2 \cdot R \cdot \frac{T}{4} \quad (1)$$

Από $\frac{T}{4} \rightarrow \frac{T}{2}$ η ένταση του ρεύματος είναι μηδέν, οπότε:

$$Q_2 = 0 \quad (2)$$



Από $\frac{T}{2} \rightarrow \frac{3T}{4}$ η ένταση του ρεύματος είναι σταθερή και ίση με $I_3 = -4 \text{ A}$, άρα:

$$Q_3 = 0,24 \cdot I_3^2 \cdot R \cdot \frac{T}{4} \quad (3)$$

Από $\frac{3T}{4} \rightarrow T$ η ένταση του ρεύματος είναι μηδέν, οπότε:

$$Q_4 = 0 \quad (4)$$

Έτσι το συνολικό ποσό θερμότητας που αναπτύσσεται στην αντίσταση R για χρόνο μίας περιόδου T , λαμβάνοντας υπόψη και τις σχέσεις (1), (2), (3) και (4), είναι:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 = 0,24 \cdot 8 \cdot R \cdot T \quad (5)$$

Από τον ορισμό της ενεργού έντασης παίρνουμε:

$$Q = 0,24 \cdot I_{\text{ev}}^2 \cdot R \cdot T \quad (6)$$

Από τις (5) και (6) έχουμε:

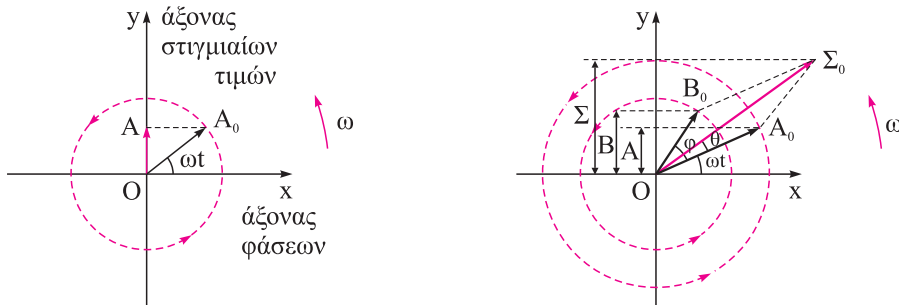
$$0,24 \cdot I_{\text{ev}}^2 \cdot R \cdot T = 0,24 \cdot 8 \cdot R \cdot T \quad \text{ή} \quad I_{\text{ev}}^2 = 8 \text{ A}^2, \quad \text{άρα} \quad I_{\text{ev}} = 2\sqrt{2} \text{ A}$$

1-7 ΔΙΑΝΥΣΜΑΤΙΚΗ ΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΩΝ ΜΕΓΕΘΩΝ

Ένα αρμονικά εναλλασσόμενο μέγεθος της μορφής $A = A_0 \cdot \eta\mu\omega t$ μπορεί να παρασταθεί ανυσματικά με τον ακόλουθο τρόπο.

Θεωρούμε άνυσμα μέτρου A_0 που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από το άκρο του O και κατά φορά αντίθετη της φοράς περιστροφής των δεικτών του ρολογιού. Αν σαν αρχή της κίνησης πάρουμε τον άξονα Ox ορθογωνίου συστήματος αξόνων Oxy , τότε η γωνία που σχηματίζει το άνυσμα A_0 με τον άξονα x μετά από την πάροδο χρόνου t είναι ωt . Η προβολή του ανύσματος A_0 στον άξονα y θα είναι ίση με $A = A_0 \cdot \eta\mu\omega t$.

Άρα το αρμονικά εναλλασσόμενο μέγεθος A βρίσκεται από την προβολή του στρεφόμενου ανύσματος A_0 στον άξονα y .



Συμπεραίνουμε επομένως ότι η σύνθεση δύο αρμονικά εναλλασσόμενων μεγεθών, $A = A_0 \cdot \eta\mu\omega t$ και $B = B_0 \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$, είναι μέγεθος αρμονικά εναλλασσόμενο ίδιας συχνότητας, πλάτους

$$\Sigma_0 = \sqrt{A_0^2 + B_0^2 + 2A_0B_0\sigma\upsilon\upsilon\eta\varphi}$$

και αρχικής φάσης θ που προσδιορίζεται από τη σχέση:

$$\epsilon\varphi\theta = \frac{B_0\eta\mu\varphi}{A_0 + B_0\sigma\upsilon\upsilon\eta\varphi}$$

Εύκολα προκύπτει ότι:

α) Για $\varphi = 0^\circ$ ή $2\kappa\pi$ είναι $\Sigma_0 = A_0 + B_0$.

