KYMATA

Κύματα

Κύμα είναι ο μηχανισμός διάδοσης μιας διαταραχής σε ένα ελαστικό μέσο.

Άν η διαταραχή είναι Α.Α.Τ. τότε το κύμα λέγεται αρμονικό.

Χαρακτηριστικά των κυμάτων

▷ **Περίοδος T, συχνότητα f, πλάτος A:**

είναι η περίοδος T, συχνότητα f και πλάτος A αντίστοιχα της ταλάντωσης που διαδίδεται στο κύμα αυτό.

▷ **Ταχύτητα διάδοσης υ_s:** είναι η ταχύτητα με την οποία διαδίδεται η διαταραχή στο ελαστικό μέσο.

Η τιμή της εξαρτάται από τη φύση του ελαστικού μέσου και για κάποιο ομογενές ελαστικό μέσο είναι σταθερή. $\upsilon_s = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

▷ **Μήκος κύματος λ:** είναι η απόσταση

στην οποία διαδίδεται το κύμα σε χρόνο μιας περιόδου T. Ισχύει:

$$\boxed{\lambda = \upsilon_s \cdot T}$$

▷ Απο τα παραπάνω προκύπτει επίσης ότι:

$$\lambda = \upsilon_s T \Leftrightarrow \lambda = \upsilon_s \frac{1}{f} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\upsilon_s = \lambda \cdot f}$$ Θεμελιώδης εξίσωση της κυματικής

Στα κύματα μεταφέρεται ενέργεια και ορμή αλλά όχι ύλη.

Κατηγορίες κυμάτων

▷ Με κριτήριο το μέσο διάδοσης

(i) Γραμμικά: διαδίδονται προς μια συγκεκριμένη διεύθυνση.
π.χ. κύματα σε τεντωμένη χορδή.

(ii) Επιφανειακά: διαδίδονται σε επιφάνειες.
π.χ. τεντωμένη μεμβράνη τυμπάνου, ελεύθερη επιφάνεια υγρών.

(iii) Κύματα χώρου: διαδίδονται προς κάθε κατεύθυνση.
π.χ. ηχητικά κύματα στον αέρα.

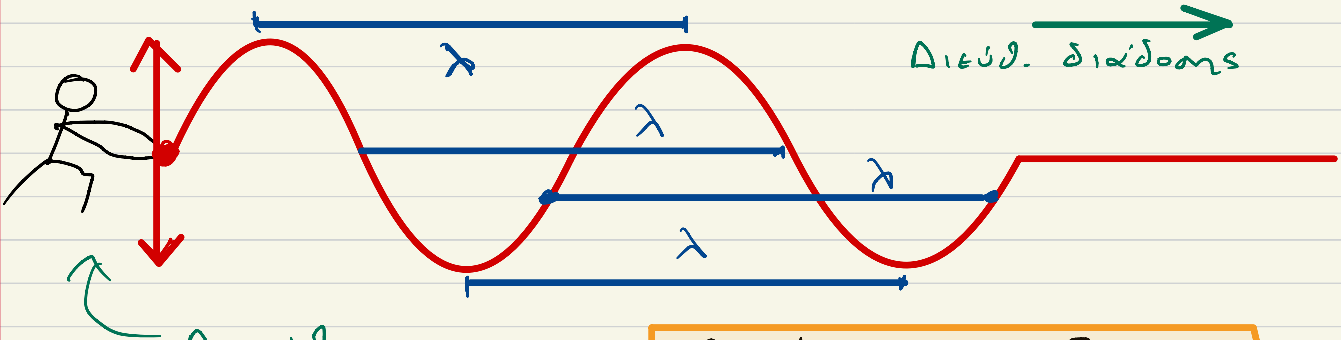
▷ Με κριτήριο το είδος της διαδιδόμενης ενέργειας

(i) Μηχανικά κύματα: σε αυτά ταλαντώνονται σωματίδια και μεταφέρεται μηχανική ενέργεια.

(ii) Ηλεκτρομαγνητικά κύματα: σε αυτά η ένταση ενός ηλεκτρικού κι ενός μαγνητικού πεδίου μεταβάλλονται περιοδικά και αυτή η μεταβολή διαδίδεται από σημείο σε σημείο στο χώρο.

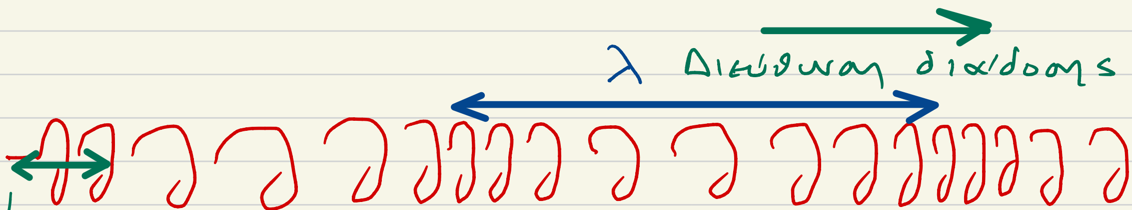
▷ Με κριτήριο τις διευθύνσεις ταλάντωσης των μορίων του ελαστικού μέσου και διάδοσης του κύματος.

(i) <u>Εγκάρσια</u>: τα μόρια του ελ. μέσου ταλαντώνονται κάθετα προς την διεύθυνση διάδοσης.



> Εδώ σχηματίζονται "όρη" και "κοιλάδες"

(ii) <u>Διαμήκη</u>: Τα μόρια του ελαστικού μέσου ταλαντώνονται παράλληλα με τη διεύθυνση διάδοσης.



