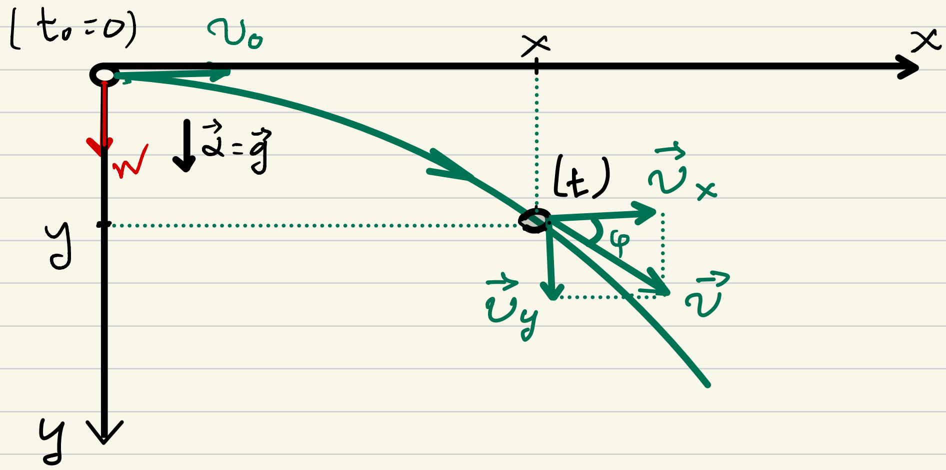
Κεφ 1ο Οριζόντια βολή

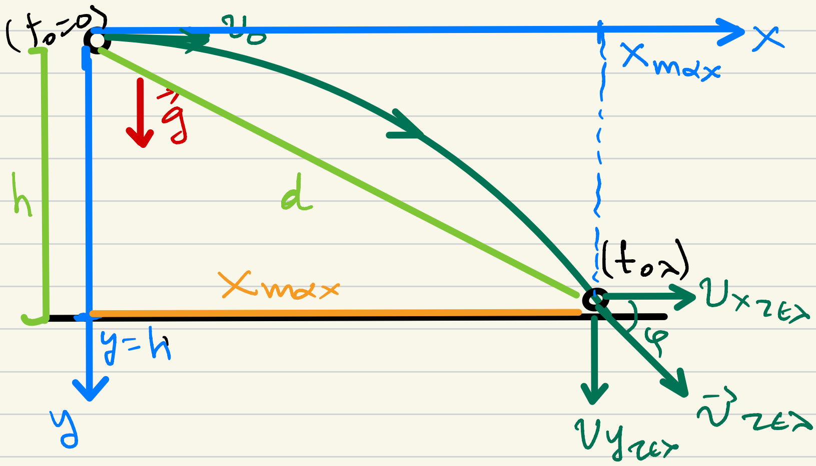
Είναι η κίνηση που εκτελεί ένα σώμα αν το εκτοξεύσουμε από κάποιο ύψος με οριζόντια ταχύτητα και στη συνέχεια επιδρά σε αυτό μόνο το βάρος του.



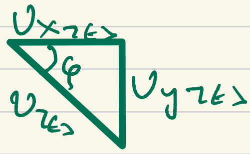
Η μελέτη της οριζόντιας βολής βασίζεται στη λογική της αρχής της επαλληλίας και θεωρείται σύνθετη κίνηση.

Άξονας $x'x$	Άξονας $y'y$
$\Sigma F_x = 0$ $\alpha_x = 0$	$\Sigma F_y = W = mg$ $\alpha_y = \frac{\Sigma F_y}{m} = \frac{\cancel{m}g}{\cancel{m}} = g$
Ευθ. ομαλή (ΕΟΚ)	Ελ. πτώση.
$\boxed{\upsilon_x = \upsilon_0 = \sigma\tau\alpha\theta}$ (1)	$\boxed{\upsilon_y = g\cdot t}$ (3)
$\boxed{x = \upsilon_0 t}$ (2)	$\boxed{y = \frac{1}{2} g t^2}$ (4)

$\boxed{\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}}$ (Μέτρο) $\boxed{\varepsilon\varphi\varphi = \frac{\upsilon_y}{\upsilon_x}}$ (Διεύθυνση)



Γνωρίζουμε: υ_0, h, g



α) Ολικός χρόνος κίνησης $t_{ολ}$:

$y'y$: $y=\frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow[y=h]{t=t_{ολ}} h=\frac{1}{2}g t_{ολ}^2 \Rightarrow t_{ολ}^2=\frac{2h}{g} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \boxed{t_{ολ}=\sqrt{\frac{2h}{g}}}$ (5)

β) Βεληνεκές x_{max}: $x=\upsilon_0 \cdot t \xrightarrow[t=t_{ολ}]{x=x_{max}} x_{max}=\upsilon_0 \cdot t_{ολ}$

$\xRightarrow{(5)} \boxed{x_{max}=\upsilon_0\sqrt{\frac{2h}{g}}}$

γ) Εξίσωση τροχιάς:

$$\left.\begin{aligned} &x=\upsilon_0 \cdot t \Rightarrow t=\frac{x}{\upsilon_0} \\ &y=\frac{1}{2}g t^2 \end{aligned}\right\} \Rightarrow y=\frac{1}{2}g\frac{x^2}{\upsilon_0^2} \Rightarrow \boxed{y=\frac{g}{2\upsilon_0^2}\cdot x^2}$$

δ) Τελική ταχύτητα $\vec{\upsilon}_{τελ}$:

$\upsilon_{xτελ}=\upsilon_0$

$\upsilon_{yτελ}=g\cdot t_{ολ} \xRightarrow{(5)} \upsilon_{yτελ}=g\sqrt{\frac{2h}{g}}=\sqrt{2gh}$

$\upsilon_{τελ}=\sqrt{\upsilon_{xτελ}^2+\upsilon_{yτελ}^2} \Leftrightarrow \boxed{\upsilon_{τελ}=\sqrt{\upsilon_0^2+2gh}}$ (Μέτρο)

$\boxed{εφ\varphi=\frac{\upsilon_{yτελ}}{\upsilon_{xτελ}}=\frac{\sqrt{2gh}}{\upsilon_0}}$ (Διεύθυνση)

β' τρόπος: (Ενεργειακός)

ΑΔΜΕ: $K_{αρχ} + U_{αρχ} = K_{τελ} + U_{τελ} \Leftrightarrow$

$$\frac{1}{2}\cancel{m}υ_0^2 + \cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}υ_{τελ}^2 + 0 \Leftrightarrow$$

$$υ_{τελ}^2 = υ_0^2 + 2gh \Leftrightarrow \boxed{υ_{τελ} = \sqrt{υ_0^2 + 2gh}}$$

και: $$συνφ = \frac{υ_{x\,τελ}}{υ_{τελ}} \Leftrightarrow \boxed{συνφ = \frac{υ_0}{\sqrt{υ_0^2 + 2gh}}}$$

ε) **Απόσταση μεταξύ σημείου εκτόξευσης και σημείου πτώσης.**

$$d = \sqrt{x_{max}^2 + h^2} \Rightarrow \boxed{d = \sqrt{\frac{υ_0^2 \cdot 2h}{g} + h^2}}$$

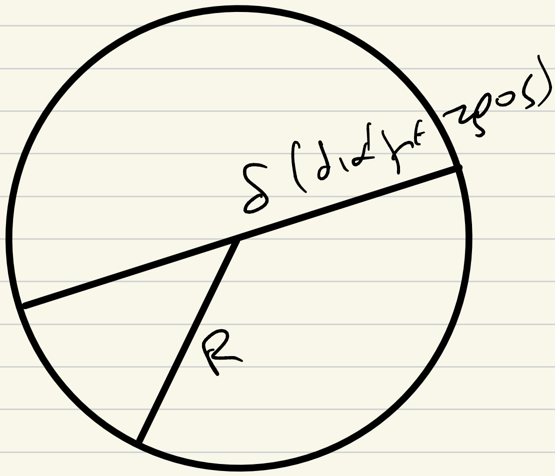
Ομαλή κυκλική κίνηση

Βασικές γνώσεις στον κύκλο:

$\pi \simeq 3,14$ (Τι είναι;;;)

$$\boxed{\pi = \frac{\Pi}{\delta}} \quad (\delta = 2R)$$

$$\boxed{\Pi = 2\pi R} \quad \text{(Περίμετρος)}$$



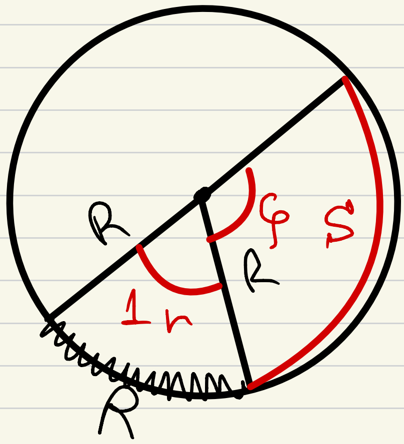
Ορισμός του rad (ακτίνιο)

Είναι η επίκεντρη γωνία που βαίνει σε τόξο μήκους ίσου με την ακτίνα του κύκλου.

Ισχύει ότι:

$$\boxed{S = \varphi \cdot R}$$

$(1\,rad \simeq 57,29^\circ)$



Η γωνία ενός κύκλου ισούται με 2π rad.
Άρα:

2π	rad	αντιστοιχούν σε	360°
π	-"-	-"- -"-	180°
$\frac{\pi}{2}$	-"-	-"- -"-	90°

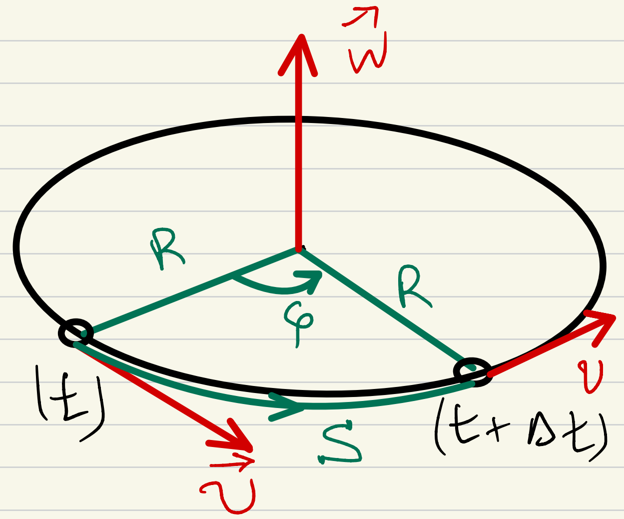
κ.ο.κ.

