

Πί/ες πολυώνυμων.

1) $P(x) = ax^2 + bx + c, a \neq 0.$

$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
2 πί/ες	1 πί/α	0 πί/ες

$$i^2 = -1$$

$$x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$$

2) $P(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a > 0.$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = +\infty \Rightarrow \exists x_1 \text{ κατά το } +\infty \text{ ώστε } P(x_1) > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (ax^3) = -\infty \Rightarrow \exists x_2 \text{ κατά το } -\infty : P(x_2) < 0.$$

Από Θ. Bolzano $\Rightarrow \exists x_0 \in (x_2, x_1) : P(x_0) = 0$. x_0 πί/α των $P(x)$

Κάθε πολυώνυμο περιζών βαθμού έχει μια τουλάχιστον πί/α στο $\mathbb{R}$.

Αν x_0 πί/α των $P(x) \Rightarrow x - x_0$ παράγοντας. $P(x) = (x - x_0) \cdot Q(x)$

$\uparrow$
βαθ. v
 $\uparrow$
βαθ. $v-1$

3) Αν $P(x)$ πολυώνυμο αρτίου βαθμού.

π.χ. $P(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e, a > 0.$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} (ax^4) = +\infty \quad P(x_1) > 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} P(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (ax^4) = +\infty \quad P(x_2) > 0$$

Πίεσ πολυώνυμων.

Φαντασίζε $P(x) = (x^2 + x + 1) \cdot (x^2 - x + 1)$

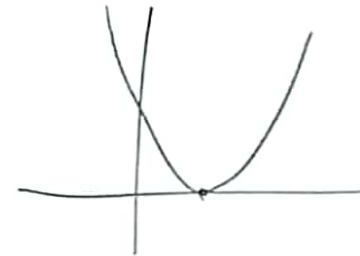
$$\Delta = 1^2 - 4 = -3 \quad | \quad \Delta = (-1)^2 - 4 = -3$$

$$\rightarrow x^4 - \cancel{x^3} + \cancel{x^2} + \cancel{x^3} - \cancel{x^2} + \cancel{x} + x^2 - \cancel{x} + 1 = x^4 + x^2 + 1 \quad \text{οχι πίεσ στο } \mathbb{R}.$$

αθμ. 2 / φωνηεντισμός

$$f(x) = ax^2 + bx + \gamma, \quad a \neq 0, \quad a\gamma + b\gamma + \gamma^2 < 0 \quad (\Leftarrow)$$

$$\gamma \cdot (a + b + \gamma) < 0$$



$$\left. \begin{array}{l} f(1) = a + b + \gamma \\ f(0) = \gamma \end{array} \right\} \Rightarrow f(0) \cdot f(1) < 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} \Rightarrow \text{από Θ. Bolzano} \Rightarrow \\ \exists x_1 \in (0, 1) \text{ πίεσ } f(x_1) = 0 \end{array} \right.$$

≠ 0 (αποφασιστική)

Αφού βρήκα μία πίεσ $\Rightarrow$ η Δ αποδείχεται να είναι $\Delta < 0$.

Έστω $\Delta = 0 \Rightarrow$ 1 διπλή πίεσ ομώς

$$\begin{array}{c} p \\ \hline f(x) \quad + \quad 0 \quad + \end{array}$$

$$\begin{array}{c} p \\ \hline f(x) \quad - \quad 0 \quad - \end{array}$$

$$f(0) \cdot f(1) < 0 \Rightarrow$$

$f(0), f(1)$ ετερόσημα

ΑΠΑΡ

Αφδ $\Delta > 0$.

$\alpha > 0$	p_1	p_2	$\downarrow$
+	-	-	+

$P_i \mid \varepsilon$ πολυωνύμων.

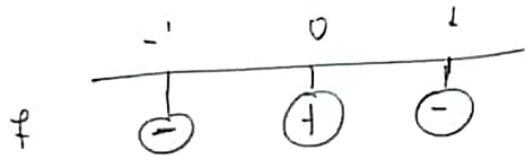
$$4) \quad f(x) = x^3 + ax^2 + b$$

$$b > 0, \quad a + b < -1 < 0$$

$$f(1) = 1 + a + b < 0$$

$$f(0) = b > 0$$

$$f(-1) = \underbrace{-1 + a + b}_{< 0} < 0$$



$$f(a) = a^3 + a^2 + b = 2a^2 + b$$

1ηο Bolzano $\rightarrow$

$$\exists p_1 \in (-1, 0) \quad p_i/2$$

$$\exists p_2 \in (0, 1) \quad p_i/2$$

Κάτω 2 Horner και

$$x^3 + ax^2 + b = (x - p_1) \cdot (x - p_2) \cdot (x + \lambda)$$

↓
βαθμιαί

↓
σημειώσεις
1 ei/2.