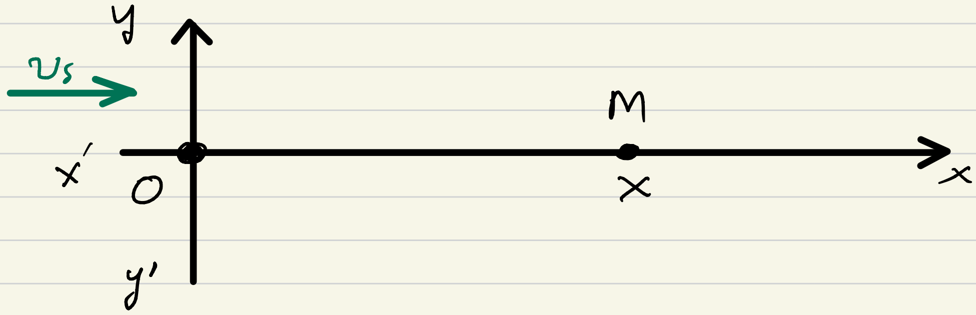
> Εδώ σχηματίζονται "πυκνώματα" και "αραιώματα".

> Τα διαμήκη διαδίδονται σε όλα τα μέσα ενώ τα εγκάρσια μόνο στα στερεά.

(Τα εγκάρσια κατά προσέγγιση και στην ελεύθερη επιφάνεια των υγρών.)

Στα στερεά, τα διαμήκη διαδίδονται με μεγαλύτερη ταχύτητα από τα εγκάρσια. Αυτό έχει εφαρμογή στη σεισμολογία.

Εξίσωση τρέχοντος αρμονικού κύματος



Έστω ότι την $t_0=0$ τίθεται σε ταλάντωση το σημείο O ($x_0=0$) έτσι ώστε $t_0=0$: $\upsilon=+\upsilon_{max}$ δηλαδή $\varphi_0=0$.
Για την ταλάντωση του O θα ισχύει:

$$y = A\eta\mu\omega t$$

Ένα τυχαίο σημείο M θα εκτελέσει και αυτό ΑΑΤ με ίδια συχνότητα και ίδιο πλάτος με το O αλλά με κάποια χρονική καθυστέρηση:

$$t_M = \frac{x}{\upsilon_s} \quad (1)$$

Άρα για την ταλάντωση του M:

$$y = A\cdot\eta\mu\omega(t-t_M) \overset{(1)}{\Longrightarrow} \boxed{y = A\eta\mu\omega\left(t-\frac{x}{\upsilon_s}\right)} \Longrightarrow$$

$$\Rightarrow y = A\cdot\eta\mu\frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{\upsilon_s}\right) \Rightarrow y = A\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\upsilon_s T}\right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y = A\cdot\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)}$$

Εξίσωση αρμ. κύματος χωρίς αρχική φάση που διαδίδεται προς τα δεξιά του x'x

$$\boxed{\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)}$$

Φάση αρμ. κύματος που διαδίδεται προς τα δεξιά.

Αν το κύμα διαδίδεται προς τα αριστερά του x'x τότε:

$$\boxed{y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)} \qquad \boxed{\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)}$$

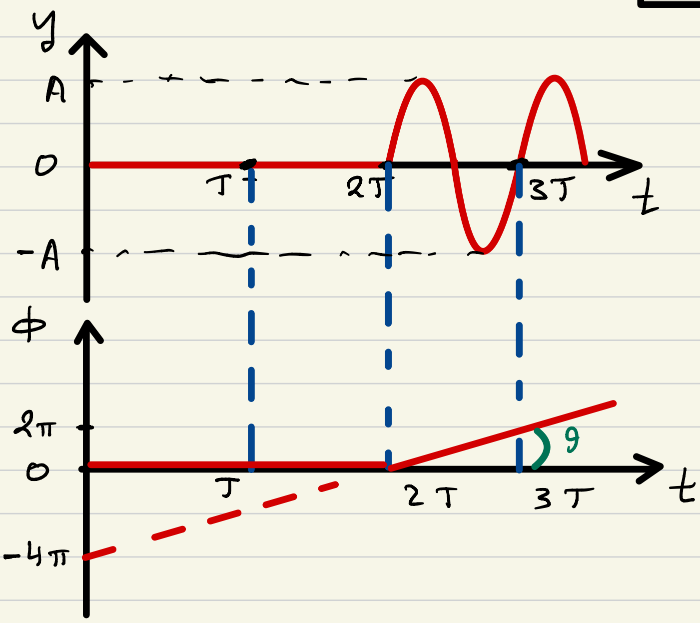
Παρατήρηση: Πρέπει για κάθε t, x να είναι: $\varphi \geq 0$
Αν $\varphi < 0$ τότε την στιγμή t δεν έχει φτάσει το κύμα στο σημείο x.

Γραφικές παραστάσεις για κύμα χωρίς φ_0 που διαδίδεται προς τα δεξιά.

1 Για $x = \sigma\tau\alpha\theta$ (π.χ. $x = 2\lambda$)

$$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2\lambda}{\lambda}\right) \Rightarrow \boxed{y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{t}{T} - 2\right)}$$

και $$\varphi = 2\pi\left(\frac{t}{T} - 2\right) \Rightarrow \boxed{\varphi = \frac{2\pi}{T}\cdot t - 4\pi}$$



