

κρίσιμο παρεμβολής.

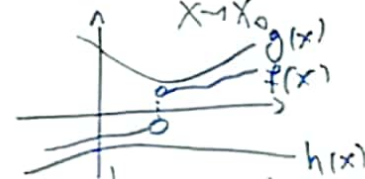
Αν $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l$ τότε

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l.$$

Ερωτήσεις Σ - Α

1) Αν $f^2(x) \leq g(x)$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f^2(x) = 0$ (Σ) $0 \leq f^2(x) \leq g(x)$. Άρα κριτήριο παρεμβολής ... (Σ)

2) Αν $h(x) \leq f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l_1$, $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = l_2$ με $l_1 \neq l_2$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \in [l_2, l_1]$ (Α)



3) Αν $h(x) \leq f(x) \leq g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$ και $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = \lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = l$, τότε

νέο κριτήριο να $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = l$ (Σ) κριτήριο παρεμβολής

4) Αν $f(x) \leq g(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x) = l$ και νέο κριτήριο να $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \in \mathbb{R}$

$$\text{τότε } \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \leq l.$$

Κριτήριο παραβολής.

Ασκ. 9

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \gamma^2 \quad (1)$$

$$f(x) < x^2, \quad \forall x \in \mathbb{R}^* \quad (2)$$

Από (1) έχω ότι το

$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ υπάρχει και είναι
πραγματικός αριθμός.

Από (2) και από τον ορισμό "όριο +
δίσταξη"

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow 0} x^2 \quad (\Rightarrow) \quad \lim_{x \rightarrow 0} f(x) \leq 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$\gamma^2 \leq 0 \quad (\Rightarrow) \quad \gamma = 0.$$

Αγν. 10

$$\frac{f(x) - x}{f(x) + x} < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}^*$$

$$\Leftrightarrow (f(x) - x) \cdot (f(x) + x) < 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$f^2(x) - x^2 < 0 \quad (\Rightarrow)$$

$$0 \leq f^2(x) < x^2$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 0 = 0$$

Από κριτήριο παραβολής
 $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} f^2(x) = 0$

$$\frac{A}{B} < 0 \quad (\Rightarrow) \quad A \cdot B < 0$$
$$\frac{A}{B} > 0 \quad (\Rightarrow) \quad A \cdot B > 0$$