Λέμε ότι ένα σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση όταν κινείται σε κύκλο με ταχύτητα σταθερού μέτρου. Τότε σε ίσους χρόνους διανύει ίσα τόξα.

Βασικά μεγέθη της Ο.Κ.Κ.

▷ **Περίοδος T:**

Είναι η χρονική διάρκεια μιας πλήρους περιστροφής.



▷ **Συχνότητα f:**

Είναι το πηλίκο του πλήθους N των πλήρων περιστροφών σε χρόνο Δt προς το χρόνο αυτό.

$$\boxed{f = \frac{N}{\Delta t}} \quad (1\,Hz)$$

$\xrightarrow{N=1,\ \Delta t = T}$ $\boxed{f = \frac{1}{T}}$

▷ **Γραμμική ταχύτητα $\vec{\upsilon}$:**

Είναι ο ρυθμός με τον οποίο το σώμα διανύει τόξα.

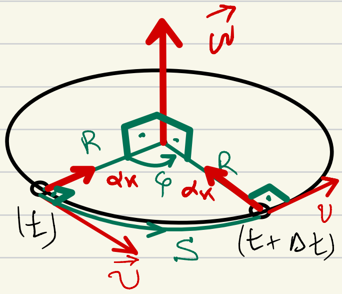
Μέτρο: $\boxed{\upsilon = \frac{S}{\Delta t}}$ $(1\,m/s)$

Διεύθυνση: εφαπτόμενη στην κυκλική τροχιά.

Φορά: αυτή της κίνησης

Σημείο εφαρμογής: το σώμα

Γωνιακή μετατόπιση φ:



Η γωνία στροφής της επιβατικής ακτίνας σε χρόνο Δt. (σε rad)

Γωνιακή ταχύτητα $\vec{\omega}$:

Είναι ο ρυθμός με τον οποίο η επιβατική ακτίνα διαγράφει γωνίες.

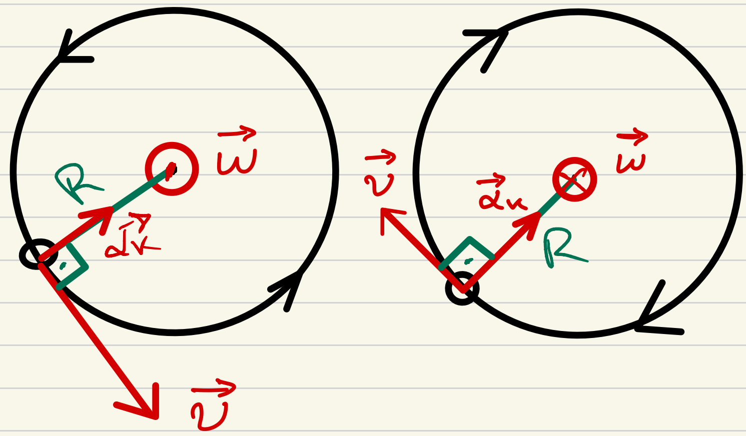
Μέτρο: $\boxed{\omega = \frac{\varphi}{\Delta t}}$ (1 r/s)

Διεύθυνση: κάθετη στο επίπεδο της κυκλικής τροχιάς.
Φορά: κανόνας δεξιού χεριού.

Σημείο εφαρμογής: το κέντρο του κύκλου

Κάτοψη:

⊗: Από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.
⊙: Από την σελίδα προς τον αναγνώστη.



Κεντρομόλος επιτάχυνση $\vec{\alpha_k}$:

εκφράζει τον ρυθμό μεταβολής της διεύθυνσης της γραμμικής ταχύτητας.

Μέτρο: $\boxed{\alpha_k = \frac{\upsilon^2}{R}}$

Διεύθυνση: ακτινική

Φορά: προς το κέντρο.
Σημ. εφαρμογής: το σώμα

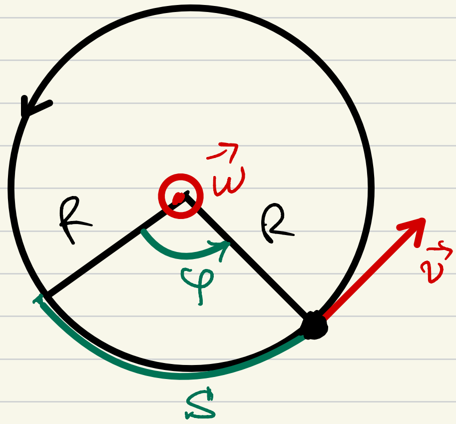
Σχέσεις γραμμικών – γωνιακών μεγεθών

Ισχύει ότι:

$$\boxed{S = \varphi \cdot R} \Longrightarrow$$

$$\frac{S}{\Delta t} = \frac{\varphi}{\Delta t} R \Longrightarrow$$

$$\boxed{\upsilon = \omega \cdot R}$$

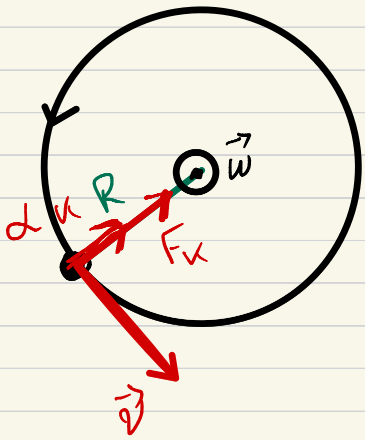


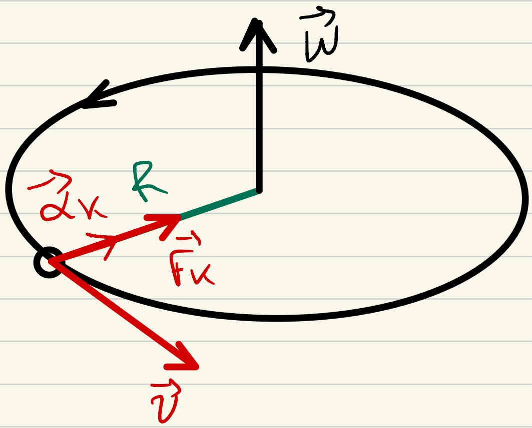
$$\alpha_\kappa = \frac{\upsilon^2}{R} = \frac{\omega^2 R^2}{R} = \omega^2 R$$

▷ Κεντρομόλος δύναμη $\vec{F}_\kappa$:

Μέτρο: $\boxed{F_\kappa = m \cdot \alpha_\kappa = \frac{m\upsilon^2}{R} = m\omega^2 R}$

Κατεύθυνση και σημείο εφαρμογής: όπως της $\vec{\alpha}_\kappa$.





Ισχύουν επίσης

$$\upsilon = \frac{S}{\Delta t} \xRightarrow[S = 2\pi R]{\Delta t = T} \boxed{\upsilon = \frac{2\pi R}{T}} \xrightarrow{f = \frac{1}{T}} \boxed{\upsilon = 2\pi R \cdot f}$$

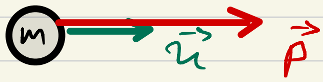
$$\omega = \frac{\varphi}{\Delta t} \xRightarrow[\varphi = 2\pi]{\Delta t = T} \boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}} \xrightarrow{T = \frac{1}{f}} \boxed{\omega = 2\pi f}$$

ΚΕΦ 2ο

Ορμή υλικού σημείου

Είναι το διανυσματικό φυσικό μέγεθος με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

Μέτρο: $\boxed{p = m \cdot u}$



Κατεύθυνση: ίδια με της $\vec{u}$.

Μονάδα (S.I.): $1\ kg \cdot m \cdot s^{-1}$

▷ **Σύστημα σωμάτων**: είναι ένα σύνολο σωμάτων τα οποία μας ενδιαφέρει να μελετήσουμε ταυτόχρονα.

▷ **Εσωτερικές δυνάμεις**: είναι οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ των σωμάτων του συστήματος.

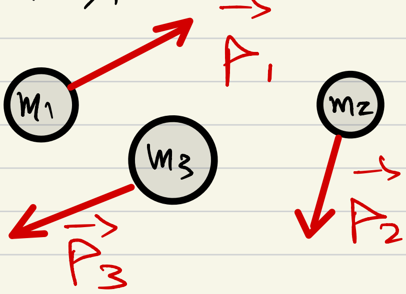
▷ **Εξωτερικές δυνάμεις**: είναι οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα του συστήματος από σώματα που δεν ανήκουν στο σύστημα.

▷ **Μονωμένο σύστημα**: ονομάζεται το σύστημα των σωμάτων στο οποίο δεν ασκούνται εξωτερικές δυνάμεις ή αν ασκούνται έχουν συνισταμένη ίση με μηδέν.

Ολική ορμή συστήματος σωμάτων

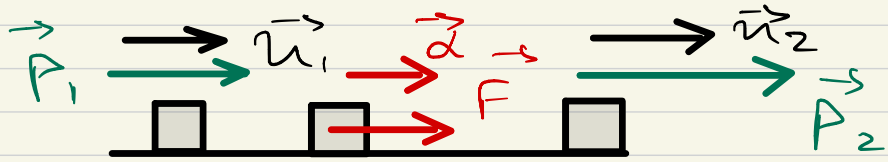
Είναι το διανυσματικό άθροισμα των ορμών όλων των σωμάτων του συστήματος.

