

Θεώρημα 1: Αν μια συνάρτηση είναι συνεχής σε διάστημα Δ
 τότε υπάρχει πάντα μια συνάρτηση F στο Δ με $F'(x) = f(x)$
 Η F ονομάζεται παράγωγος της f ή απλώς της f .

Θεώρημα 2: Αν $F(x), G(x)$ δύο παράγωγοι της f σε διάστημα Δ

Τότε $G(x) = F(x) + C \quad \forall x \in \Delta$.

Απόδειξη: Ας ας $F(x), G(x)$ παράγωγοι της f

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} F'(x) = f(x) \\ G'(x) = f(x) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} F'(x) = G'(x), \quad x \in \Delta \\ \Rightarrow G(x) = F(x) + C, \quad x \in \Delta \end{array}$$

Σημείωση:

Αν F παράγωγο της f
 στο Δ τότε $\exists$ $G(x) = F(x) + C$
 που είναι παράγωγο της f
 στο Δ .

$$G'(x) = (F(x) + C)' = F'(x) = f(x).$$

Συναρτήσεις	Παραγώγους
x^v	$\frac{1}{v+1} \cdot x^{v+1} + c, x \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$\sqrt{x} + c, x \in (0, +\infty)$
$\cos x$	$\sin x + c, x \in \mathbb{R}$
$\sin x$	$-\cos x + c, x \in \mathbb{R}$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + c, x \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + c, x \in \mathbb{R} - \left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}$ <u>Λόγος</u>

$\cos x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$	
Συναρτήσεις	Παραγώγους
$\frac{1}{n\mu^2 x}$	$-\ln x + c, x \in (0, +\infty)$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + c, x \in (0, +\infty)$
$\frac{1}{x}, x \in \mathbb{R}^*$	$F(x) = \begin{cases} \ln x + c_1, & x > 0 \\ \ln x + c_2, & x < 0 \end{cases}$
$(ax+b)^v$	$\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{v+1} (ax+b)^{v+1} + c$
$\cos(ax+b)$	$\frac{1}{a} \sin(ax+b) + c$
$\sin(ax+b)$	$-\frac{1}{a} \cos(ax+b) + c$

$$\left[\frac{1}{a} \cdot \ln(ax+b) \right]' = \frac{1}{a} \cdot \ln(ax+b) \cdot (ax+b)' = \ln(ax+b) \quad \text{o.e.s.}$$

Συνάρτηση	Παράγωγα
e^{ax+b}	$\frac{1}{a} e^{ax+b} + C$
$2x \cdot e^{x^2} = (x^2)' \cdot e^{x^2}$	$(e^{x^2})' + C$
$e^{f(x)} \cdot f'(x)$	$e^{f(x)} + C$
$f'(x) \cdot \ln f(x)$	$\ln f(x) + C$

Γενική μεθοδολογία εκφωνήσεων των αβκισμών των σχολικών βιβλίων σελ. 189-191

Όπου $\int f(x) dx$ είναι να βάλουμε : << να βρούμε παράγωγα της f >>.

Δευ. 1 / Σ. 189

ii) $\int \frac{x^2+x+1}{x} dx$ να βρούμε παράγωγα της

$$\frac{x^2+x+1}{x} = f(x)$$

$$D_f = \mathbb{R}^* = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$$

$$f(x) = \frac{x^2}{x} + \frac{x}{x} + \frac{1}{x} = x + 1 + \frac{1}{x} = \left(\frac{x^2}{2} + x + \ln|x| \right)'$$

[illegible]

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{2} + x + \ln|x| + C_1, & x < 0 \\ \frac{x^2}{2} + x + \ln|x| + C_2, & x > 0 \end{cases}$$

(iv) $\int \frac{x^3 + 8}{x + 2} dx \rightarrow$ ~~12p2~~ ~~100~~ ~~625~~ ~~ms~~ ~~f(x)~~

$$f(x) = \frac{x^3 + 8}{x + 2} = \frac{(x+2) \cdot (x^2 - 2x + 4)}{x+2} \quad x \in \mathbb{R} - \{-2\} =$$

$$\begin{aligned} a^3 + b^3 &= (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2) \\ a^3 - b^3 &= (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2) \end{aligned}$$

$$(-\infty, -2) \cup (-2, +\infty)$$

U255 01 0202000622 25 f
92' 21

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x^3}{3} - x^2 + 4x + C_1, & x \in (-\infty, -2) \\ \frac{x^3}{3} - x^2 + 4x + C_2, & x \in (-2, +\infty) \end{cases}$$

$\int 3x\sqrt{x} dx \rightsquigarrow$ via integration
 or antiderivative $\rightsquigarrow$ $f(x) = 3x\sqrt{x}$
 $Df = [0, +\infty)$

$$D_f = \int_0^{+\infty}.$$

$$Df = [0, +\infty)$$
$$f(x) = 3x \cdot x^{\frac{1}{2}} = 3 \cdot x^{\frac{3}{2}} = 3 \cdot \left(\frac{1}{\frac{3}{2}+1} x^{\frac{3}{2}+1} \right)$$
$$= 3 \cdot \frac{2}{5} \cdot x^{\frac{5}{2}} = \frac{6}{5} \sqrt{x^5} \cdot x \in (0, +\infty)$$