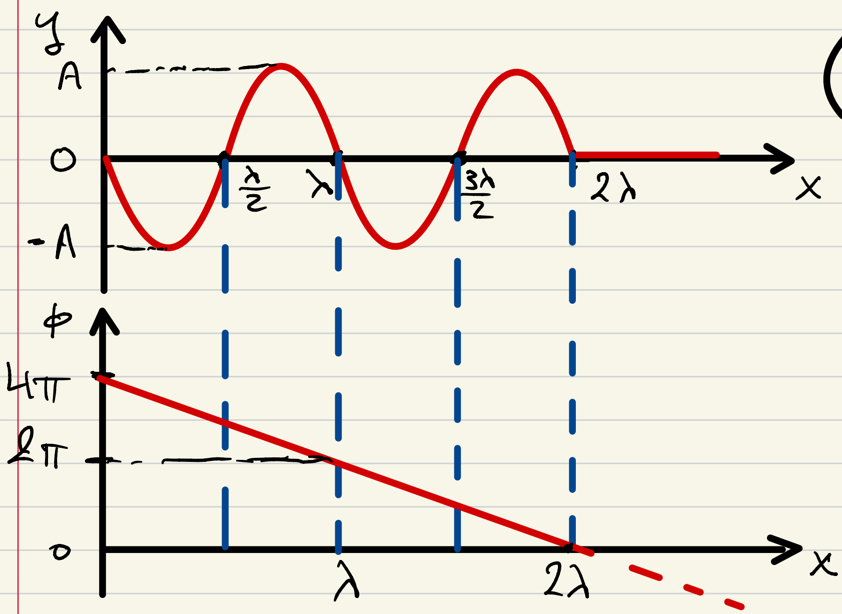
$$\varepsilon\varphi\theta = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \omega = \frac{2\pi}{T}$$

Οι παραπάνω γρ. παραστάσεις μας δείχνουν την απομάκρυνση y από τη θέση ισορροπίας και τη φάση φ της ταλάντωσης για ένα μόνο σημείο του ελαστικού μέσου ($x = +2\lambda$) σε κάθε χρονική στιγμή.

$\boxed{2}$ <u>Για t=σταθ</u> (π.χ. για $t=2T$)

$y = A\eta\mu 2\pi\left(\frac{2T}{T} - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \boxed{y = A\eta\mu 2\pi\left(2 - \frac{x}{\lambda}\right)}$

$\phi = 2\pi\left(2 - \frac{x}{\lambda}\right) \Rightarrow \boxed{\phi = 4\pi - \frac{2\pi}{\lambda}\cdot x}$



(στιγμιότυπο του κύματος)

(Απεικονίζονται οι φάσεις όλων των σημείων του ελαστικού μέσου την στιγμή $t=2T$)

<u>Μεταβολή της φάσης ενός σημείου του ελαστικού μέσου σε χρόνο Δt.</u>

Έστω κάποιο σημείο Μ του ελαστικού μέσου που βρίσκεται σε ταλάντωση. Τις στιγμές t_1, t_2 η φάση του είναι αντίστοιχα:

$$\phi_1 = 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) \quad , \quad \phi_2 = 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right)$$

<u>Μεταβολή φάσης</u>: $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 \Rightarrow$

$$\Rightarrow \Delta\phi = 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_M}{\lambda}\right) =$$

$$= 2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \cancel{\frac{x_M}{\lambda}} - \frac{t_1}{T} + \cancel{\frac{x_M}{\lambda}}\right) \Rightarrow \boxed{\Delta\phi = 2\pi\frac{\Delta t}{T}}$$

Επίσης $\frac{2\pi}{T} = \omega \rightsquigarrow \boxed{\Delta\phi = \omega\Delta t}$

Διαφορά μεταξύ των φάσεων δύο σημείων του ελαστικού μέσου την ίδια στιγμή

Έστω δύο σημεία Κ, Λ σε θέσεις x_K, x_Λ. Κάποια στιγμή οι φάσεις τους είναι:

$$\phi_K = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right), \quad \phi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)$$

Διαφορά φάσης: $\phi_K - \phi_\Lambda = 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_K}{\lambda}\right) - 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right)$

$$\Leftrightarrow \phi_K - \phi_\Lambda = 2\pi\left(\cancel{\frac{t}{T}} - \frac{x_K}{\lambda} - \cancel{\frac{t}{T}} + \frac{x_\Lambda}{\lambda}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\phi_K - \phi_\Lambda = 2\pi \frac{x_\Lambda - x_K}{\lambda}}$$

Παρατήρηση: Συμφωνία – Αντίθεση φάσης

Αν $\phi_K - \phi_\Lambda = 2k\pi$: $\begin{matrix} y_K = A\eta\mu\phi_K \\ y_\Lambda = A\cdot\eta\mu\phi_\Lambda \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} y_K = A\eta\mu(\phi_\Lambda + 2k\pi) \\ y_\Lambda = A\eta\mu\phi_\Lambda \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{y_K = y_\Lambda}}$

$$\begin{matrix} \upsilon_K = \omega A\sigma\upsilon\nu\phi_K \\ \upsilon_\Lambda = \omega A\sigma\upsilon\nu\phi_\Lambda \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} \upsilon_K = \omega A\sigma\upsilon\nu(\phi_\Lambda + 2\pi) \\ \upsilon_\Lambda = \omega A\sigma\upsilon\nu\phi_\Lambda \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_K = \upsilon_\Lambda}}$$

$$\phi_K - \phi_\Lambda = 2k\pi \Leftrightarrow \cancel{2\pi}\frac{x_\Lambda - x_K}{\lambda} = \cancel{2}k\cancel{\pi} \Rightarrow \underline{\underline{x_\Lambda - x_K = k\cdot\lambda}}$$

Άρα: Δύο σημεία που απέχουν οι θέσεις ισορροπίας τους απόσταση που είναι ακέραιο πολλαπλάσιο του μήκους κύματος λ, έχουν κάθε στιγμή ίσες απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους και ίσες ταχύτητες ταλάντωσης. Λέμε ότι δύο τέτοια σημεία βρίσκονται σε ΣΥΜΦΩΝΙΑ ΦΑΣΗΣ.