π.χ.



$$\boxed{\vec{P}_{ολ} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3}$$

Θεμελιώδης Νόμος της Μηχανικής



2ος ν. Newton: $\Sigma\vec{F} = m\cdot\vec{\alpha} \Rightarrow \Sigma\vec{F} = m\cdot\dfrac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \Sigma\vec{F} = m\cdot\frac{\vec{\upsilon}_f - \vec{\upsilon}_i}{\Delta t} = \frac{m\cdot\vec{\upsilon}_f - m\cdot\vec{\upsilon}_i}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \Sigma\vec{F} = \frac{\vec{p}_f - \vec{p}_i}{\Delta t} \Rightarrow \boxed{\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}}$$

Παρατήρηση:

$$\Sigma\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta\vec{p} = \Sigma\vec{F}\cdot\Delta t \Rightarrow$$

$$\vec{p}_f - \vec{p}_i = \Sigma\vec{F}\cdot\Delta t \Rightarrow \boxed{\vec{p}_f = \vec{p}_i + \Sigma\vec{F}\cdot\Delta t}$$

Ο Θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για σύστημα σωμάτων:

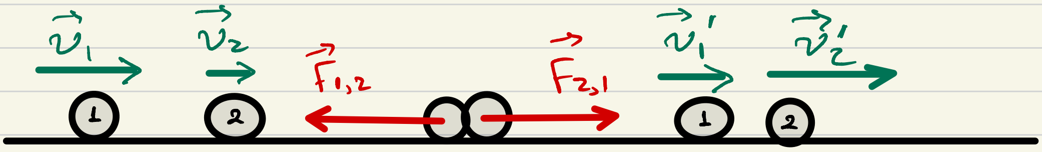
$$\boxed{\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = \frac{\Delta\vec{p}_{o\lambda}}{\Delta t}}$$

Άν $\Sigma\vec{F}_{\varepsilon\xi} = 0$ τότε $\dfrac{\Delta\vec{p}_{o\lambda}}{\Delta t} = 0$

δηλαδή: $\vec{p}_{o\lambda} = \sigma\tau\alpha\theta$

Αρχή Διατήρησης Ορμής

Κεντρική κρούση μεταξύ δύο σωμάτων



Θ.Ν.Μ.:

Σώμα (1): $\vec{F}_{1,2} = \dfrac{\Delta \vec{p}_1}{\Delta t}$ (1)

Σώμα (2): $\vec{F}_{2,1} = \dfrac{\Delta \vec{p}_2}{\Delta t}$ (2)

3ος ν. Newton: $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \Longleftrightarrow$

$$\overset{(1)}{\underset{(2)}{\Longleftrightarrow}} \frac{\Delta \vec{p}_1}{\cancel{\Delta t}} = -\frac{\Delta \vec{p}_2}{\cancel{\Delta t}} \Longleftrightarrow \boxed{\Delta \vec{p}_1 = -\Delta \vec{p}_2} \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \vec{p}_1{}' - \vec{p}_1 = -(\vec{p}_2{}' - \vec{p}_2) \Longleftrightarrow$$

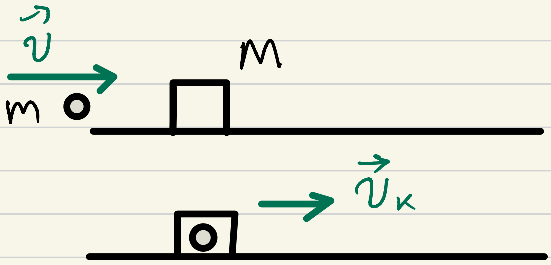
$$\Longleftrightarrow \vec{p}_1{}' - \vec{p}_1 = -\vec{p}_2{}' + \vec{p}_2 \Longleftrightarrow$$

$$\Longleftrightarrow \boxed{\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \vec{p}_1{}' + \vec{p}_2{}'}$$

Α.Δ.Ο.

Συμπέρασμα: σε κάθε κρούση μεταξύ δύο σωμάτων η συνολική ορμή του συστήματος διατηρείται. Κατά συνέπεια, τα σώματα υφίστανται αντίθετες μεταβολές στις ορμές τους.

Πλαστική κρούση – μελέτη περίπτωσης



m, υ, M | α) υ_κ; β) $Q_{\kappa\rho}$;

α) Για το σύστημα βλήμα – σώμα:

ΑΔΟ: $\vec{P}_{ολ(ΠΠ)} = \vec{P}_{ολ(ΜΠ)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow m \cdot \upsilon = (m+M)\cdot \upsilon_\kappa \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\upsilon_\kappa = \frac{m\cdot\upsilon}{m+M}} \quad (1)$$

β) Για το σύστημα βλήμα – σώμα εφαρμόζω την ΑΔΕ κατά την κρούση:

(ΑΔΕ): $E_{ολ(ΠΠ)} = E_{ολ(ΜΠ)} + Q_{\kappa\rho} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} m\cdot\upsilon^2 = \frac{1}{2}(m+M)\cdot\upsilon_\kappa^2 + Q_{\kappa\rho} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{Q_{\kappa\rho} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 - \frac{1}{2}(m+M)\upsilon_\kappa^2} \quad (2)$$

▷ Ας εκφράσουμε την $Q_{\kappa\rho}$ σε συνάρτηση με την αρχική κινητική ενέργεια του βλήματος ($K_{αρχ} = \frac{1}{2} m\upsilon^2$):

$$(2) \overset{(1)}{\Rightarrow} Q_{\kappa\rho} = \frac{1}{2} m\upsilon^2 - \frac{1}{2}\cancel{(m+M)}\cdot\frac{m^2\upsilon^2}{(m+M)^{\cancel{2}}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow Q_{\kappa\rho} = \frac{1}{2} m\upsilon^2\left(1 - \frac{m}{m+M}\right) \Leftrightarrow$$

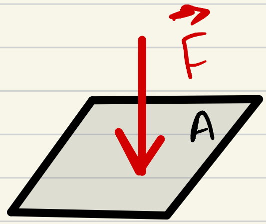
$$\Leftrightarrow Q_{\kappa\rho} = K_{αρχ}\left(\frac{\cancel{m}+M}{m+M} - \frac{\cancel{m}}{m+M}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{Q_{\kappa\rho} = \frac{M}{m+M}\cdot K_{αρχ}}$$

Κεφ 3ο : Νόμοι των αερίων

Πίεση P :

$$\boxed{P = \frac{F}{A}}$$



Μονάδα (S.I.) : $1\ Pa = 1\ N/m^2$ (Pascal)

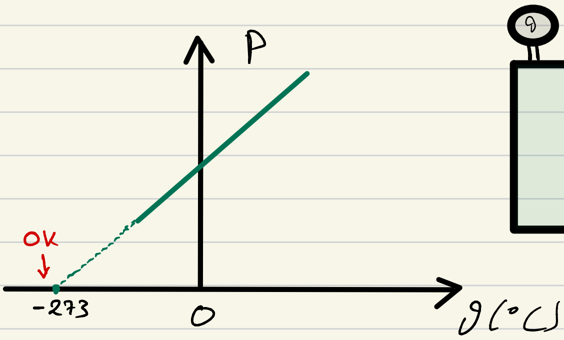
Άλλες μονάδες : $1\ atm = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$
$1\ bar = 10^5\ Pa$

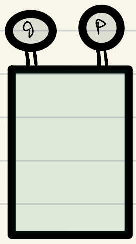
Θερμοκρασία :

Κλίμακα Κελσίου : θ (°C)

Κλίμακα Κέλβιν : T (K) (S.I.)

Ελάχιστη θερμοκρασία : $-273,\cancel{15}$ °C





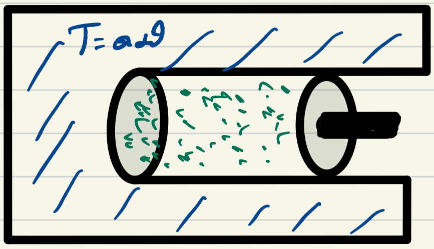
↳ OK (μηδέν Κέλβιν)

Άρα: $\boxed{T = 273 + \theta}$

Καταστατικές μεταβλητές: P, V, T, n

Για $n =$ σταθ

▷ Για $T =$ σταθ (Ισόθερμη μεταβολή)

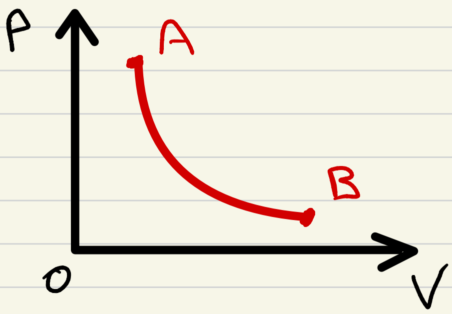


$$\boxed{P \cdot V = \text{σταθ.}}$$

ή

$$\boxed{P_1 \cdot V_1 = P_2 V_2}$$

Νόμος Boyle



A → B : Ισόθερμη εκτόνωση

B → A : Ισόθερμη συμπίεση

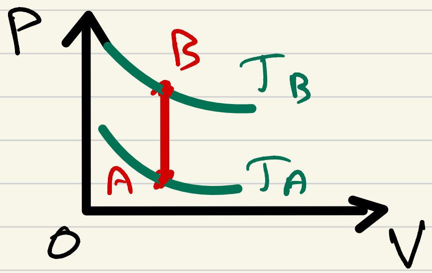
▷ Για $V =$ σταθ (Ισόχωρη μεταβολή)

$$\boxed{\frac{P}{T} = \text{σταθ}}$$

ή

$$\boxed{\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}}$$

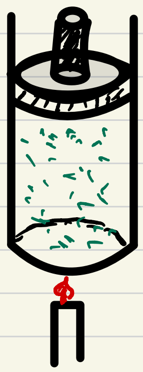
Νόμος Charles



A → B : Ισόχωρη θέρμανση

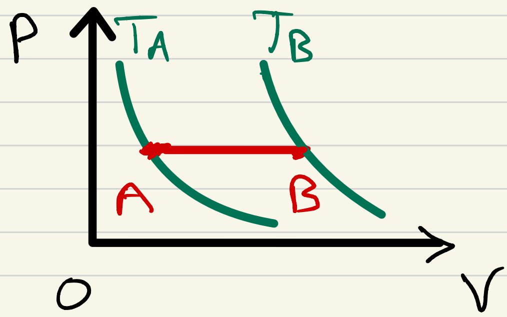
B → A : Ισόχωρη ψύξη.

