

- Ίσα διανύσματα: $\vec{a} \parallel \vec{\beta}$ και $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$

- Αντίθετα διανύσματα: $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta}$ και $|\vec{a}| = |\vec{\beta}|$

- Γωνία διανυσμάτων:

$$0 \leq \theta \leq \pi \quad \begin{array}{l} \swarrow \theta = 0: \vec{a} \parallel \vec{\beta} \\ \searrow \theta = \frac{\pi}{2}: \vec{a} \perp \vec{\beta} \\ \rightarrow \theta = \pi: \vec{a} \uparrow \downarrow \vec{\beta} \end{array}$$

- Διάνυσμα θέσης: $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA}$ (με O σημείο αναφοράς)

- Μέτρο αθροίσματος: $||\vec{a}| - |\vec{\beta}|| \leq |\vec{a} + \vec{\beta}| \leq |\vec{a}| + |\vec{\beta}|$

- Πολλαπλασιασμός διανύσματος με $\lambda \in \mathbb{R}$:

$$\vec{\beta} = \lambda \cdot \vec{a} = \begin{cases} \lambda > 0: \vec{\beta} \parallel \vec{a} \text{ και } |\vec{\beta}| = \lambda \cdot |\vec{a}| \\ \lambda = 0 \text{ ή } \vec{a} = \vec{0}: \vec{\beta} = \vec{0} \\ \lambda < 0: \vec{\beta} \uparrow \downarrow \vec{a} \text{ και } |\vec{\beta}| = |\lambda| \cdot |\vec{a}| \end{cases}$$

- Διανυσματική ακτίνα μέσου: M μέσο του AB $\Rightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}$

- Πράξεις με συντεταγμένες: Έστω $\vec{a} = (x_1, y_1)$, $\vec{\beta} = (x_2, y_2)$ και $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\vec{a} + \vec{\beta} = (x_1 + x_2, y_1 + y_2)$$

$$\lambda \cdot \vec{a} = (\lambda \cdot x_1, \lambda \cdot y_1)$$

- Συντεταγμένες μέσου τμήματος: Έστω A(x_1, y_1) και B(x_2, y_2) και M το μέσο του AB. Τότε:

$$x_M = \frac{x_1 + x_2}{2} \text{ και } y_M = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

- Συντεταγμένες διανύσματος με γνωστά άκρα:

$$\text{Αν } A(x_1, y_1) \text{ και } B(x_2, y_2) \text{ τότε } \overrightarrow{AB} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1).$$

- Μέτρο διανύσματος: Αν $\vec{a} = (x, y)$ τότε $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

- Απόσταση δύο σημείων A(x_1, y_1) και B(x_2, y_2): $(AB) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

- Συντελεστής διεύθυνσης διανύσματος: Αν $\vec{a} = (x, y)$ τότε $\lambda = \frac{y}{x}$, εφόσον $x \neq 0$.

- Συνθήκες παραλληλίας διανυσμάτων:

$$\vec{a} \parallel \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} = \lambda \cdot \vec{\beta}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \det(\vec{a}, \vec{\beta}) = \begin{vmatrix} x_\alpha & y_\alpha \\ x_\beta & y_\beta \end{vmatrix} = x_\alpha \cdot y_\beta - x_\beta \cdot y_\alpha = 0 \Leftrightarrow \lambda_\alpha = \lambda_\beta$$

- Εσωτερικό γινόμενο: $\vec{a} \cdot \vec{\beta} = |\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}| \cdot \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{\beta}}) = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$

- Συνθήκες καθετότητας διανυσμάτων:

$$\vec{a} \perp \vec{\beta} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{\beta} = 0 \Leftrightarrow \lambda_\alpha \cdot \lambda_\beta = -1$$

- $\left| \cos(\widehat{\vec{a}, \vec{\beta}}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{\beta}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{\beta}|} \right|$

$$\heartsuit \vec{a}^2 = |\vec{a}|^2 \heartsuit$$