

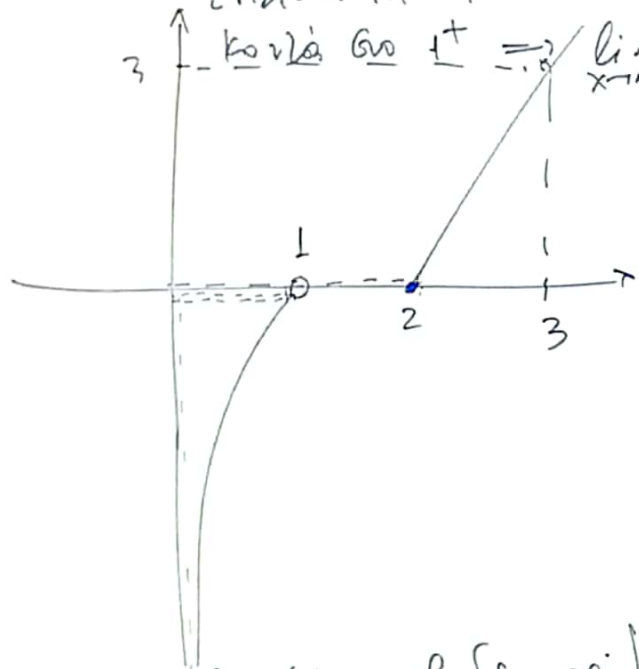
'Οριο Συνάρτησης 02

ασκ. 1

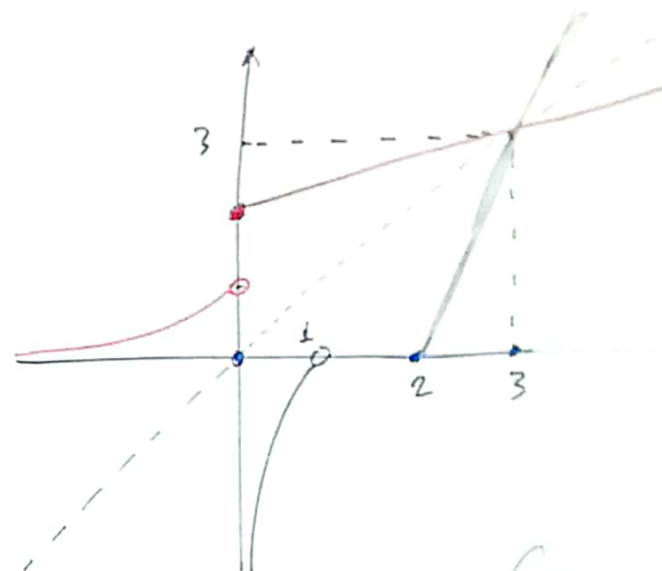
i) $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 0$

επειδή η f δεν ορίζεται

κοιτά στο $1^+ \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$



επειδή η f δεν ορίζεται
κοιτά στο $2^- \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 0$



επειδή εφ'όσον $\parallel x \parallel$ τείνουν την C_f
το ποσοτέ 1 σημείο $\rightarrow f$ είναι 1-1
και αμφεπίθετος. Η $C_{f^{-1}}$ και η C_f
είναι συνεπαραγόμενες ως προς την ευθεία $y=x$

iii) $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 3^+} f^{-1}(x) &= 3 \\ \lim_{x \rightarrow 3^-} f^{-1}(x) &= 3 \end{aligned} \right\} \lim_{x \rightarrow 3} f^{-1}(x) &= 3$
 $\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0^+} f^{-1}(x) &= 2 \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f^{-1}(x) &= 1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \nexists \lim_{x \rightarrow 0} f^{-1}(x)$

'Όριο Γραμμών 02
αβλ 2

i) η περίπτωση:

$$2 \ln \sqrt{x} \neq 0 \quad \text{και} \quad \sqrt{x} > 0 \Leftrightarrow$$

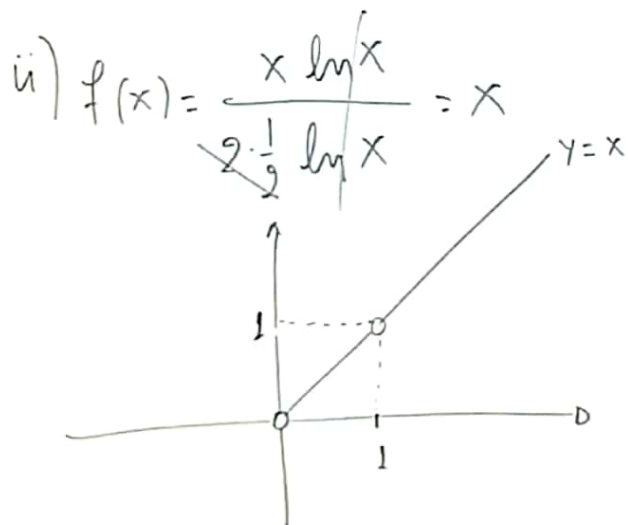
$$\ln \sqrt{x} \neq 0 \Leftrightarrow$$

$$\ln \sqrt{x} \neq \ln 1 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{x} \neq 1 \Leftrightarrow$$

$$x \neq 1$$

$$D_f = (0, 1) \cup (1, +\infty)$$



iii) $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1 \quad \Rightarrow \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$
 $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$

iv) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|f(x)| - 1}{f(x) - 1} = L_1$

από $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1 > 0$.