▷ **Για $P=$ σταθ:** (Ισοβαρής μεταβολή)



$$\boxed{\frac{V}{T}=\sigma\tau\alpha\theta} \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}}$$

νόμος Gay-Lussac



$A \rightarrow B$: Ισοβαρής θέρμανση

$B \rightarrow A$: Ισοβαρής ψύξη

Συνδυαστικός νόμος

$$\boxed{\frac{P\cdot V}{T}=\sigma\tau\alpha\theta} \quad \text{ή} \quad \boxed{\frac{P_1 V_1}{T_1}=\frac{P_2\cdot V_2}{T_2}}$$

Έστω n mol ιδανικού αερίου που αρχικά βρίσκονται σε S.T.P. ($P_o = 1\,atm$, $T_o = 273\,K$ και $V_o = n\cdot V_{mol}$)

Πραγματοποιούμε μια τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή με αποτέλεσμα το αέριο να μεταβεί σε κατάσταση με τιμές P, V, T.

Ισχύει
$$\frac{P\cdot V}{T}=\frac{P_o V_o}{T_o} \Leftrightarrow \frac{P\cdot V}{T}=\frac{P_o\cdot n\cdot V_{mol}}{T_o} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{P\cdot V}{T}=n\cdot\frac{P_o V_{mol}}{T_o} \quad (1)$$

Θέτουμε: $\boxed{\dfrac{P_0 V_{mol}}{T_0} = R}$ Παγκόσμια σταθερά των αερίων

Τότε (1): $\dfrac{P \cdot V}{T} = n \cdot R \Longleftrightarrow \boxed{P \cdot V = nRT}$ Καταστατική Εξίσωση των Αερίων

$$\boxed{R = 0{,}082 \ \frac{L \cdot atm}{mol \cdot K} = 8{,}314 \ \frac{Joule}{mol \cdot K}}$$

Παρατήρηση: $PV = nRT \Leftrightarrow PV = \dfrac{m}{M_r} RT \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow P \cdot M_r = \frac{m}{V} RT \Leftrightarrow \boxed{P \cdot M_r = \rho \cdot RT}$$

Κινητική Θεωρία

Μακροσκοπικές Μεταβλητές:

P: Πίεση αερίου

T: Θερμοκρασία αερίου

Μικροσκοπικές Μεταβλητές:

m: μάζα μορίου

υ: ταχύτητα μορίου

$K = \frac{1}{2} m \upsilon^2$: Κινητική ενέργεια μορίου

Αντί γι' αυτές έχω:

$\overline{\upsilon^2}$: Μέση τιμή των τετραγώνων των ταχυτήτων

$$\boxed{\overline{\upsilon^2} = \frac{\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2 + \dots + \upsilon_N^2}{N}}$$

$\boxed{\bar{E}_\kappa = \frac{1}{2} m \overline{\upsilon^2}}$ Μέση κινητική ενέργεια των μορίων.

$\boxed{\upsilon_{εν} = \sqrt{\overline{\upsilon^2}}}$ Ενεργός ταχύτητα

Αποτελέσματα:

$\boxed{\bar{E}_\kappa = \frac{3}{2} k T}$

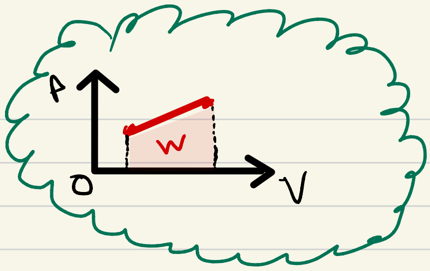
$$\boxed{P = \frac{1}{3} \rho \overline{\upsilon^2}} \qquad \boxed{\frac{1}{2} m \overline{\upsilon^2} = \frac{3}{2} k \cdot T}$$

k: Σταθερά Boltzmann

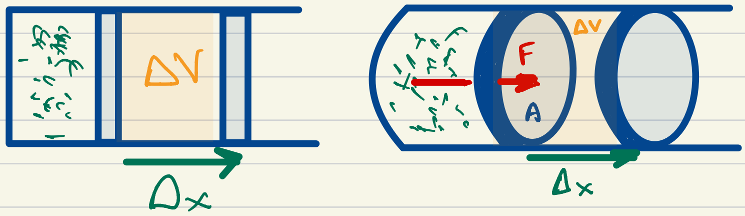
$$\boxed{\upsilon_{εν} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}} \qquad k = \frac{R}{N_A}$$

$$\boxed{\upsilon_{εν} = \sqrt{\frac{3RT}{M_r}}}$$

ΚΕΦ 4ο : Θερμοδυναμική



Έργο W



$P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \cdot A \quad (1)$

$$W = F \cdot \Delta x \overset{(1)}{=} P \cdot A \cdot \Delta x \Rightarrow \boxed{W = P \cdot \Delta V}$$

W>0: ($\Delta V > 0$) Το αέριο χάνει ενέργεια που την δίνει στο περιβάλλον.

W<0: ($\Delta V < 0$) Το αέριο κερδίζει ενέργεια από το περιβάλλον.

Θερμότητα Q

Θερμοχημεία : $\boxed{Q = m \cdot c \cdot \Delta \theta}$

m: μάζα
c: ειδική θερμότητα

Στη θερμοδυναμική : $\boxed{Q = n \cdot C \cdot \Delta T}$

n: Αρ. mol
C: Ειδική γραμμομοριακή θερμότητα.

Q>0: Το αέριο κερδίζει ενέργεια απορροφόντας θερμότητα από το περιβάλλον.

Q<0: Το αέριο χάνει ενέργεια εκλύοντας θερμότητα προς το περιβάλλον.

Εσωτερική Ενέργεια U

Είναι η ενέργεια των μορίων του αερίου.

$$\boxed{U = \frac{3}{2} nRT}$$

Εξαρτάται από την ποσότητα του αερίου (n) και από την θερμοκρασία T

Μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας:

$$\boxed{\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T}$$

Άν $\Delta U > 0$: $(\Delta T > 0)$ το αέριο κερδίζει ενέργεια

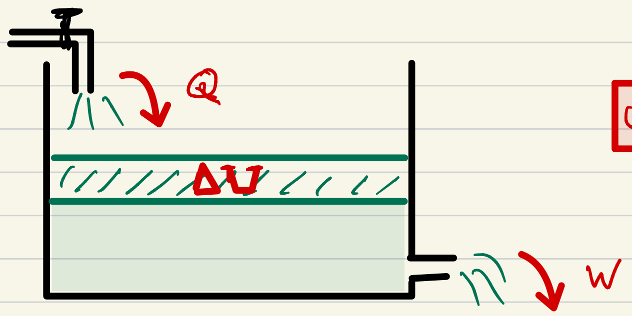
Άν $\Delta U < 0$: $(\Delta T < 0)$ το αέριο χάνει ενέργεια

1ος Θερμοδυναμικός Νόμος (1ος ΘΝΜ)

$$\boxed{Q = \Delta U + W}$$

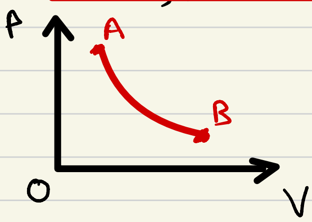
Παρατήρηση: Ο 1ος ΘΝΜ αποτελεί την έκφραση της ΑΔΕ στις μεταβολές των αερίων.

Μηχανικό ανάλογο:



$$\boxed{Q = \Delta U + W}$$

Ισόθερμη (T = σταθ)

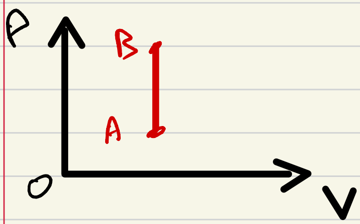


$$\boxed{P_A V_A = P_B V_B}$$ Boyle

$$\boxed{\Delta U = 0}$$ Άρα $$\boxed{Q = W}$$

$$\boxed{W = nRT \ln \frac{V_{τελ}}{V_{αρχ}} = Q}$$ (Εντός ύλης)

Ισόχωρη μεταβολή (V = σταθ)

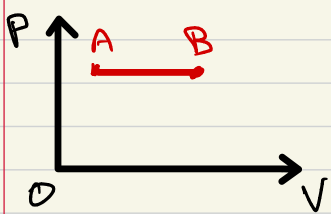


$$\boxed{\frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B}}$$ Charles

$$\boxed{W = 0}$$ Άρα $$\boxed{Q = \Delta U}$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T = Q}$$

Ισοβαρής μεταβολή (P = σταθ)



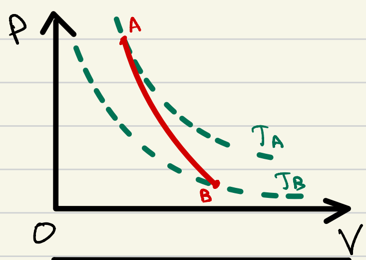
$$\boxed{\frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}}$$ Gay-Lussac

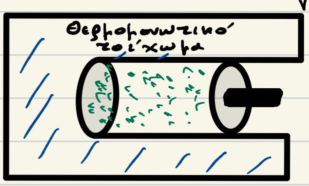
$$W = P \cdot \Delta V = nR\Delta T$$

$$\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T$$

$$Q = \frac{5}{2} nR\Delta T = \Delta U + W$$

Αδιαβατική μεταβολή (Q = 0)





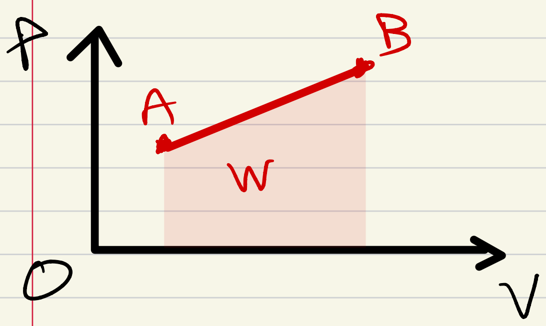
$$\boxed{P_1 V_1^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}}$$ Poisson

$$\boxed{Q = 0}$$ Άρα $$\boxed{W = -\Delta U}$$

$$\boxed{\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T}$$

$$\boxed{W = -\frac{3}{2} nR\Delta T}$$

Τυχαία αντιστρεπτή μεταβολή



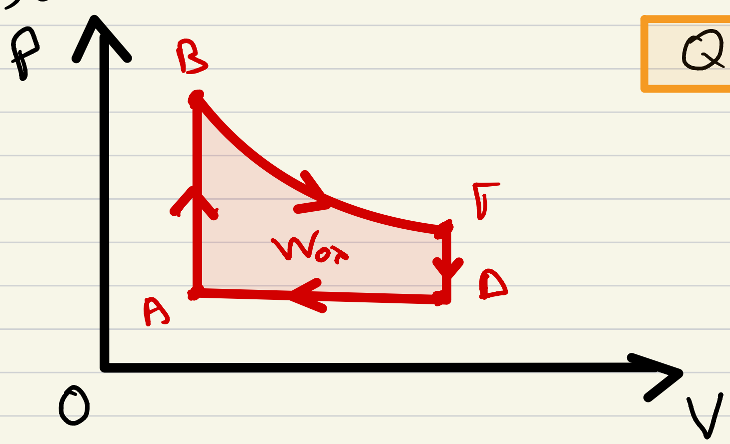
$$\boxed{\Delta U = \frac{3}{2} nR\Delta T}$$

$$\boxed{W = E_{μβ}}$$

$$\boxed{Q = \Delta U + W}$$

Κυκλική μεταβολή

π.χ.