'Αν $\phi_\kappa - \phi_\lambda = (2\kappa+1)\pi$:

$$y_\kappa = A\eta\mu\phi_\kappa, \quad y_\lambda = A\eta\mu\phi_\lambda \Rightarrow \begin{cases} y_\kappa = A\eta\mu(\phi_\lambda + (2\kappa+1)\pi) \\ y_\lambda = A\eta\mu\phi_\lambda \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{y_\kappa = -y_\lambda}}$$

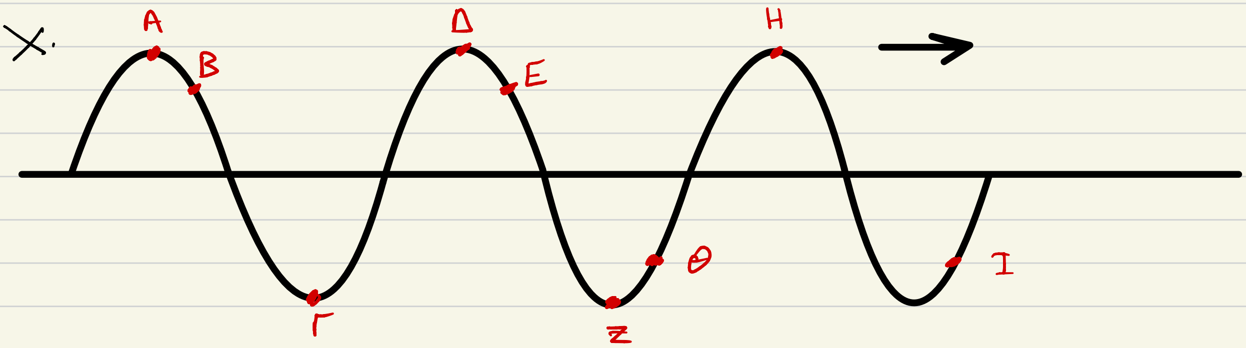
$$\upsilon_\kappa = \omega A\sigma\upsilon\nu\phi_\kappa, \quad \upsilon_\lambda = \omega A\sigma\upsilon\nu\phi_\lambda \Rightarrow \begin{cases} \upsilon_\kappa = \omega A\sigma\upsilon\nu[\phi_\lambda + (2\kappa+1)\pi] \\ \upsilon_\lambda = \omega A\sigma\upsilon\nu\phi_\lambda \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{\upsilon_\kappa = -\upsilon_\lambda}}$$

$$\phi_\kappa - \phi_\lambda = (2\kappa+1)\pi \Rightarrow 2\cancel{\pi}\frac{x_\lambda - x_\kappa}{\lambda} = (2\kappa+1)\cancel{\pi} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{x_\lambda - x_\kappa = (2\kappa+1)\frac{\lambda}{2}}}$$

<u>Άρα:</u> Δύο σημεία που απέχουν οι θέσεις ισορροπίας τους απόσταση που είναι περιττό πολλαπλάσιο ημικυμάτων, έχουν κάθε στιγμή αντίθετες απομακρύνσεις από τις θέσεις ισορροπίας τους και αντίθετες ταχύτητες ταλάντωσης. Λέμε ότι δύο τέτοια σημεία βρίσκονται σε <u>ΑΝΤΙΘΕΣΗ ΦΑΣΗΣ</u>.

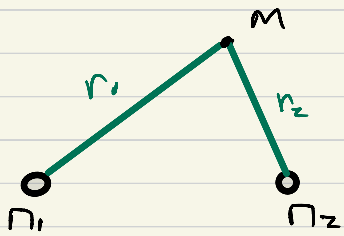
π.χ.



Α, Δ, Η	:	Συμφωνία	φάσης
Γ, Ζ	:	—״—	—״—
Β, Ε	:	—״—	—״—
Θ, Ι	:	—״—	—״—

Α, Γ	:	Αντίθεση	φάσης
Δ, Γ	:	—״—	—״—
Δ, Ζ	:	—״—	—״—
Ε, Θ	:	—״—	—״—
Β, Θ	:	—״—	—״—
Β, Ι	:	—״—	—״—

Συμβολή



Π_1: $y_1 = A\,\eta\mu\,\omega t$

Π_2: $y_2 = A\,\eta\mu\,\omega t$

Σύγχρονες πηγές

Για το Μ:

Κύμα από την Π_1: $y_1 = A\,\eta\mu\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right)$ (1)

Κύμα από την Π_2: $y_2 = A\,\eta\mu\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$ (2)

Αρχή της επαλληλίας:

$$y = y_1 + y_2 \xrightarrow[(2)]{(1)}$$

$$y = A\,\eta\mu\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) + A\,\eta\mu\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)$$

$$\boxed{\eta\mu A + \eta\mu B = 2\,\sigma\upsilon\nu\,\frac{A-B}{2}\cdot\eta\mu\,\frac{A+B}{2}}$$

$$y = 2A\,\sigma\upsilon\nu\,\frac{2\pi\left(\cancel{\frac{t}{T}} - \frac{r_1}{\lambda} - \cancel{\frac{t}{T}} + \frac{r_2}{\lambda}\right)}{2}\cdot\eta\mu\,\frac{2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} + \frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda}\right)}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{y = 2A\,\sigma\upsilon\nu\,2\pi\,\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}\cdot\eta\mu\,2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{2\lambda}\right)}$$

Εξίσωση συμβολής

Θέτουμε:

$$\boxed{A' = 2A\,\sigma\upsilon\nu\,2\pi\,\frac{r_1 - r_2}{2\lambda}}$$

Παράγοντας πλάτους

$|A'|$: πλάτος

▷ **Αν $|A'| = 2A$:** $2A = \pm 2A\,\text{συν}\,2\pi \dfrac{r_1 - r_2}{2\lambda} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \text{συν}\,2\pi \frac{r_1 - r_2}{2\lambda} = \pm 1 \Leftrightarrow$$

