

AGk.3/

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x-1}, & x < 1 \\ \frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+3-4}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x+1)(x-1)}{(x-1)(\sqrt{x^2+3}+2)} =$$

Για να έχουμε όριο $\neq$ στο $x_0 = 1$, πρέπει καν αλκρί $\frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = \frac{1}{2}$$

Αποδείξτε ότι αυτός:

$$\text{Ότι } \frac{A(x)}{B(x)} = \Gamma(x), \text{ όπου } \lim_{x \rightarrow x_0} \Gamma(x) = l$$

Θα αποδείξω με έξινς αλκρί:

$$\text{Αν } \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{A(x)}{B(x)} = l \in \mathbb{R} \text{ και } \lim_{x \rightarrow x_0} B(x) = 0$$

$$\text{τότε } \lim_{x \rightarrow x_0} A(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow A(x) = \Gamma(x) \cdot B(x)$$

$$\text{όπως } \lim_{x \rightarrow x_0} [\Gamma(x) B(x)] = l \cdot 0 = 0$$

$$\text{Αρα } \lim_{x \rightarrow x_0} A(x) = 0$$

AGK.3/

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + ax + b}{x-1}, & x < 1 \\ \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x-1}, & x > 1 \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + ax + b}{x-1} = \frac{1}{2} \in \mathbb{R} \quad (1)$$

δpor $\lim_{x \rightarrow 1^-} (x-1) = 0$, δno to άριθη2

$$\rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} (x^2 + ax + b) = 0 \Leftrightarrow 1 + a + b = 0$$

$$\Leftrightarrow \boxed{b = -1 - a} \quad (2)$$

$$\text{Ans (1)} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2 + ax - 1 - a}{x-1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

Horner:

1	a	-1-a	1
↓	1	a+1	
1	a+1	0	

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(x-1) \cdot (x+a+1)}{x-1} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$1 + a + 1 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \boxed{a = -\frac{3}{2}}$$

$$\text{Ans (2)} \Leftrightarrow b = -1 + \frac{3}{2} \Leftrightarrow \boxed{b = \frac{1}{2}}$$

Σημειώσεις: Στις εξετάσεις των άριθη2ας, η άσκηση για όριο (Αριθ.) = 0

είναι δύσκολη για την ύλη της των όριων, δεν κατοχυρώνει, όπως, και την ύλη των όριων. Γ.΄ αυτό θίγει εντάξει.

Έστω $f(x) = \frac{x^2 - (\lambda+2) \cdot x + \lambda^2 + 1}{x^2 - 1}$. Να βρούμε το $\lambda \in \mathbb{R}$

ώστε $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -1$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (\text{Αριθμ.}) = 1 - (\lambda+2) + \lambda^2 + 1 = 1 - \lambda - 2 + \lambda^2 + 1 = \lambda^2 - \lambda.$$

$\lim_{x \rightarrow 1} (\text{Παρομ.}) = 0$. Αντί προσηλ. λήψεται.

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} (\text{αριθμ.}) = 0 \Leftrightarrow \lambda^2 - \lambda = 0 \Leftrightarrow \lambda \cdot (\lambda - 1) = 0 \Leftrightarrow \lambda = 0 \text{ ή } \lambda = 1$

Εάνω εναλλακτικά:

Για $\lambda = 0$: $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)^2}{(x-1)(x+1)} = \frac{x-1}{x+1} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{0}{2} = 0$

Για $\lambda = 1$: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1} = \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)(x+1)} \cdot \lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{1-2}{1+1} = -\frac{1}{2}$

Άρα, τα προβλήματα είναι αδύνατα.