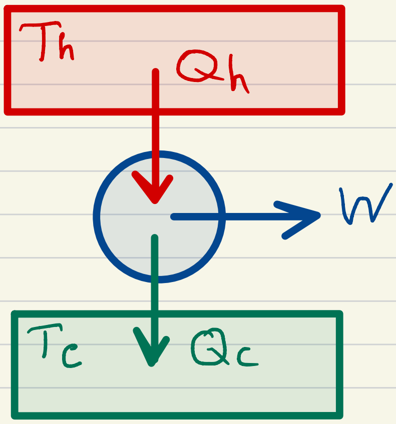
$$\boxed{\Delta U_{ολ} = 0}$$

$$\boxed{Q_{ολ} = W_{ολ}}$$

↻ $W_{ολ} > 0$

↺ $W_{ολ} < 0$

Θερμικές Μηχανές



Q_h : Απορροφούμενη θερμότητα

Q_c : Αποβαλλόμενη θερμότητα

W : Μηχανικό έργο

Ισχύει: $\boxed{Q_h = W + |Q_c|}$

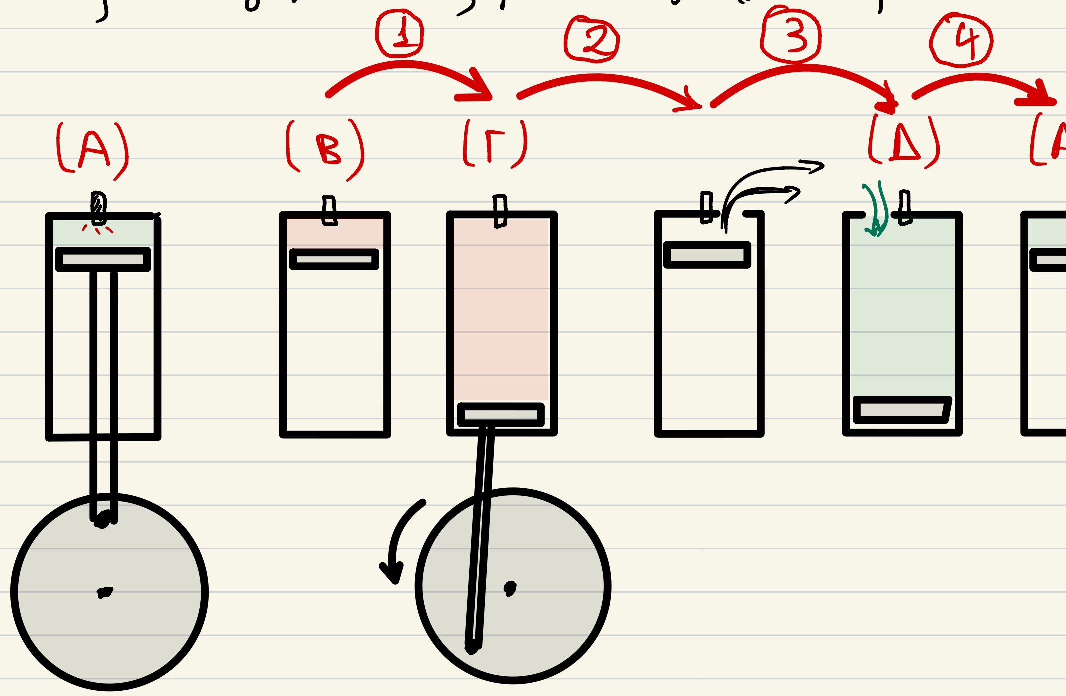
Συντελεστής απόδοσης

$$\boxed{e = \frac{W}{Q_h}} \Rightarrow e = \frac{Q_h - |Q_c|}{Q_h} \Rightarrow \boxed{e = 1 - \frac{|Q_c|}{Q_h}}$$

2ος Θερμοδυναμικός Νόμος (2ος ΘΝΜ)

Είναι αδύνατον να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει το σύνολο της απορροφούμενης θερμότητας σε μηχανικό έργο.

Παράδειγμα θερμικής μηχανής



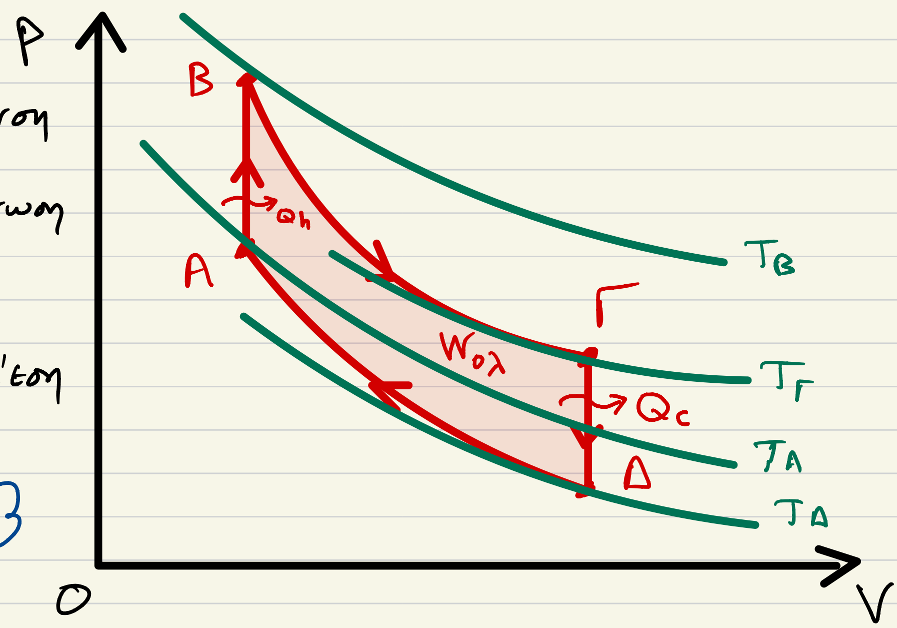
AB: Ισόχωρη θέρμανση

ΒΓ: Αδιαβατική εκτόνωση

ΓΔ: Ισόχωρη ψύξη

ΔΑ: Αδιαβατική συμπίεση

$\boxed{T_\Delta = T_c \;\Big|\; T_B = T_h}$



Μηχανή Carnot

ΑΒ: Ισόθερμη εκτόνωση

ΒΓ: Αδιαβατική -//-

ΓΔ: Ισόθερμη συμπίεση

ΔΑ: Αδιαβατική -//-

Ισχύει: $\boxed{e_c = 1 - \frac{T_c}{T_h}}$ = max

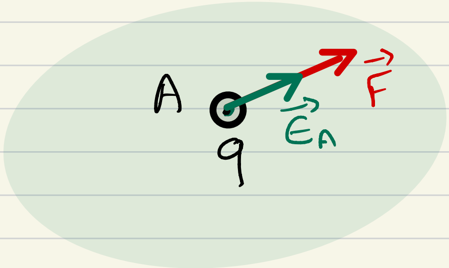
Η μηχανή Carnot είναι η θερμική μηχανή με την μέγιστη θεωρητική απόδοση όταν αυτή εργάζεται ανάμεσα σε δύο δεδομένες θερμοκρασίες.

ΚΕΦ 5ο: Ηλεκτρικό πεδίο

Ηλεκτρικό πεδίο: ονομάζεται η ιδιότητα που αποκτά ο χώρος να ασκεί ηλεκτρικές δυνάμεις σε ηλεκτρικά φορτία, που θα βρεθούν σε αυτόν.
Πηγή (ή αλλιώς αίτιο δημιουργίας) του ηλεκτρικού πεδίου είναι ένα ή περισσότερα ηλεκτρικά φορτία

Το ηλεκτρικό πεδίο ασκεί όπως είπαμε δύναμη σε κάθε ηλεκτρικό φορτίο (κατάλληλο υπόθεμα).

$A: q \rightsquigarrow F$
$2q \rightsquigarrow 2F$
$3q \rightsquigarrow 3F$



Ένταση ηλ. πεδίου

Ορισμός: Ονομάζουμε ένταση ηλ. πεδίου σε σημείο Α ενός ηλ. πεδίου το διανυσματικό μέγεθος που έχει:

(i) μέτρο $|\vec{E}_A| = \frac{|\vec{F}|}{q}$ όπου q ένα ηλ. φορτίο που τοποθετούμε στο Α και $|\vec{F}|$ το μέτρο της ηλ. δύναμης που δέχεται από το πεδίο.