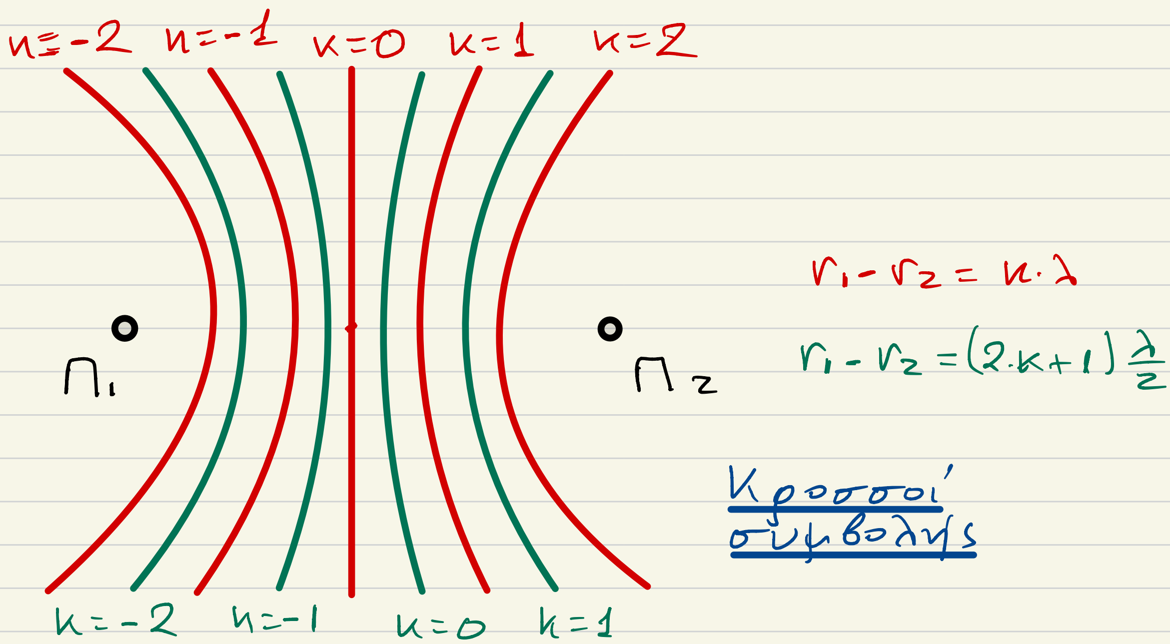
$$\Leftrightarrow \cancel{2}\cancel{\pi} \frac{r_1 - r_2}{\cancel{2}\lambda} = \kappa \cancel{\pi} \Leftrightarrow \boxed{r_1 - r_2 = \kappa \cdot \lambda}$$

Ενισχυτική συμβολή

▷ **Αν $|A'| = 0$:** $\text{συν}\,2\pi \dfrac{r_1 - r_2}{2\lambda} = 0 \Leftrightarrow$

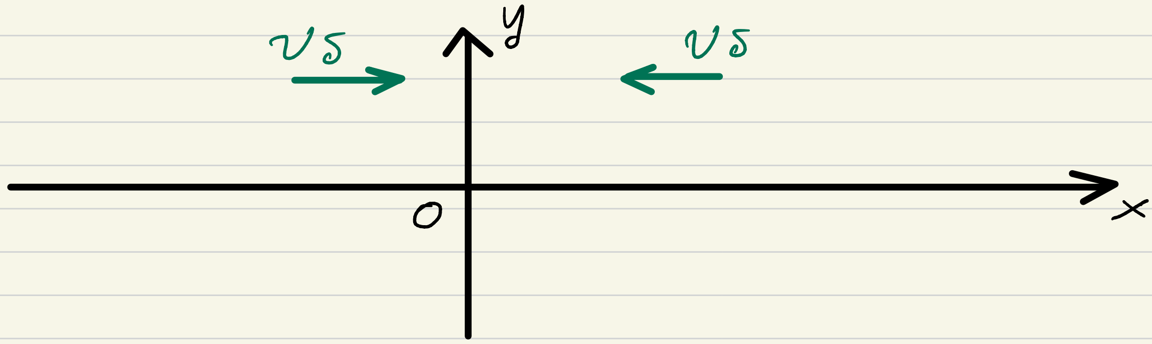
$$2\cancel{\pi} \frac{r_1 - r_2}{\cancel{2}\lambda} = (2\kappa + 1)\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{2}} \Leftrightarrow \boxed{r_1 - r_2 = (2\kappa + 1)\frac{\lambda}{2}}$$

Ακυρωτική συμβολή



Στάσιμα κύματα

Στάσιμο κύμα είναι αυτή η κατάσταση που προκύπτει σε ένα ελαστικό μέσο όταν συμβάλλουν σε αυτό δύο κύματα ίδιου πλάτους και συχνότητας που διαδίδονται σε αντίθετες κατευθύνσεις.



$$y_1 = A\,ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right)$$

$$y_2 = A\,ημ\,2π\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{λ}\right)$$

$$y = y_1 + y_2 \Rightarrow$$

$$y = A\left[ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right) + ημ\,2π\left(\frac{t}{T} + \frac{x}{λ}\right)\right] \Rightarrow$$

$$y = 2A\,συν\frac{\cancel{2}π\left(\cancel{\frac{t}{T}} - \frac{x}{λ} - \cancel{\frac{t}{T}} - \frac{x}{λ}\right)}{\cancel{2}} \cdot ημ\frac{\cancel{2}π\left(\frac{t}{T} - \cancel{\frac{x}{λ}} + \frac{t}{T} + \cancel{\frac{x}{λ}}\right)}{\cancel{2}}$$

$$\boxed{y = 2A \cdot συν\frac{2πx}{λ} \cdot ημ\frac{2πt}{T}}$$

Εξίσωση Στάσιμου κύματος

$$y = A'(x) \cdot ημ\,ωt$$

όπου $A'(x) = 2A \cdot συν\frac{2πx}{λ}$ Παράγοντας πλάτους

$|A'(x)|$: πλάτος

▶ Αν $|A'(x)| = 2A \Rightarrow \cancel{2A} \cdot |συν\frac{2\pi x}{\lambda}| = \cancel{2A} \Rightarrow$

