

ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΟ ΟΡΙΟ ΣΤΟ x_0 **(ΟΡΙΑ 1)**

1. Δίνεται η συνάρτηση με τύπο $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}$.

Να βρείτε για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ **έχει νόημα η αναζήτηση** του ορίου της f στο $\lambda + 2$.

2. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{x+3} - 3}{x-1}$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+1} + \sqrt{2x+3} - \sqrt{7x+4}}{x-3}$$

3. Να βρείτε τις τιμές των παραμέτρων $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ σε κάθε μία από τις παρακάτω περιπτώσεις όταν:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + \lambda x + \mu}{x^2 - 1} = 10 \quad \beta) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^2 + \lambda x + \mu + 1}{x+1} = 5 \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\lambda x^2 + \mu x - 4}{x^2 - 1} = 3$$

4. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (αν υπάρχουν):

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^2 - x - 2| + 2(x+1)}{x^2 - 1} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^3 + x - 2|}{|x^3 - 2x + 1|} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{|x^3 + x + 2|}{x^3 + 1}$$

5. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια (αν υπάρχουν):

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu x}{|x|} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\eta \mu x|}{x} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| - |\eta \mu x|}{|x| + |\eta \mu x|} \quad \delta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x| + |\eta \mu x|}{|2x| + |\eta \mu 2x|}$$

$$\epsilon) \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\eta \mu \left(1 - \frac{x}{\pi}\right)}{x - \pi} \quad \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\eta \mu \left(\frac{\pi}{4} - x\right)}{4x - \pi} \quad \zeta) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sigma \upsilon \nu(\pi x) + 1}{(x - 5)^2}$$

6. Να υπολογίσετε το $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\eta \mu(1 - \sigma \upsilon \nu x)}{1 - \sigma \upsilon \nu x}$ και στη συνέχεια το $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\eta \mu(1 + \sigma \upsilon \nu x)}{(x - \pi)}$

7. Να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow a} \frac{x \cdot \sigma \upsilon \nu a - a \cdot \sigma \upsilon \nu x}{x - a} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sigma \upsilon \nu(\pi x) + 1}{x - 5}$$

8. Έστω f, g συναρτήσεις τέτοιες ώστε: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x^3 - 3x + 2} = 5$ και

$$\lim_{x \rightarrow 1} [(x-1)^2 \cdot g(x)] = -2$$

Να υπολογίσετε το όριο της συνάρτησης $h(x) = f(x) \cdot g(x)$ στο σημείο $x_0 = 1$.

9. Αν για δύο συναρτήσεις f, g ισχύει $|f(x) - g(x)| \leq x^2 \cdot |g(x)|$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και

$$\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = 1922, \text{ να υπολογίσετε το } \lim_{x \rightarrow 0} f(x).$$

10. Να υπολογίσετε τα παρακάτω όρια:

$$\delta) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sqrt{x^3 + 1} - 1}{x^2} \cdot \eta\mu \frac{x^2 + 1}{x} \right) \quad \epsilon) \lim_{x \rightarrow \pi} \left[(x - \pi) \cdot \eta\mu \frac{x}{x - \pi} \right] \quad \sigma\tau) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\eta\mu x \cdot \eta\mu \frac{1}{x} \right)$$

11. Έστω $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με την ιδιότητα: $2x\eta\mu x + f^2(x) \leq 2xf(x) + \eta\mu^2 x, x \in \mathbb{R}$

$$\text{Να υπολογίσετε το } \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

12. Έστω συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με την ιδιότητα:

$$f(x+y) = f(x) \cdot \sigma\upsilon\nu 2y + f(y) \cdot \sigma\upsilon\nu 2x, \text{ για κάθε } x, y \in \mathbb{R}. \quad (1)$$

$$\text{Αν } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1, \text{ να αποδείξετε ότι } \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \sigma\upsilon\nu 2a \text{ με } a \in \mathbb{R}.$$

13. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - 2}{h} = 5$.

$$\text{Να υπολογίσετε το όριο } \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+3h) - f(1-2h)}{h}$$

14. Αν $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)}{x-2} = 3$, να υπολογίσετε το $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2-h)}{h}$

15. Αν ισχύει ότι $\lim_{x \rightarrow 0} xf(x) = 3$, να υπολογίσετε τα όρια:

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\eta\mu \frac{1}{x} \cdot f(x) \cdot \eta\mu^2 x \right) \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{x+1} - 1) \cdot f(x) \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 0} ((\eta\mu x - \varepsilon\varphi x) \cdot f(x))$$