(ii) **Κατεύθυνση:** $\vec{E} \uparrow\uparrow \vec{F}$ αν $q>0$
$\vec{E} \downarrow\uparrow \vec{F}$ αν $q<0$

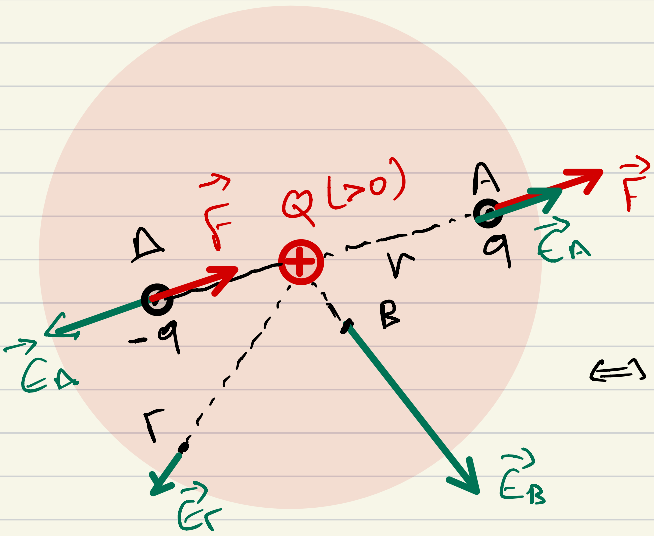
$$\boxed{\vec{E}_A = \frac{\vec{F}}{q}}$$

Μονάδα (S.I.): 1 N/C

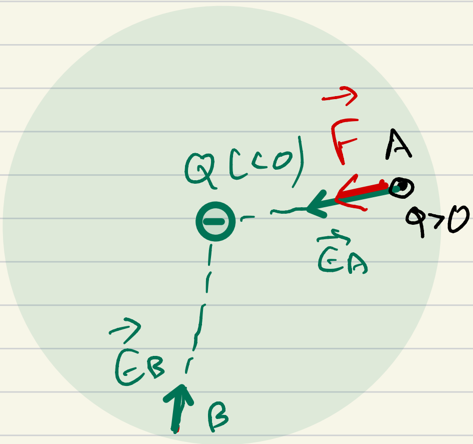
Όταν πηγή του ηλ. πεδίου είναι ένα σημειακό ηλεκτρικό φορτίο

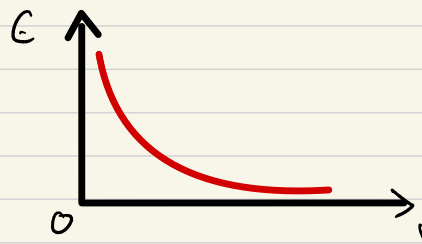
Ηλ. πεδίο Coulomb

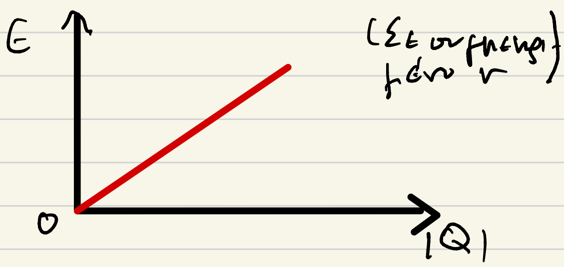
Είναι το ηλεκτρικό πεδίο που δημιουργείται από ένα σημειακό φορτίο Q.



$$E_A = \frac{F}{q} = \frac{k\frac{|Q\cdot q|}{r^2}}{q} \Leftrightarrow \boxed{E_A = k\cdot\frac{|Q|}{r^2}}$$







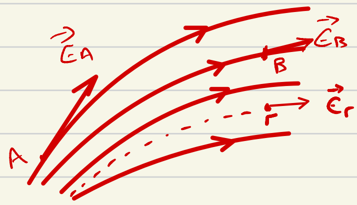
Δυναμικές γραμμές

Είναι κάποιες νοητές γραμμές που μας βοηθούν να αποκτήσουμε οπτική αίσθηση του ηλεκτρικού πεδίου.
Σχεδιάζονται σύμφωνα με τις παρακάτω <u>ιδιότητες</u>:

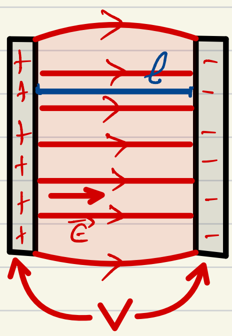
1. Σε κάθε σημείο τους η ένταση του ηλ. πεδίου είναι εφαπτόμενη.
2. Έχουν φορά από τα θετικά φορτία-πηγές προς τα αρνητικά.
3. Όσο πιό πυκνές σχεδιάζονται σε κάποια περιοχή τόσο μεγαλύτερο είναι το μέτρο της έντασης εκεί.
4. Από κάθε σημείο του πεδίου διέρχεται μια δυναμική γραμμή.
5. Δύο δυναμικές γραμμές ποτέ δέν τέμνονται.
6. Δύο δυναμικές γραμμές ποτέ δέν εφάπτονται.
7. Οι δυν. γραμμές των ηλεκτρικών πεδίων είναι γραμμές ανοικτές.
8. Κατά τη φορά μιας δυναμικής γραμμής το δυναμικό ελαττώνεται.
9. Οι δυν. γραμμές τέμνουν κάθετα τις ισοδυναμικές επιφάνειες.

Θα εξηγηθούν παρακάτω, αφού μάθουμε για το δυναμικό.

Δυναμικές γραμμές - παραδείγματα

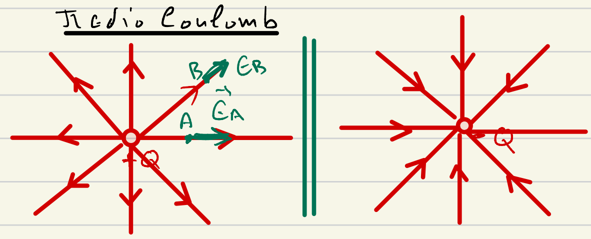


<u>Ομογενές ηλ. πεδίο</u> ($\vec{E}$ = σταθ)

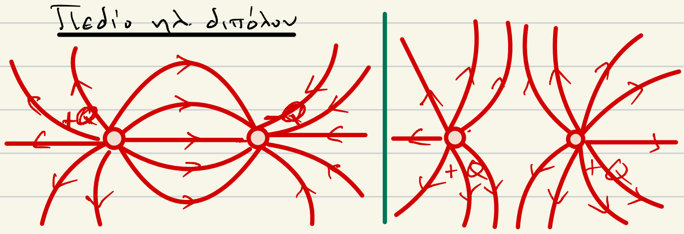


$\boxed{E = \frac{V}{\ell}}$

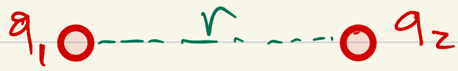
<u>Πεδίο Coulomb</u>



<u>Πεδίο ηλ. διπόλου</u>



Ηλεκτροστατική Δυναμική Ενέργεια δύο σημειακών ηλ. φορτίων

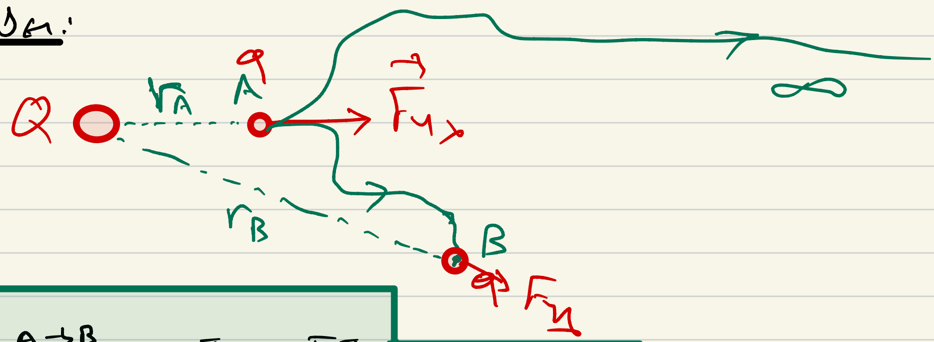


$$\boxed{U_{ηλ} = k\frac{q_1 q_2}{r}}$$

Άν $q_1 \cdot q_2 > 0$ (ομόσημα) τότε $U_{ηλ} > 0$ και οι δυνάμεις είναι **απωστικές**.

Άν $q_1 \cdot q_2 < 0$ (ετερόσημα) τότε $U_{ηλ} < 0$ και οι δυνάμεις είναι **ελκτικές**.

Ισχύει:



$$\boxed{W_{F_{ηλ}}^{A\to B} = U_A - U_B = -\Delta U_{AB}}$$

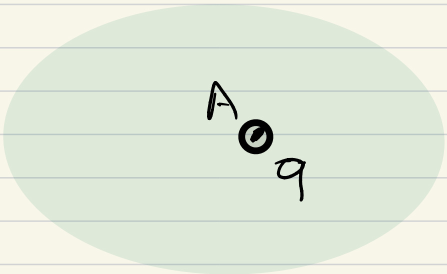
$$\boxed{W_{F_{ηλ}}^{A\to \infty} = U_A - \cancel{U_\infty}^{\,0} = U_A}$$

Δυναμικό ηλ. πεδίου

A : $q \rightsquigarrow U_A$

$2q \rightsquigarrow 2U_A$

$3q \rightsquigarrow 3U_A$



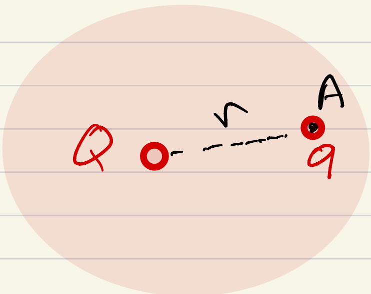
$$\boxed{V_A = \frac{U_A}{q}}$$

Μονάδα (S.I.)

$$1 \text{ Volt} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{C}}$$

π.χ. A: $V_A = 3V$ Σημαίνει ότι αν βάλω στο A ένα ηλ. φορτίο $q = 1C$ αυτό θα αποκτήσει δυναμική ενέργεια $U_A = 3$ joule.