$\Rightarrow συν\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = κ\pi \Rightarrow$

$\Rightarrow \boxed{x = κ\frac{\lambda}{2}}$ **Κοιλίες**

▶ Αν $|A'(x)| = 0 \Rightarrow συν\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \Rightarrow \frac{2\pi x}{\lambda} = (2κ+1)\frac{\pi}{2}$

$\Rightarrow \boxed{x = (2κ+1)\frac{\lambda}{4}}$ **Δεσμοί**

Παρατηρήσεις:

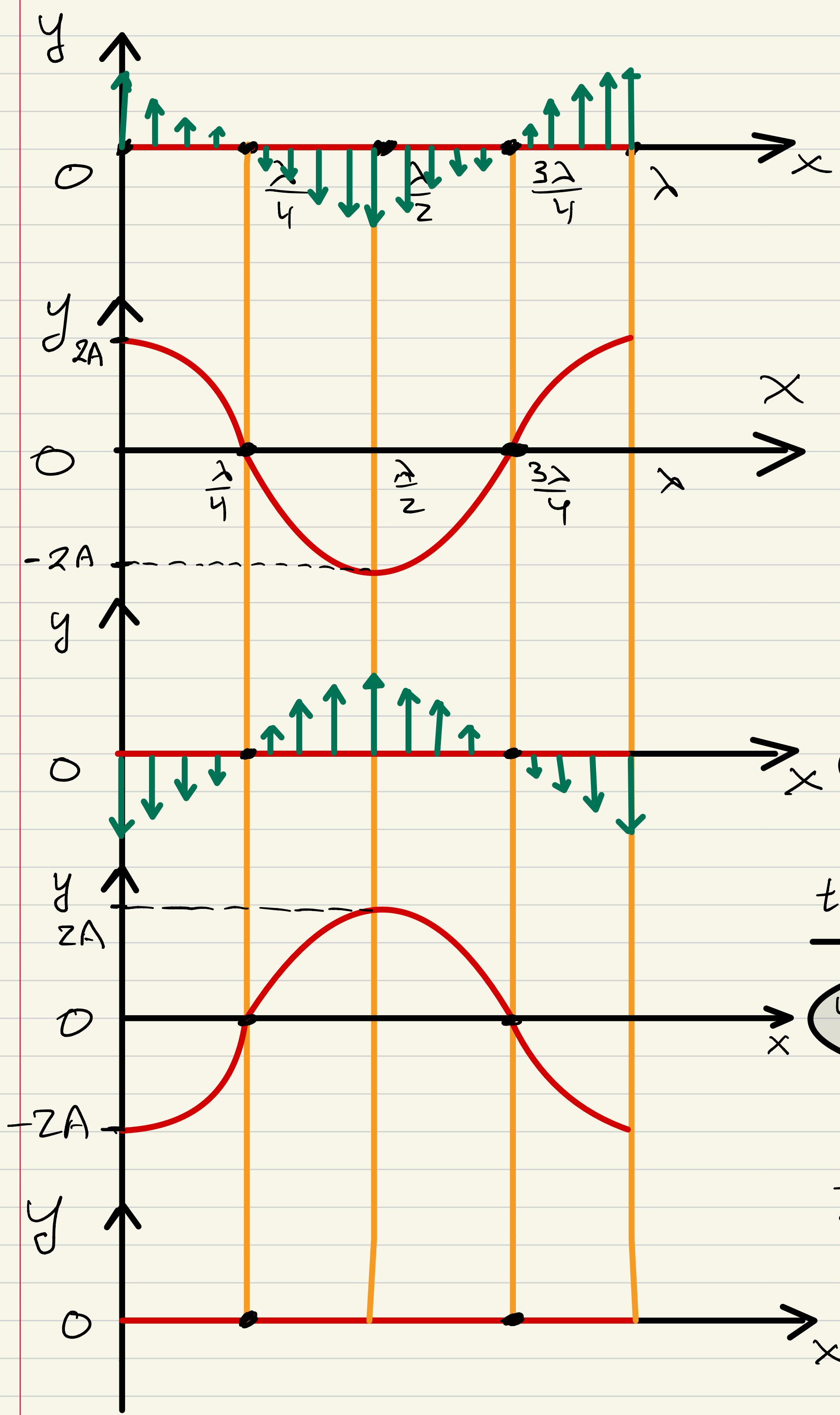
1. Στο στάσιμο κύμα δεν υπάρχει διάδοση ενέργειας άρα δεν είναι ακριβώς κύμα. Είναι μια μορφή ταλάντωσης ενός μέσου με ιδιαιτερότητες.

2. Όταν δύο σημεία του μέσου βρίσκονται μεταξύ δύο διαδοχικών δεσμών, έχουν στις ταλαντώσεις τους διαφορά φάσης μηδέν. ($\phi_A - \phi_B = 0$)

3. Όταν δύο σημεία του μέσου βρίσκονται εκατέρωθεν ενός δεσμού και οι θέσεις ισορροπίας τους απέχουν λιγότερο από $\frac{\lambda}{2}$ τότε οι ταλαντώσεις τους έχουν διαφορά φάσης ίση με π. ($\phi_A - \phi_B = \pi$)

Διαδοχικά στιγμιότυπα στάσιμου κύματος

$$y = 2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}\,\text{ημ}\frac{2\pi t}{T} \qquad \text{Για } 0 \le x \le \lambda$$



