

Υπολογισμός Εμβαδίων χωρίων.

1m περίπτωση

- 1) Χωρίο από τον άξονα x ,
- 2) Μια γραμμική απόσπαση
- 3) 2 κάθετες ευθείες $x=a, x=b$

Μέγεθος: $E(\square) = \int_a^b |f(x)| dx$

2m περίπτωση

- 1) Από 2 γραμμικές απόσπασεις f, g

Μέγεθος: α) Ανάμεση εξίσωση $f(x) = g(x)$
και διαφέρουν ως προς $x_1 < x_2 < x_3$

$$E(\square) = \int_{x_1}^{x_3} |f(x) - g(x)| dx$$

x_1 m μίσηση, x_3 m τέταρτη

3m περίπτωση: Από 3 m νεπίστροφες
γραμμικές απόσπασης n.x. C_f, C_h, C_g .

- 1) Ανάμεση εξίσωση:

$$f(x) = g(x) \rightarrow \text{πί} \text{ } x_1$$

$$g(x) = h(x) \rightarrow \text{ } x_2$$

$$f(x) = h(x) \rightarrow \text{ } x_3$$

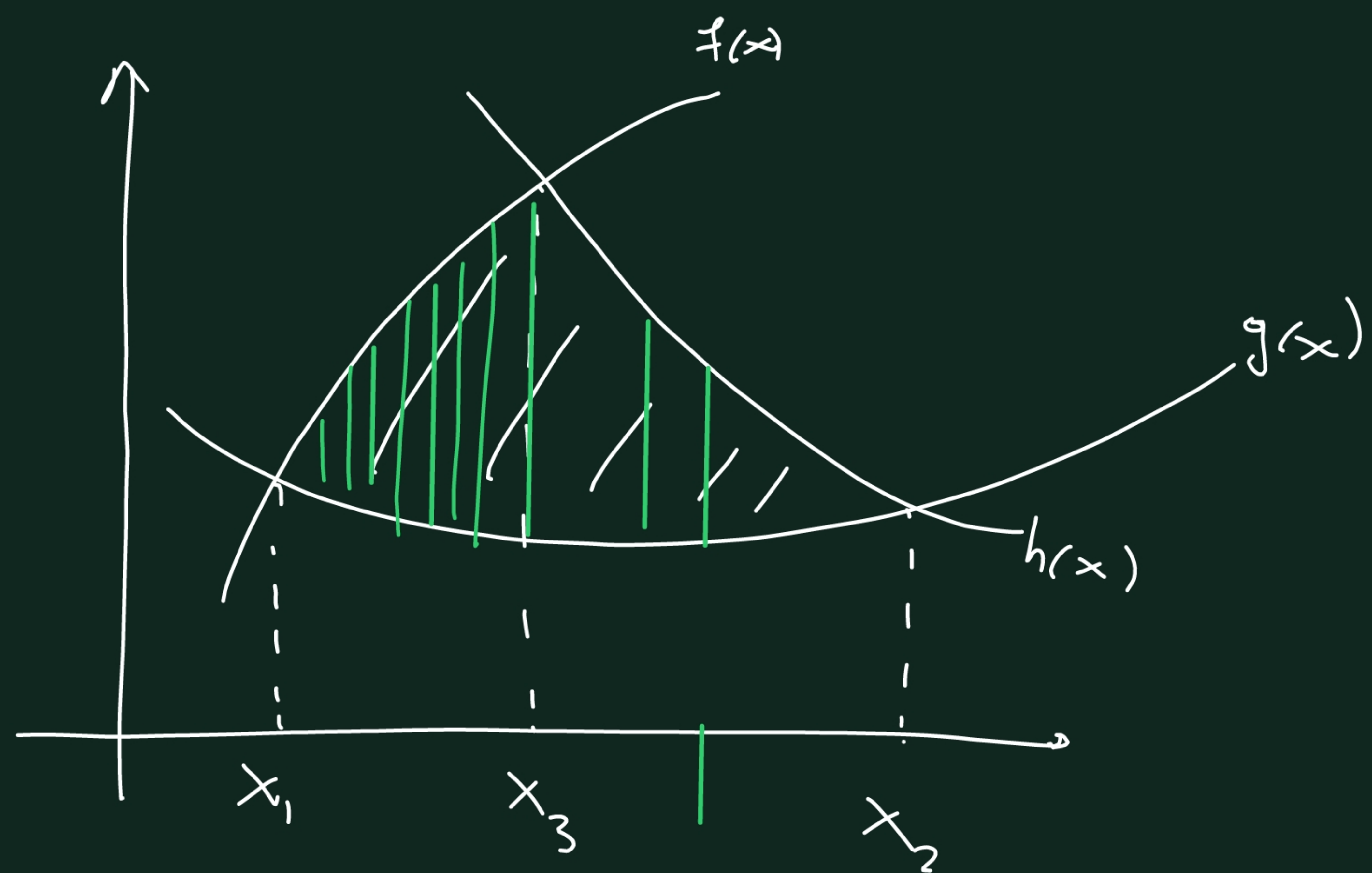
- 2) Γραμμική

απόσπαση

Διατάσσονται ως εξής

$$x_1 < x_3 < x_2$$

$$E(\square) = \int_{x_1}^{x_3} |f(x) - g(x)| dx + \int_{x_3}^{x_2} |g(x) - h(x)| dx$$



$$E(\underline{0}) = \int_{x_1}^{x_3} |f(x) - h(x)| dx + \int_{x_3}^{x_2} |h(x) - g(x)| dx$$

