

Αξιολογήστε την έννοια εσωτερικό διάστημα

- 1) $A \quad \Delta = [a, b]$, το εσωτερικό του $\Delta_0 = (a, b)$
- 2) $A \quad \Delta = (a, b)$, το $\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \Delta_0 = (a, b) = \Delta$
- 3) $A \quad \Delta = [a, b)$, $\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \Delta_0 = (a, b)$
- 4) $A \quad \Delta = (a, +\infty)$, $\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \Delta_0 = (a, +\infty)$
- 5) $A \quad \Delta = (a, +\infty)$, $\Rightarrow \Rightarrow \Rightarrow \Delta_0 = (a, +\infty)$

Θεώρημα: A f συνεχ. σε διάστημα Δ και $f'(x) = 0 \quad \forall x \in \Delta_0$
 τότε $f(x) = c \quad \forall x \in \Delta$.

Απόδειξη: Έστω x_1, x_2 οποια του Δ . Θ. δ.ο $f(x_1) = f(x_2)$

Im rsp. $x_1 < x_2$, από Θ.Μ.Τ. $\Rightarrow \exists \xi \in (x_1, x_2) : \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = f'(\xi) = 0$

$\Rightarrow f(x_2) - f(x_1) = 0 \Rightarrow f(x_2) = f(x_1) \quad \text{o.e.d.}$

em rsp. $A \quad x_1 = x_2 \Rightarrow f(x_1) = f(x_2)$

$A \quad x_1 > x_2$ ομοίως ή με rsp. 1.

- $A \quad f'(x) = 0 \quad \forall x \in (2, 3)$ τότε
 $f(x) = c \quad \forall x \in [2, 3]$ (Α) πρέπει να
 είναι συνεχ. στο $[2, 3]$

- $A \quad f'(x) = 0 \quad \forall x \in D_f$ τότε $f(x) = c \quad \forall x \in D_f$

(Α) δεν είναι όλα D_f διαστήματα

Παράδειγμα: $f(x) = \begin{cases} 5, & \text{du } x \in (-\infty, 1] \\ -5, & \text{du } x \in [2, +\infty) \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} D_f = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty) \\ \text{όχι συνάρτηση.} \end{array} \right.$

$$f'(x) = 0 \quad \forall x \in (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$$

Αθ. 1 - Β' ου / Σελ. 139

$$D_f = \mathbb{R} \text{ με } |f(x) - f(y)| \leq (x - y)^2 \quad (1) \quad \forall x, y \in \mathbb{R}. \quad \text{Ν. Δ. ο. } f(x) = c \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Έστω οποιοδήποτε $x_0 \in \mathbb{R}$.

$$\text{Έχουμε } |f(x) - f(x_0)| \leq |x - x_0|^2, \quad x \neq x_0$$

$$\left| \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \right| \leq |x - x_0| \Rightarrow -|x - x_0| \leq \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \leq |x - x_0|$$

$$\lim_{x \rightarrow x_0} |x - x_0| = \lim_{x \rightarrow x_0} (-|x - x_0|) = 0$$

$$\text{Από το κριτήριο ομαλοποίησης} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = 0$$

$$\Rightarrow f'(x_0) = 0 \Rightarrow f'(x) = 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\text{Άρα } f(x) = c \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Ασκ. 1 / Φύλλα 510

$$(x-2) \cdot f'(x) = 2x^2 - 5x + 2 \quad (1) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

$$(x-2) \cdot f'(x) = (x-2) \cdot (2x-1) \quad \xleftrightarrow{x \neq 2}$$

$$\begin{array}{ccc|c} 2 & -5 & 2 & 2 \\ \downarrow & 4 & -2 & \\ \hline 2 & -1 & 0 & \end{array}$$

$$f'(x) = 2x-1, \quad x \in \mathbb{R} - \{2\}$$

$$f'(x) = (x^2 - x)' \quad (=)$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1, & x < 2 \\ C_3, & x = 2 \\ x^2 - x + C_2, & x > 2 \end{cases}$$

$$\text{Αρα } f(x) = \begin{cases} x^2 - x + C_1, & x \neq 2 \\ C_1 + 2, & x = 2 \end{cases}$$

$$\text{Αρα } f(x) = x^2 - x + C_1, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Αρα f απ/κν στο $x_0 = 2 \rightarrow \text{οχι}$ στο $x_0 = 2$

$$\hookrightarrow \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = f(2) \quad (=)$$

$$4 - 2 + C_1 = 4 - 2 + C_2 = C_3 \quad (=)$$

$$C_1 = C_2 \quad (\text{κν}) \quad 2 + C_2 = C_3 \quad (=)$$

$$C_3 = C_2 + 2$$