$t = 0$:

$$y = 0$$

$t = \frac{T}{4}$:

$$y = 2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$t = \frac{T}{2}$:

$$y = 0$$

$t = \frac{3T}{4}$:

$$y = -2A\,\text{συν}\frac{2\pi x}{\lambda}$$

$t = T$:

$$y = 0$$

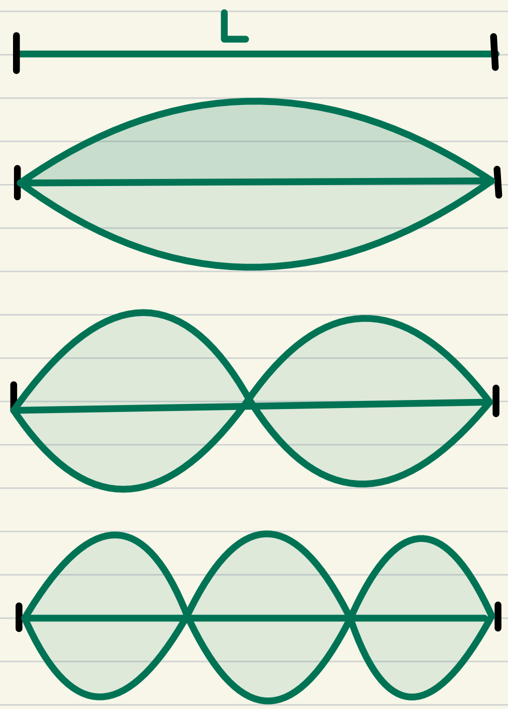
Στάσιμο κύμα σε χορδή μήκους L

Όταν το μέσο στο οποίο πρόκειται να δημιουργηθεί στάσιμο κύμα έχει πεπερασμένες διαστάσεις, υπεισέρχονται περιορισμοί ως προς την συχνότητα (μήκος κύματος) που μπορεί να έχει το κύμα.
Συγκεκριμένα, αν κάποιο άκρο του μέσου είναι δεσμευμένο τότε θα πρέπει να συμπίπτει με δεσμό. Αν αντίθετα είναι ελεύθερο, θα πρέπει να συμπίπτει με κοιλία.

① Χορδή μήκους L με δεσμευμένα άκρα.

Πρέπει: $\boxed{L = \kappa \cdot \frac{\lambda}{2}} \rightsquigarrow \boxed{\lambda = \frac{2L}{\kappa}}$

$\kappa \in \mathbb{N}$



$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L$

$f_1 = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda_1} = \frac{\upsilon_\delta}{2L}$

$L = \lambda_2$ ή $\lambda_2 = \frac{2L}{2}$

$f_2 = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda_2} = \frac{\upsilon_\delta}{L} = \underline{2 f_1}$

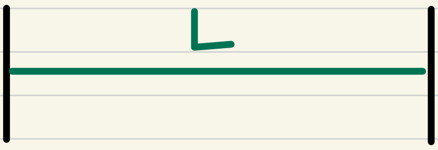
$L = \frac{3\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3}$

$f_3 = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda_3} \Rightarrow f_3 = \frac{3\upsilon_\delta}{2L} = \underline{3 f_1}$

f_1: Θεμελιώδης συχνότητα
f_2: 1η αρμονική συχνότητα
f_3: 2η −׀׀− −׀׀−

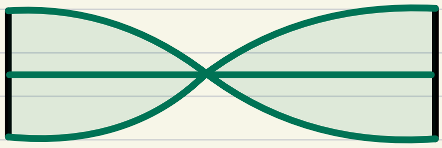
Γενικά: $\boxed{f_\nu = \nu \cdot f_1 \quad , \nu \geq 2}$

② Χορδή μήκους L με ελεύθερα άκρα



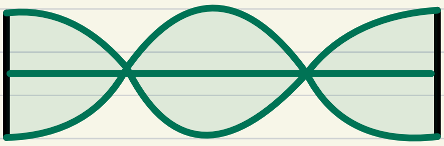
Πρέπει: $L = \kappa \cdot \frac{\lambda}{2} \rightsquigarrow \boxed{\lambda = \frac{2L}{\kappa}}$

$\kappa \in \mathbb{N}$



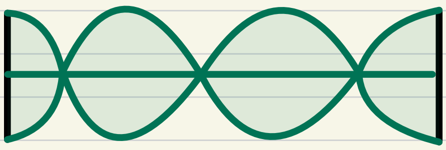
$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L$$

$$f_1 = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda_1} = \frac{\upsilon_\delta}{2L}$$



$$\lambda_2 = L$$

$$f_2 = \frac{\upsilon_\delta}{L} = 2 f_1$$



$$L = \frac{3\lambda_3}{2} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2L}{3}$$

$$f_3 = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda_3} = \frac{3\upsilon_\delta}{2L} = 3 f_1$$

$$\boxed{f_\nu = \nu \cdot f_1} \quad (\nu \geq 2)$$

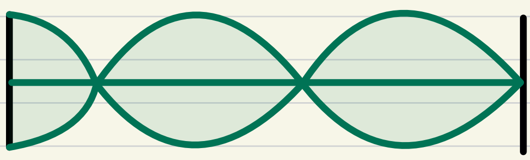
③ Χορδή μήκους L με ένα ελεύθερο άκρο και ένα δεσμευμένο.

$$L = \frac{\lambda_1}{4} \Rightarrow \lambda_1 = 4L$$

$$f_1 = \frac{\upsilon_\delta}{L} = \frac{\upsilon_\delta}{4L}$$

$$L = \frac{3\lambda_2}{4} \Rightarrow \lambda_2 = \frac{4L}{3}$$

$$f_2 = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda_2} = \frac{3\upsilon_\delta}{4L} = 3 f_1$$



$$L = \frac{5\lambda_3}{4} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{4L}{5}$$

$$f_3 = \frac{\upsilon_\delta}{\lambda_3} = \frac{5\upsilon_\delta}{4L} = 5 f_1$$

