

ΜΗ ΠΤΕΡΑΣΜΕΝΟ ΟΡΙΟ ΣΤΟ x_0 **(ΟΡΙΑ 2)**

1. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (αν υπάρχουν):

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x+2)(9-x)^2}{(x-2)(4-x^2)} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{|x^2+x|}{x^2-1} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-6}{\sqrt{x+2}-2} \quad \delta) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x-1}{x-4\sqrt{x}+4}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1}{1+\sigma\upsilon\nu x} \quad \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+\sigma\upsilon\nu x}{x+\eta\mu x} \quad \zeta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2}{|x|-|\eta\mu x|} \quad \eta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sigma\upsilon\nu x+1}{\eta\mu x+|x|}$$

$$\theta) \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x+1}{x-1} - \ln x \right) \quad \iota) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{|x|} \right) \quad \kappa) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^3+1}{2^{3x+2}-2^{2x+2}+2^x}$$

$$\lambda) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5}{2^{3x-1}-2^{2x-1}+2^{x-3}} \quad \mu) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{e^x+e^{-x}-2}$$

2. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ όταν:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} [f(x) \cdot (x^2+3)] = +\infty \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1-3x}{f(x)} = +\infty$$

3. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ όταν:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)+3}{f(x)-3} = -\infty \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) \cdot \eta\mu^2(\pi x)}{x+1} = +\infty.$$

4. Αν $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = +\infty$ να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{8f^2(x)+f(x)-1}{2f^2(x)-2f(x)+3} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2f^3(x)+f^2(x)+f(x)-4}{3f^3(x)+5}$$

5. Αν $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -\infty$ να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f^4(x)+2f^3(x)-4}{2f^2(x)+1} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{4f(x)+5}{2f^2(x)+f(x)-7}$$

6. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = +\infty$ να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{f^2(x) + 2f(x) + 3} + f(x) \right) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{f^2(x) + 2f(x) + 3} - f(x) \right)$$

7. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = -\infty$ να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{f^2(x) + 2f(x) + 3} - f(x) \right) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 2} \left(\sqrt{f^2(x) + 2f(x) + 3} + f(x) \right)$$

8. Αν $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = +\infty$, να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) + g(x)}{f^2(x) + g^2(x)} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f^2(x) + 3g^2(x)}{f^4(x) + g^4(x)}$$

9. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) = -\infty$, να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + g(x)}{f^3(x) + g^3(x)} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) + 3g(x)}{f^3(x) + g^5(x)}$$

10. Δίνεται η $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{x \rightarrow 0} (|x|f(x)) = 2$.

Να υπολογίσετε τα όρια: $\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ $\beta) \lim_{x \rightarrow 0} \left(f(x) \cdot \eta\mu \frac{1}{f(x)} \right)$ $\gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta\mu f(x)}{f(x)}$

11. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει: $\frac{1}{x^2} \leq f(x) \leq \frac{3}{x^2}$ κοντά στο 0. (1)

Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

12. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{x^2 + 1}{ax^2 + \beta x + 2}$, $a, \beta \in \mathbb{R}$.

Να βρεθούν οι τιμές των a, β για τις οποίες ισχύει $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = +\infty$ και $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = +\infty$.

13. Έστω η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = \frac{ax^2 + (\beta + 2)x + 4}{x^2 - 2x + 1}$, $a, \beta \in \mathbb{R}$.

Να βρεθούν οι τιμές των a, β έτσι ώστε το όριο της f στο 1 να είναι πραγματικός αριθμός.

14. Για τις διάφορες τιμές του πραγματικού αριθμού λ , να βρείτε το όριο της συνάρτησης

$$f(x) = \frac{2x - \lambda^2}{4 - 4x + x^2} \text{ στο } x_0 = 2.$$

15. Να υπολογίσετε (αν υπάρχουν) τα παρακάτω όρια, για τις διάφορες τιμές των παραμέτρων λ, μ :

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\mu^2 - 1)x^2 + x - 2}{x^2 - 1} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\lambda x^2 + 2x + \mu}{x}$$

$$\gamma) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\lambda^2 + 2)x^2 - 2(\lambda + \mu)x + \mu^2}{(x - 1)^2} \quad \delta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\lambda^2 x^2 + 2\mu^2 x - 2\lambda\mu}{|x - 1|}$$

16. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}$ με την ιδιότητα:

$$xf(x) - xyf(x)f(y) \geq \frac{1}{4}, \text{ για κάθε } x, y \in \mathbb{R}^*.$$

Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x}$

17. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με την ιδιότητα:

$$3f(x+1) - 2f(2-x) = x^2 + 14x - 5, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

α) Να βρείτε τον τύπο της f .

$$\beta) \text{ Να υπολογίσετε το } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) \cdot \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{f(x)} - 1}{\eta\mu f(x)}$$

18. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με την ιδιότητα:

$$x^6 f(x) \leq x \sigma\upsilon\nu \frac{1}{x} - 1, \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}^*.$$

Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + \eta\mu x}{xf(x)}$

19. Έστω συνάρτηση $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ με $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 0$, $f(x) \geq (2 - \alpha)x - \eta\mu x$

για κάθε $x \in (-1, 1)$ (1)

α) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$. β) Να βρείτε το $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{f(x)}$.