

Αβρ. 15

Θ.δ.ο. έχει λύση η εξίσωση:

$$f'(x) + \mu \cdot f(x) = 0 \quad (1) \Leftrightarrow$$

$$f'(x) e^{\mu x} + \mu f(x) \cdot e^{\mu x} = 0 \Leftrightarrow$$

$$f'(x) \cdot e^{\mu x} + (e^{\mu x})' \cdot f(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$(f(x) \cdot e^{\mu x})' = 0 \quad (2)$$

Έστω $A(x) = f(x) \cdot e^{\mu x}$

♡ $A(x)$ είναι στο $[a, b]$

πράξεις + συνιστάται στην

♡ $A'(x) = f'(x) \cdot e^{\mu x} + f(x) (e^{\mu x})'$

στο (a, b)

♡ $A(a) = f(a) \cdot e^{\mu a} = 0$

$A(b) = f(b) \cdot e^{\mu b} = 0$

$A(a) = A(b)$

Από Θ. Rolle = 1

η εξίσωση $A'(x) = 0$ έχει λύση

Όταν επιλέγουμε $\mu = 1$ έχουμε:

$$f'(x) + g(x) \cdot f(x) = 0$$

Θεωρούμε $G(x)$ παράγωγο της $g(x)$ και πολλαπλασιάζουμε με $e^{G(x)}$

$$f'(x) \cdot e^{G(x)} + g(x) \cdot e^{G(x)} \cdot f(x) = 0$$

$$f'(x) \cdot e^{G(x)} + (e^{G(x)})' \cdot f(x) = 0$$

$$(f(x) \cdot e^{G(x)})' = 0$$

$\mu (f(x)) e^{\mu x}$

Αβ. 15

Θ.δ.ο. έχει λύση η εξίσωση:

Προχέρο

Μαθηματικό
δράση

$$f'(x) + \mu \cdot f(x) = 0 \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} f'(x) = -\mu \cdot f(x) \quad \leftarrow$$

$$\frac{f'(x)}{f(x)} = -\mu \Leftrightarrow \left(\ln f(x) \right)' = (-\mu x)' \quad \leftarrow$$

$$\left(\ln |f(x)| + \mu x \right)' = 0 \quad \text{Για } A(x) = \ln |f(x)| + \mu \cdot x$$

$$\ln f(x) = -\mu x \quad \leftarrow \quad e^{\ln f(x)} = e^{-\mu x} \quad \leftarrow \quad f(x) = e^{-\mu x} \quad \leftarrow$$

$$f(x) \cdot e^{\mu x} = 1$$

ελέγξ. $f'(x) \cdot e^{\mu x} + e^{\mu x} \cdot \mu \cdot f(x) = 0 \quad \leftarrow$

$$f'(x) e^{\mu x} + (e^{\mu x})' \cdot f(x) = 0$$