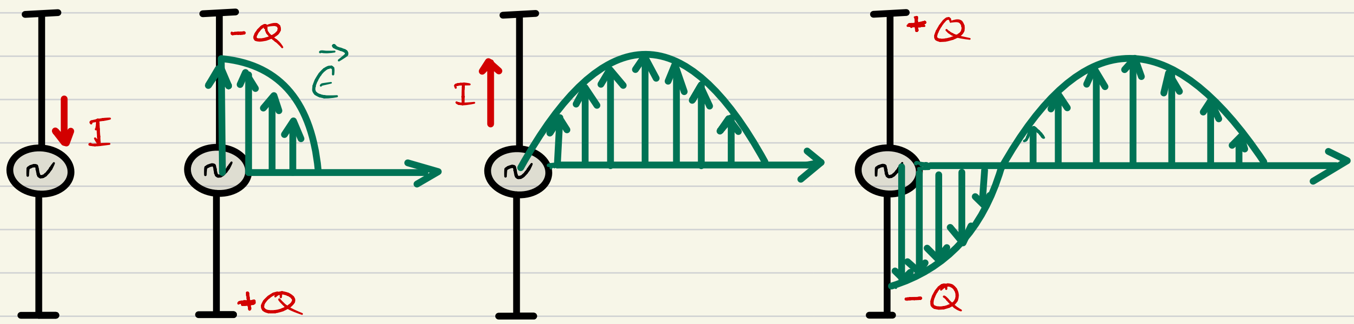
Πρέπει: $L = (2\kappa+1) \cdot \frac{\lambda}{4}$ → $\boxed{\lambda = \frac{4L}{2\kappa+1}}$ $\kappa \in \mathbb{N}$

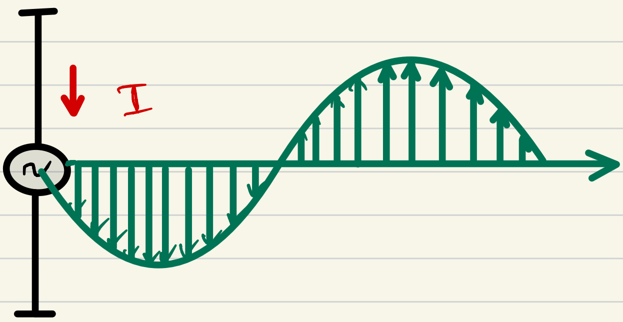
Άρα: $\boxed{f_\nu = (2\nu - 1) \cdot f_1}$ $(\nu \geq 2)$

Ηλεκτρομαγνητικά κύματα

Ηλεκτρομαγνητικό κύμα είναι η ταυτόχρονη διάδοση ενός χρονικά μεταβαλλόμενου ηλεκτρικού και ενός χρονικά μεταβαλλόμενου μαγνητικού πεδίου στο χώρο.

Το ηλεκτρομαγνητικό κύμα παράγεται από ένα ηλ. δίπολο που ταλαντώνεται.





Εξισώσεις ηλεκτρομαγνητικού κύματος :

$$E = E_{max} \cdot ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right)$$

$$B = B_{max} \cdot ημ\,2π\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{λ}\right)$$

$$\frac{E}{B} = c$$

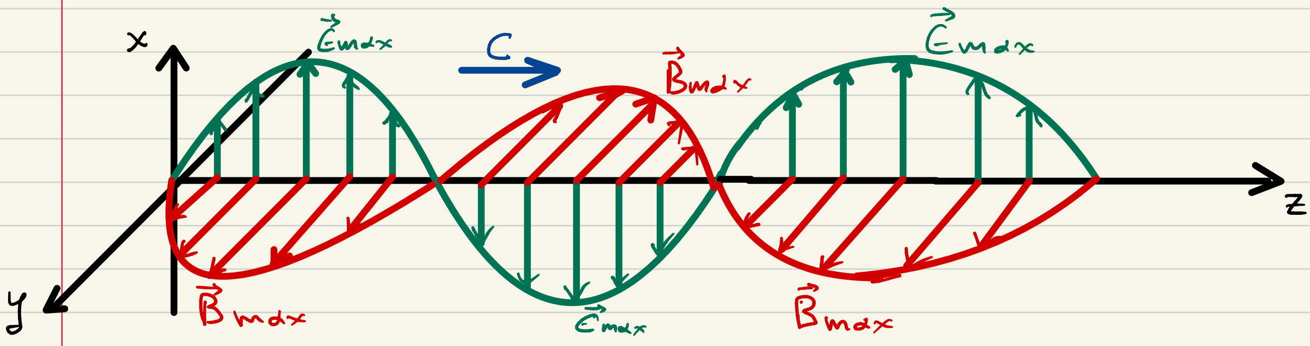
c: Η ταχύτητα διάδοσης του φωτός

Στο κενό : $c_0 = 3 \cdot 10^8\ m/s$

Σε άλλο οπτικό μέσο : $c < c_0$

Επίσης : $c = λ \cdot f$

Στιγμιότυπο ηλ/κού κύματος



Παρατηρήσεις:

1. Κοντά στην κεραία που το δημιουργεί, το ηλεκτρικό πεδίο του ηλεκτρομαγνητικού κύματος έχει διαφορά φάσης $\frac{\pi}{2}$ με το μαγνητικό πεδίο.

   Μακριά από την κεραία τα δύο πεδία έχουν την ίδια φάση.

2. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα είναι <u>εγκάρσια</u>. Αυτό σημαίνει ότι οι εντάσεις του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου είναι κάθετες προς την διεύθυνση διάδοσης του κύματος.

3. Τα ηλεκτρομαγνητικά κύματα υπακούουν στην αρχή της επαλληλίας.