Δυναμικό σε πεδίο Coulomb



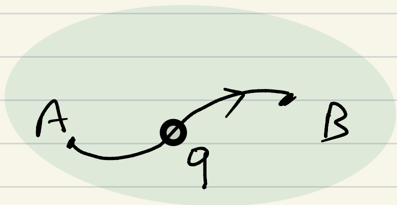
$$V_A = \frac{U_{ηλ}}{q} = \frac{k\frac{Q\cancel{q}}{r}}{\cancel{q}} \Leftrightarrow$$

$$\boxed{V_A = k\frac{Q}{r}}$$

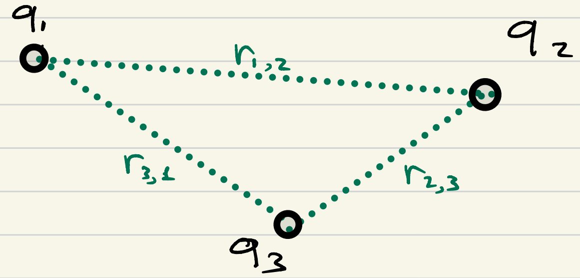
$$\boxed{W_{ηλ}^{A\to B} = q(V_A - V_B)}$$

Διαφορά δυναμικού

$$\boxed{V_A - V_B = \frac{U_A - U_B}{q} = \frac{W_{ηλ}^{A\to B}}{q}}$$

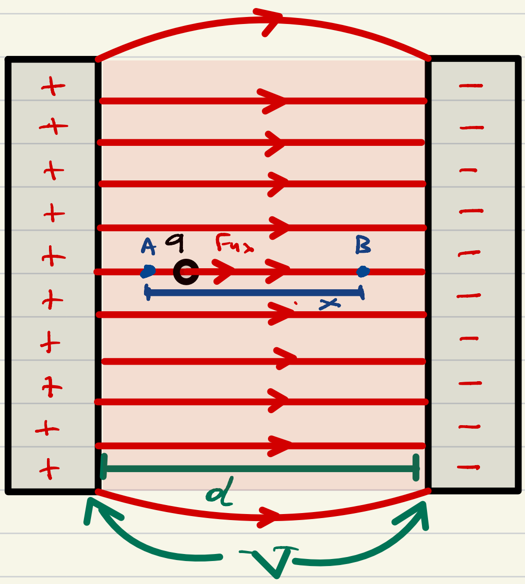


Ηλεκτροστατική δυναμική ενέργεια συστήματος τριών ηλεκτρικών φορτίων.



$$\boxed{U = k \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r_{1,2}} + k \cdot \frac{q_1 \cdot q_3}{r_{1,3}} + k \frac{q_2 \cdot q_3}{r_{2,3}}}$$

Ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο.



Κατά τη μετακίνηση ενός θετικού ηλ. φορτίου q από το σημείο A στο σημείο B η ηλεκτρική δύναμη παράγει έργο:

$$W_{ηλ} = q(V_A - V_B) \quad (1)$$

Επίσης:

$$W_{ηλ} = F_{ηλ} \cdot \Delta x = E \cdot q \cdot x \quad (2)$$

(1), (2): $E \cdot \cancel{q} \cdot x = \cancel{q} \cdot (V_A - V_B) \Rightarrow$

$$\boxed{E = \frac{V_A - V_B}{x}}$$

Ειδικότερα: $\boxed{E = \frac{V}{d}}$

V: διαφορά δυναμικού μεταξύ των πλακών
d: απόσταση μεταξύ των πλακών.

Κίνηση φορτισμένου σωματιδίου q,m μέσα σε ομογενές ηλεκτροστατικό πεδίο. (ΟΗΣΠ)

Έστω ένα φορτισμένο σωματίδιο π.χ. ένα ηλεκτρόνιο με φορτίο e και μάζα m που εισέρχεται σε ένα Ο.Η.Σ.Π. έντασης $\vec{E}$ με ταχύτητα v_0. Προκειμένου να μελετήσουμε την κίνησή του διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις.

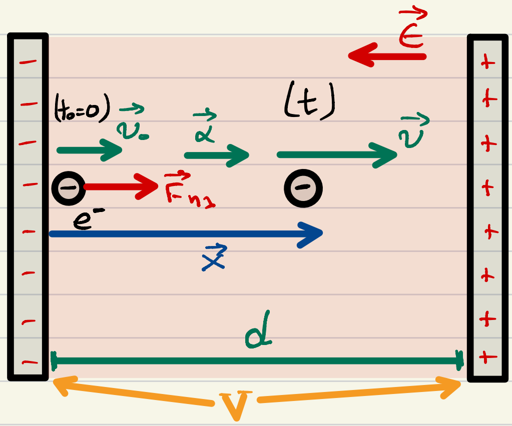
▷ $\vec{v}_0 \uparrow\downarrow \vec{E}$:

$\vec{F}_{ηλ} \downarrow\uparrow \vec{E}$ άρα $\vec{F}_{ηλ} \uparrow\uparrow \vec{v}_0$

και $\vec{\alpha} \uparrow\uparrow \vec{v}_0$: ΕΟΕΚ

$$\boxed{\alpha = \frac{F_{ηλ}}{m} = \frac{E \cdot e}{m}}$$

επίσης: $E = \frac{V}{d}$ $\Bigg\} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{e \cdot V}{m \cdot d}}$



Για την κίνηση του e θα ισχύουν επίσης:

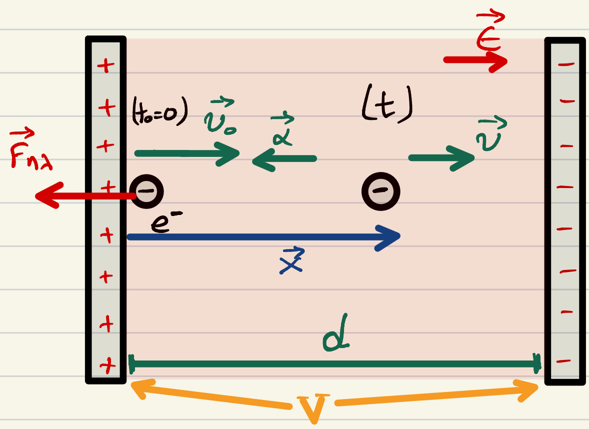
$$v = v_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \boxed{v = v_0 + \frac{E \cdot e}{m} \cdot t}$$

$$x = v_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \Rightarrow \boxed{x = v_0 \cdot t + \frac{E \cdot e}{2m} t^2}$$

▷ $\vec{v}_0 \uparrow\uparrow \vec{E}$:

$\vec{F}_{ηλ} \downarrow\uparrow \vec{E}$ άρα $\vec{F}_{ηλ} \downarrow\uparrow \vec{v}_0$

$\vec{\alpha} \downarrow\uparrow \vec{v}_0$: Ευθ. ομ. επιβραδυνόμενη.

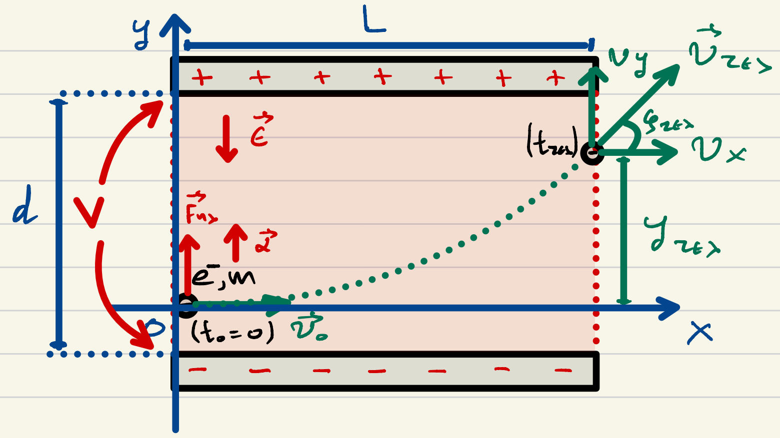


$$\boxed{v = v_0 - |\vec{\alpha}| \cdot t = v_0 - \frac{E \cdot e}{m} t}$$

$$x = v_0 t - \frac{1}{2} |\vec{\alpha}| t^2 \Rightarrow$$

$$\boxed{x = v_0 t - \frac{E e}{2m} t^2}$$

▷ $\vec{v}_0 \perp \vec{E}$:



$x'x$	$y'y$
$\Sigma F_x = 0$ $α_x = 0$	$\Sigma F_y = F_{ηλ} = E \cdot e$ $α_y = \frac{F_{ηλ}}{m} = \frac{E e}{m}$
$v_x = v_0 = σταθ$	$v_y = α_y \cdot t = \frac{E e}{m} t$
$x = v_0 \cdot t$	$y = \frac{1}{2} α_y t^2 = \frac{E e}{2m} t^2$

① Ολικός χρόνος κίνησης :

$$x = v_0 \cdot t \xRightarrow[t = t_{ολ}]{x = L} L = v_0 \cdot t_{ολ} \Rightarrow \boxed{t_{ολ} = \frac{L}{v_0}} \quad (1)$$

② Τελική ταχύτητα εξόδου :

$$v_x = v_0 = σταθ$$

$$v_y = \frac{E e}{m} t \xRightarrow{(1)} v_{y_{τελ}} = \frac{E e L}{m v_0}$$

$$v_{τελ} = \sqrt{v_x^2 + v_{y_{τελ}}^2} \Rightarrow \boxed{v_{τελ} = \sqrt{v_0^2 + \frac{E^2 e^2 L^2}{m^2 v_0^2}}}$$

$$εφφ_{τελ} = \frac{v_{y_{τελ}}}{v_x} = \frac{\frac{E \cdot e \cdot L}{m v_0}}{v_0} \Rightarrow \boxed{εφφ_{τελ} = \frac{E \cdot e \cdot L}{m v_0^2}}$$

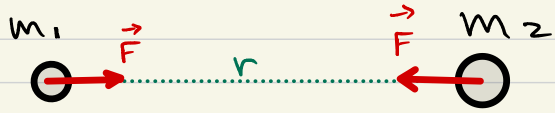
③ Εξίσωση τροχιάς :

$$x = v_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$$

$$y = \frac{E e}{2m} t^2 \Rightarrow y = \frac{E e}{2m} \frac{x^2}{v_0^2} \Rightarrow \boxed{y = \frac{E e}{2 m v_0^2} \cdot x^2}$$

Βαρυτικό πεδίο

Νόμος παγκόσμιας έλξης (Νόμος Newton)



$$F = G\,\frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$$

Σταθερά παγκόσμιας έλξης

Δύο σώματα που έλκονται με βαρυτικές δυνάμεις έχουν και βαρυτική δυναμική ενέργεια. Για το σύστημα αυτό η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι:

$$U = -G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r}$$

Βαρυτικό πεδίο: είναι ο χώρος που έχει την ιδιότητα να ασκεί δύναμη σε μια μάζα m που θα βρεθεί μέσα σε αυτόν.

Πηγή ενός βαρυτικού πεδίου είναι η μάζα.

