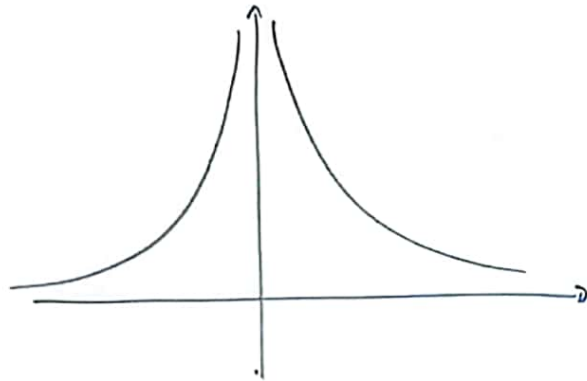
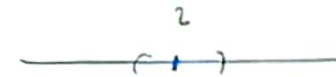
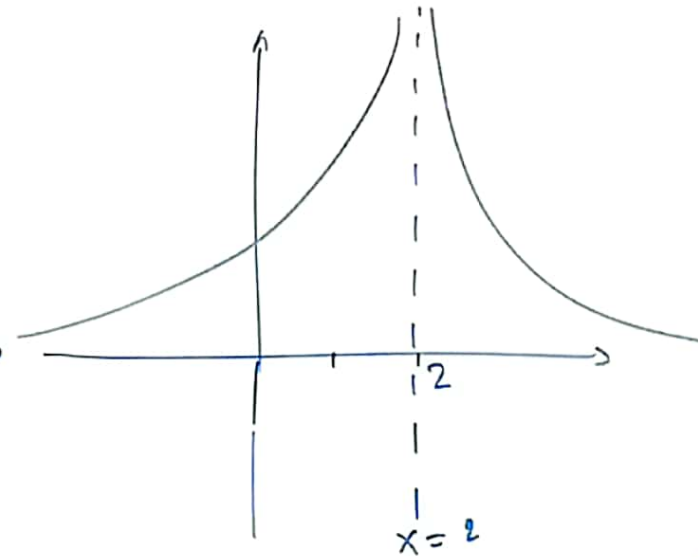


Μη πεπερασμένο όριο.

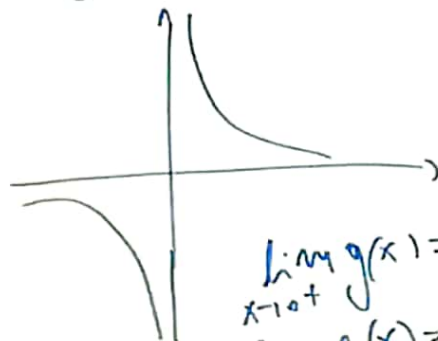
$$f(x) = \frac{1}{|x|}$$



$$g(x) = \frac{1}{|x-2|}$$



$$g(x) = \frac{1}{x}$$



$$\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -\infty$$

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} g(x) &= +\infty \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} g(x) &= +\infty \end{aligned} \right\}$$

$$g(x) > 10^{10} \quad \forall x \text{ κοντά στο } 2$$

$$\frac{1}{|x-2|} > 10^{10} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$|x-2| < \frac{1}{10^{10}} \quad (\Leftrightarrow)$$

$$-10^{-10} < x-2 < 10^{-10} \quad (+)$$

$$\boxed{2-10^{-10} < x < 2+10^{-10}}$$

Μη πεπερασμένο όριο.

1) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ τότε $f(x) > 0$ κοντά στο x_0
Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$ τότε $f(x) < 0$ κοντά στο x_0

2) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} (-f(x)) = -\infty$.

3) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$

ΠΡΟΣΟΧΗ: Το αντίστροφο δεν ισχύει.

Επίμαχο Σ.Α.

Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = 0$ τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$. (1)

$f(x) = \frac{1}{x}$. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow 0} x = 0$.

$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -\infty$ $\Rightarrow$ ~~$\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$~~

4) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = 0$, $f(x) > 0$ κοντά στο $x_0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{1}{f(x)} = +\infty$

5) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \pm\infty \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty$.

Ερώτηση 2-1.

Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = +\infty \implies \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$ ή $-\infty$

(1)

Π.χ. $f(x) = \frac{1}{x}$. $\lim_{x \rightarrow 0} \left| \frac{1}{x} \right| = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{|x|} = +\infty$

Όμως $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x} = -\infty \implies \nexists \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x}$

6) Αν $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty \implies \lim_{x \rightarrow x_0} \sqrt[r]{f(x)} = +\infty$

Αντίστοιχο πίνακα με πράξεις

αριθ μ f	$a \in \mathbb{R}$	$a \in \mathbb{R}$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$
αριθ μ g	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$	$+\infty$
αριθ f+g	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	)	)

Σε λ. 62 - ΣΟ.Σ.

$$f(x) = \frac{1}{x^2}, \quad g(x) = -\frac{1}{x^2}, \quad h(x) = -\frac{1}{x^2} + 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(-\frac{1}{x^2}\right) = -\infty, \quad \lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty$$

$$f(x) + g(x) = \frac{1}{x^2} + \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + g(x)) = \lim_{x \rightarrow 0} 0 = 0$$

$$f(x) + h(x) = \frac{1}{x^2} + \left(-\frac{1}{x^2} + 1\right) = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} (f(x) + h(x)) = \lim_{x \rightarrow 0} 1 = 1$$

$\lim f$	$x > 0$	$x < 0$	$+\infty$	$-\infty$	0
$\lim g$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
$\lim f \cdot g$	$+\infty$	$-\infty$	$+\infty$	$-\infty$	?

Αποσδιόριστες μορφές

$$\frac{0}{0}, \quad \infty - \infty, \quad 0 \cdot \infty$$