

Το ποσό για : 1 ή 0.

Απάντη: τα άκρα είναι 2 : 2, 3, 4, 5

Ασκ. 8. Έστω ότι η $f(x) = x^2 + 2mx - 1$ έχει 2 ρίζες

$f'(x) = 2x - 2mx$. Από Θ. Rolle η $f(x)$ τα άκρα είναι 1.

Παύ την εξίσωση:

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$2x - 2mx = 0 \Leftrightarrow$$

$$2mx = 2x \Rightarrow$$

$$|mx| = |x| \Leftrightarrow$$

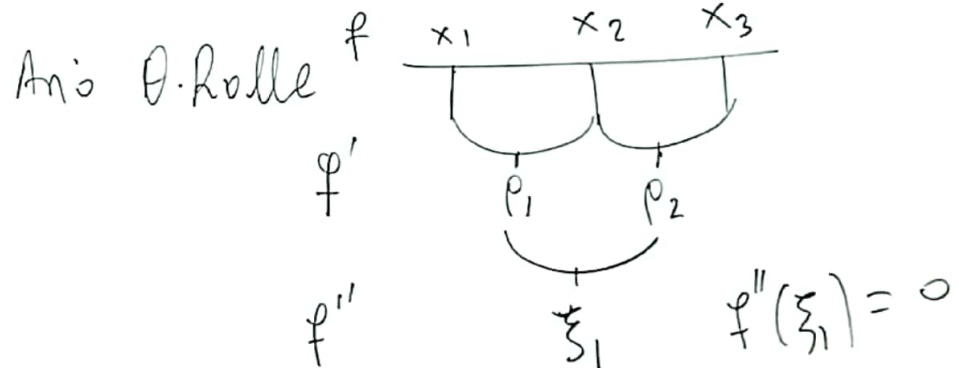
$$x = 0 \notin (0, 1)$$

Άρα.

Άρα $f(x)$ τα άκρα 1 ρίζα

Ασκ. 9) Με αναγωγή σε άνω.

Έστω ότι έχει 3 ρίζες



Άρα.

Άρα f τα άκρα 2 ρίζες

Το πλῆθος των συντελεστών Τότες, ισχύει ότι

το πλῆθος ρίζων της εξίσωσης $f(x) = g(x) \Rightarrow$

$$e^x + e^{-x} = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2 \Leftrightarrow$$

$$\underbrace{e^x + e^{-x} - \frac{1}{2}x^2 - 3x + 2}_{A(x)} = 0$$

$$A'(x) = e^x - e^{-x} - x - 3$$

$$A''(x) = e^x + e^{-x} - 1$$

Λίγω μου εξισώσεις

$$A''(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$e^x + \frac{1}{e^x} = 1 \quad (=)$$

$$e^x \cdot e^x + e^x \cdot \frac{1}{e^x} = e^x \neq 1$$

$$(e^x)^2 + 1 = e^x \Leftrightarrow$$

$$(e^x)^2 - e^x + 1 = 0$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 1 - 4 = -3 < 0$$

Αδύνατο.

Άρα $A''(x) \neq 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

και το (α) επιβεβαιώνεται $\Rightarrow$

$A(x)$ να έχει 2 ρίζες.

$$(11) \quad f'(x) = 4ax^3 + 2bx + \gamma. \quad f''(x) = 12ax^2 + 2b.$$

h εξιγωμεν $12ax^2 + 2b = 0$ 2 ριζες.

$$x^2 = -\frac{b}{6a}. \quad \text{Πρινη} \quad -\frac{b}{6a} > 0 \quad (\Rightarrow) \quad a, b \text{ ετεροσημα}$$

(12) Θ. δ. σ. η εξιγωμεν $f'(x) = 1 - 2x$ εχεν, 2 ριζες. 1 ριζη

$$(\Rightarrow) f'(x) + 2x - 1 = 0 \quad (\Rightarrow) (f(x) + x^2 - x) = 0.$$

εγωμεν $A(x) = f(x) + x^2 - x$

♡ $A(0) = f(0)$

ομως $f(0) = f(2) + 2 \quad (\Rightarrow)$

$f(0) - f(2) = 2$ ισχυει

$A(2) = f(2) + 4 - 2 = f(2) + 2 \quad \Rightarrow \quad \exists \xi \in (0, 2): A'(\xi) = 0.$

$$f'(\xi) = 1 - 2\xi \quad (\Rightarrow) \quad f'(\xi) + 2\xi - 1 = 0 \quad (\Rightarrow) \quad (f(\xi) + \xi^2 - \xi) = 0$$

$A(x) = f(x) + x^2 - x \dots \dots$ Λογος

13) D.S.V. n. f. f. w. m.

$$f'(x) - 2x \cdot \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2} = 0 \quad \text{für } x \text{ in }]a, b[$$

$$\left(f(x) - x^2 \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2} \right)' = 0$$

E. g. w. $A(x) = f(x) - x^2 \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2}$

$$A(a) = f(a) - a^2 \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2}$$

$$A(b) = f(b) - b^2 \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2}$$

$$\text{D.S.V. } f(a) - a^2 \cdot \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2} = f(b) - b^2 \cdot \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2} \quad k$$

$$f(a) - a^2 k = f(b) - b^2 k = 0$$

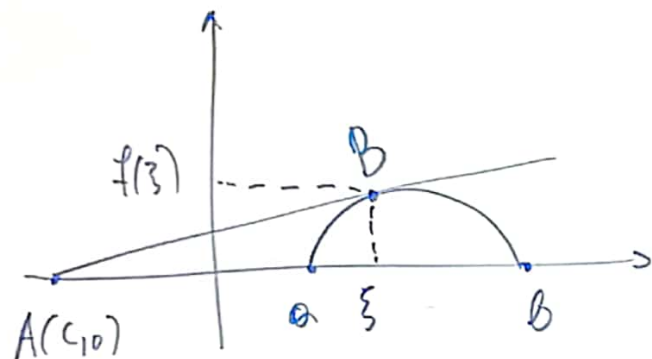
$$f(a) - f(b) = k(a^2 - b^2)$$

$$f(a) - f(b) = \frac{f(b) - f(a)}{b^2 - a^2} \cdot (a^2 - b^2) \quad (=) \quad f(a) - f(b) = -(f(b) - f(a))$$

w. o. n. i. s. 16x f

14

$$f(a) = f(b) = 0$$



Υπαρξιν εφαπτομένης $\iff$

Υπαρξιν σημείου ελαφύς

Θ.δ.ο. $\exists \xi \in (a, b)$ ώστε η

εφαπτομένη στο $B(\xi, f(\xi))$ να

διέρχεται από το $A(c, 0)$.

Η εξίσωση εφαπτομένης: $y - f(\xi) = f'(\xi) \cdot (x - \xi)$

η (ε) διέρχεται από το $A(c, 0) \iff 0 - f(\xi) = f'(\xi) \cdot (c - \xi)$

Θ.δ.ο. η εξίσωση $-f(x) = f'(x)(c - x)$ έχει λύση

$$0 = f'(x)(c - x) + f(x) \iff 0 = f'(x) + \frac{f(x)}{c - x}$$

$$0 = f'(x) \cdot \frac{1}{c - x} + f(x) \cdot \frac{1}{(c - x)^2} \iff \left(\frac{f(x)}{c - x} \right)' = 0$$

$$\left(\frac{1}{c - x} \right)' = \frac{-1}{(c - x)^2} \cdot (c - x)' = \frac{+1}{(c - x)^2}$$