β) Για $\varphi = 180^\circ$ ή $2\kappa\pi + \pi$ ή $2\kappa\pi - \pi$ είναι $\Sigma_0 = |A_0 - B_0|$.

γ) Για $\varphi = 90^\circ$ είναι $\Sigma_0 = \sqrt{A_0^2 + B_0^2}$.

Παράδειγμα

Στον ίδιο αγωγό διαβιβάζονται ταυτόχρονα δύο ρεύματα της μορφής:

$$i_1 = I_0 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right) \quad \text{και} \quad i_2 = I_0 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{5\pi}{6}\right)$$

Να βρεθούν:

- η στιγμιαία ένταση του ολικού ρεύματος που διαρρέει τον αγωγό,
- η ενεργός ένταση του ολικού ρεύματος.

Λύση

α) Η στιγμιαία ένταση του ολικού ρεύματος θα είναι της μορφής:

$$i = I'_0 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{6} + \theta\right)$$

όπου

$$I'_0 = \sqrt{I_0^2 + I_0^2 + 2I_0^2 \cos\varphi} \quad \text{ή} \quad I'_0 = 2I_0 \left| \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right|$$

με $\varphi = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$, οπότε:

$$I'_0 = I_0$$

και

$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{I_0 \eta\mu \frac{2\pi}{3}}{I_0 + I_0 \cos \frac{2\pi}{3}} = \sqrt{3} \quad \text{ή} \quad \theta = \frac{\pi}{3}$$

Άρα:

$$i = I_0 \cdot \eta\mu\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

β) Για την ενεργό τιμή της έντασης του ολικού ρεύματος ισχύει:

$$I_{\text{ev}} = \frac{I'_0}{\sqrt{2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Σύνθετη αντίσταση (εμπέδηση)

Η **ωμική αντίσταση** R κάθε αγωγού αντιπροσωπεύει τη δυσκολία που παρουσιάζει ο αγωγός στην κυκλοφορία του ρεύματος, επειδή συγκρούονται οι ηλεκτρικοί φορείς του ρεύματος με τους δομικούς λίθους του αγωγού.

Η **επαγωγική αντίσταση** Z_L κάθε αγωγού αντιπροσωπεύει τη δυσκολία που παρουσιάζει ο αγωγός στην κυκλοφορία ενός εναλλασσόμενου ρεύματος λόγω του φαινομένου της αυτεπαγωγής στο εσωτερικό του.

Η **χωρητική αντίσταση** Z_C κάθε πυκνωτή αντιπροσωπεύει τη δυσκολία που παρουσιάζει ο αγωγός στην κυκλοφορία ενός εναλλασσόμενου ρεύματος επειδή έχουν συσσωρευτεί ηλεκτρικά φορτία στους οπλισμούς του, τα οποία περιορίζουν την περιοδική άντληση και συσσώρευση ηλεκτρονίων σε αυτούς από την πηγή που τροφοδοτεί τον πυκνωτή.

Για να χαρακτηρίσουμε τις δυσκολίες που συναντούν τα ελεύθερα ηλεκτρόνια σε κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος με αντίσταση, πηνίο, πυκνωτή ή συνδυασμούς αυτών, ορίζουμε το μέγεθος **σύνθετη αντίσταση (εμπέδηση)**:

$$Z = \frac{V_0}{I_0} = \frac{V_{\varepsilon v}}{I_{\varepsilon v}}$$

1-8 ΒΑΣΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ ΣΤΟ ΕΝΑΛΛΑΣΣΟΜΕΝΟ ΡΕΥΜΑ

1-8.1 Κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος με ωμική αντίσταση

Στα άκρα ωμικής αντίστασης R εφαρμόζεται εναλλασσόμενη τάση της μορφής $v = V_0 \cdot \eta\mu\omega t$. Η αντίσταση R διαρρέεται από ρεύμα του οποίου η στιγμιαία ένταση είναι:

$$\left. \begin{array}{l} i = \frac{v}{R} = \frac{V_0}{R} \cdot \eta\mu\omega t \\ \text{αν } \frac{V_0}{R} = I_0 \end{array} \right\} \rightarrow i = I_0 \cdot \eta\mu\omega t$$

Παρατηρούμε ότι η **διαφορά φάσης μεταξύ τάσης και έντασης είναι ίση με μηδέν**.