και θεώρημα (όριο + διάνυσμα)

$\Rightarrow f(x) > 0$ κοντά στο 1

$\Rightarrow |f(x)| = f(x)$

$L_1 = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 1}{f(x) - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 1$

Όριο συναρτήσεων 02

αβλ 3

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (4ax - b - 1) = 4a - b - 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (ax + b) = a + b.$$

Πείραση: $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 7 \Rightarrow$

$$\begin{cases} 4a - b - 1 = 7 \\ a + b = 7 \end{cases} \dots \Delta \epsilon \nu \chi \rho \epsilon \nu \acute{\alpha} \sigma \epsilon \iota \tau \epsilon \iota \ (\sigma \nu \ \epsilon \acute{\iota} \lambda \omicron \varsigma)$$

vd kίνω ενδλινδενGN.

αβλ. 4) (i) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{2+\sqrt{x}} - 2}{x-4} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2+\sqrt{x}-4}{(x-4) \cdot (\sqrt{2+\sqrt{x}} + 2)} =$

Μέθοδος: Ελάττω
ω given πορφh 0/0

$$= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x} - 2}{(x-4) \cdot (\sqrt{2+\sqrt{x}} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(\sqrt{x} - 2)}{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} + 2)(\sqrt{2+\sqrt{x}} + 2)}$$
$$\frac{1}{4 \cdot 4} = \frac{1}{16}$$

Όριο Γραμμικών 02

αβλ 3

$$\text{ii)} \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt[3]{x+1} - 2}{x-7} = L$$

$$\text{Θέτω } u = \sqrt[3]{x+1}$$

$$\text{όταν } x \rightarrow 7 \text{ τότε } \lim_{x \rightarrow 7} \sqrt[3]{x+1} = \sqrt[3]{8} = 2$$

$$\text{δηλ. } u \rightarrow 2$$

$$L = \lim_{u \rightarrow 2} \frac{u-2}{u^3-1-7} = \lim_{u \rightarrow 2} \frac{u-2}{u^3-8} = \lim_{u \rightarrow 2} \frac{u-2}{(u-2) \cdot (u^2+2u+4)}$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & -8 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 8 & \\ \hline 1 & 2 & 4 & 0 & \end{array}$$

$$= \frac{1}{4+4+4} = \frac{1}{12}$$

$$\text{iii)} \lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{x} - 2}{\sqrt{x^2-5}\sqrt{x+6}} = \lim_{u \rightarrow 2} \frac{u-2}{u^2-5u+6} = \lim_{u \rightarrow 2} \frac{u-2}{(u-2)(u-3)}$$

$$= \frac{1}{-1} = -1$$

(iv) Θέτω

$$\sqrt{x-2} = u \Rightarrow x-2 = u^2$$

$$\text{όταν } x \rightarrow 3 \Rightarrow u \rightarrow 1$$

$$\text{Θέτω } \sqrt{x} = u. \text{ όταν } x \rightarrow 9 \Rightarrow u \rightarrow 3$$

'Οριο Γραμμικών 02

αβλ 3 (vi)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 4| + 2x + 1}{x^2 + x - 1} = \frac{3 + 2 + 1}{1} = \frac{6}{1} = 6.$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|x^2 - 4| + 2x - 5}{x^2 + x - 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + 4 + 2x - 5}{x^2 + x - 2} =$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (x^2 - 4) = 1 - 4 = -3 < 0.$$

Από Θερμ. "όριο + διατάξη" $\Rightarrow$

$$x^2 - 4 < 0 \text{ κοντά στο } 1$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + 2x - 1}{x^2 + x - 2} =$$
$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x-1)^2}{(x-1)(x+2)} = \frac{0}{3} = 0$$

v) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{|x-2| + x^2 - 2x}{x-2} \stackrel{x>2}{=} \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x-2 + x^2 - 2x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - x - 2}{x-2} =$

$$= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+1)}{x-2} = 3.$$
$$\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{|x-2| + x^2 - 2x}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-x+2 + x^2 - 2x}{x-2} = \dots$$