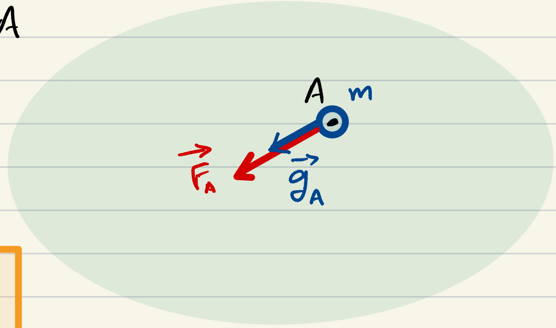
Επίσης, κάθε μάζα είναι και κατάλληλο υπόθεμα για ένα βαρυτικό πεδίο.

Ένταση – Δυναμικό βαρυτικού πεδίου.

Όταν ένα σώμα μάζας m βρίσκεται σε κάποιο σημείο A μέσα σε ένα βαρυτικό πεδίο,

(i) δέχεται βαρυτική δύναμη $\vec{F}$

(ii) αποκτά βαρυτική δυναμική ενέργεια U.



Η δύναμη $\vec{F}$ καθώς και η βαρυτική δυναμική ενέργεια είναι ανάλογη της μάζας m του σώματος.

Έτσι, ορίζουμε τα παρακάτω "πεδιακά" μεγέθη:

(i) Ένταση βαρυτικού πεδίου σε σημείο A:

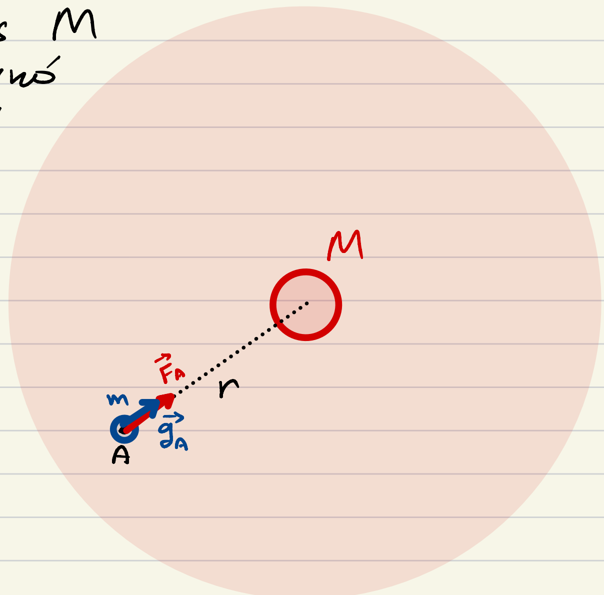
$$\boxed{\vec{g}_A = \frac{\vec{F}_A}{m}}$$ (Μονάδα: 1 N/kg)

(ii) Δυναμικό βαρυτικού πεδίου σε σημείο A:

$$\boxed{V_A = \frac{U_A}{m}}$$ (Μονάδα: $1\ \frac{J}{kg}$)

Ένταση – Δυναμικό βαρυτικού πεδίου από μια σημειακή μάζα

Έστω ότι ένα σώμα μάζας M δημιουργεί γύρω του βαρυτικό πεδίο. Αν τοποθετήσουμε σε ένα τυχαίο σημείο A μια άλλη μάζα – υπόθεμα m, τότε:



(i) Η δύναμη F_A που δέχεται είναι:

$$F_A = G\frac{M\cdot m}{r^2} \quad (1)$$

Επίσης: $g_A = \frac{F_A}{m} \xRightarrow{(1)}$

$$\Rightarrow g_A = \frac{G\frac{M\cdot m}{r^2}}{m} \Rightarrow \boxed{g_A = G\frac{M}{r^2}}$$

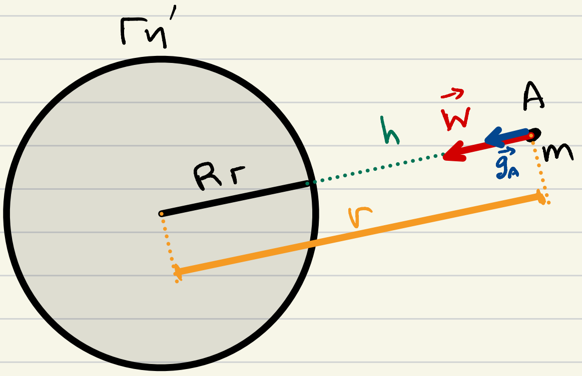
(ii) Η δυναμική ενέργεια που αποκτά:

$$U_A = -G\frac{M\cdot m}{r} \quad (2)$$

<u>Επίσης</u>: $V_A = \frac{U_A}{m} \overset{(2)}{\Rightarrow} V_A = \frac{-G\frac{M\cdot m}{r}}{m} \Rightarrow$

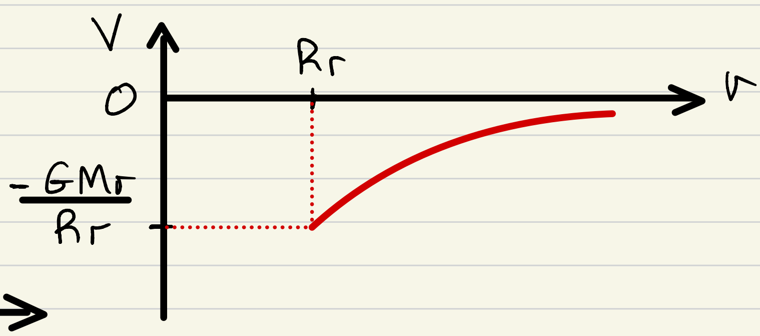
$$\Rightarrow \boxed{V_A = -G\frac{M}{r}}$$

Το γήινο βαρυτικό πεδίο



$$\boxed{g = \frac{G\cdot M_\Gamma}{r^2} = \frac{G\cdot M_\Gamma}{(R_\Gamma + h)^2}}$$

$$\boxed{V = \frac{-GM_\Gamma}{r} = \frac{-GM_\Gamma}{(R_\Gamma + h)}}$$



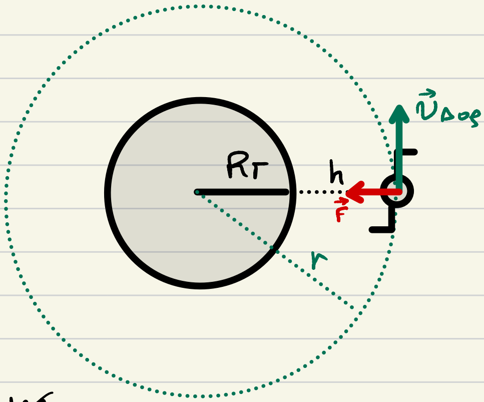
<u>Στην επιφάνεια της Γης</u>: $\boxed{g_0 = \frac{GM_\Gamma}{R_\Gamma^2} = 9{,}81\frac{m}{s^2}}$

$$G\cdot M_\Gamma = g_0\cdot R_\Gamma^2$$

Δορυφόροι

Ισχύει ότι:

$$F = G\,\frac{M_\Gamma \cdot m_{\Delta\varphi}}{r^2} \quad (1)$$



Εφόσον κινείται κυκλικά:

$$F = \frac{m_{\Delta\varphi} \cdot v_{\Delta\varphi}^2}{r} \quad (2)$$

$$(1),(2) \Rightarrow \frac{\cancel{m_{\Delta\varphi}} \cdot v_{\Delta\varphi}^2}{\cancel{r}} = \frac{G M_\Gamma \cancel{m_{\Delta\varphi}}}{r^{\cancel{2}}}$$

$$\Rightarrow \boxed{v_{\Delta\varphi} = \sqrt{\frac{G M_\Gamma}{r}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_\Gamma}{R_\Gamma + h}}}$$

Περίοδος δορυφόρου:

$$v_{\Delta\varphi} = \frac{2\pi r}{T_{\Delta\varphi}} \Rightarrow T_{\Delta\varphi} = \frac{2\pi r}{v_{\Delta\varphi}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{\Delta\varphi} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{G M_\Gamma}{r}}} \Rightarrow T_{\Delta\varphi}^2 = \frac{4\pi r^2}{\frac{G M_\Gamma}{r}} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{T_{\Delta\varphi}^2 = \frac{4\pi \cdot r^3}{G M_\Gamma} = \frac{4\pi \cdot (R_\Gamma + h)^3}{G M_\Gamma}}$$

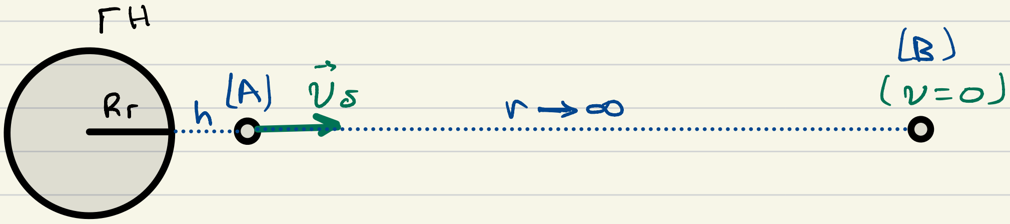
Παρατηρήσεις:

1. Η ταχύτητα του δορυφόρου δεν εξαρτάται από τη μάζα του. Εξαρτάται από το ύψος της τροχιάς h.

2. Το τετράγωνο της περιόδου ενός δορυφόρου είναι ανάλογο του κύβου της ακτίνας της τροχιάς του.

Ταχύτητα διαφυγής

Είναι η ελάχιστη ταχύτητα με την οποία πρέπει να εκτοξευτεί ένα σώμα από την επιφάνεια της Γης ώστε να διαφύγει οριστικά από το πεδίο βαρύτητας της Γης.



$$\underline{\text{ΑΔΜΕ } (A \to B)}: \; K_A + U_A = \cancel{K_B}^{\,0} + \cancel{U_B}^{\,0} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_\delta^2 - G\frac{M_\Gamma \cdot m}{R_\Gamma + h} = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} \cancel{m} v_\delta^2 = \frac{G M_\Gamma \cancel{m}}{R_\Gamma + h} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{v_\delta = \sqrt{\frac{2GM_\Gamma}{R_\Gamma + h}}}$$

Κάποια ουράνια σώματα έχουν τόσο μεγάλη μάζα που η ταχύτητα διαφυγής από αυτά υπερβαίνει την ταχύτητα του φωτός. Τα σώματα αυτά δεν αφήνουν τίποτα να διαφύγει από αυτά, ούτε καν το φως. Αυτές είναι οι μαύρες τρύπες.