264.2 - BOM

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + 3, & x < 1 \\ 2\sqrt{x}, & x \geq 1 \end{cases}$$

$$x = -1$$

$$x = 2$$

2 ζ 0 v 2 s x' x

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -1 + 3 = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2\sqrt{1} = 2$$

$$f(1) = 2\sqrt{1} = 2. \text{ And } f \text{ is continuous on } X_0 = 1.$$

Επιπλέον f is continuous on $[-1, 1], (1, 2]$

So f is continuous on $[-1, 2]$. And also f is continuous on $[-1, 2]$.

$$E(\underline{0}) = \int_{-1}^2 |f(x)| dx = \int_{-1}^1 |-x^2 + 3| dx + \int_1^2 |2\sqrt{x}| dx$$

$$2\sqrt{x} > 0 \quad \forall x \in [1, 2].$$

And also $-x^2 + 3 > 0$

$$-x^2 + 3 > 0 \Leftrightarrow$$

$$-x^2 > -3 \Leftrightarrow x^2 < 3 \Leftrightarrow |x| < \sqrt{3}$$

$$-\sqrt{3} < x < \sqrt{3} \approx 1.7$$

$$-1.7$$



$$E(\underline{v}) = \int_{-1}^1 (-x^2 + 3) dx + \int_1^3 2\sqrt{x} dx$$

ΑΓΚ.4 - Β'ΟΜ / Σελ. 232

$$f(x) = \sqrt{x-1}, \quad g(x) = \frac{x+1}{3}$$

Λίγω μν εξισώσω

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \sqrt{x-1} = \frac{x+1}{3}$$

Πρέπει: $x-1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$

$$\sqrt{x-1} = \frac{(x+1)^2}{9} \Leftrightarrow$$

$$9(x-1) = x^2 + 2x + 1 \Leftrightarrow$$

$$0 = x^2 - 7x + 10 \Leftrightarrow x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{49-40}}{2} = \frac{7 \pm 3}{2}$$

$$E(\underline{v}) = \int_2^5 |f(x) - g(x)| dx.$$

0, $f(x), g(x)$ συνεχ $\Rightarrow$ η $f(x) - g(x)$ συνεχ και

Η συνάρτηση $A(x) = f(x) - g(x)$ είναι συνεχ και δεν

μεταβάλλεται στο $(2,5)$, άρα στο $[2,5]$ θα είναι Bolzano διατηρη

πρόβλεψη. $A(3) = f(3) - g(3) = \sqrt{3-1} - \frac{3+1}{3} = \sqrt{2} - \frac{4}{3} > 0$

ο.δ.ο. $\sqrt{2} > \frac{4}{3} \Leftrightarrow$

$$\sqrt{2}^2 > \left(\frac{4}{3}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$2 > \frac{16}{9} \Leftrightarrow 2 \cdot 9 > 16$$

Αρα $A(x) > 0 \quad \forall x \in (2,5)$.

$$E(\underline{v}) = \int_2^5 (f(x) - g(x)) dx = \dots$$

Να βρείτε το εμβαδόν του χωρίου που σχηματίζεται από τις παρακάτω
 τρεις συναρτήσεις $f(x) = x^3 - 5x^2 + 10x$, $g(x) = x^2 - x + 6$.

Πρώτα να εξισώσω

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow$$

$$x^3 - 5x^2 + 10x = x^2 - x + 6 \Leftrightarrow$$

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$$

$$\text{Αν } p \in \mathbb{Z} \text{ } p \nmid 6 \Rightarrow p \in \Delta(G) = \{\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6\}$$

1	-6	11	-6	1
↓	1	-5	6	
1	-5	6	0	

$$(x-1)(x^2-5x+6) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x=1 \text{ ή } x^2-5x+6=0$$

$$x_{1,2} = \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix}$$

$$1 < 2 < 3$$

Οι συναρτήσεις f, g είναι όλες
 στο $[1, 3] \Rightarrow$ η $A(x) = f(x) - g(x)$
 ολοκληρώθηκε στο $[1, 3]$

$$E(u) = \int_1^3 |f(x) - g(x)| dx$$

$$= \int_1^3 |x^3 - 6x^2 + 11x - 6| dx$$

	$-\infty$	1	2	3	$+\infty$
$x-1$		-	0	+	
x^2-5x+6		+		0	+
$A(x)$		-	0	+	0

$$\text{Apra } E(0) = \int_1^2 (x^3 - 6x^2 + 11x - 6) dx + \int_2^3 (-x^3 + 6x^2 - 11x + 6) dx = \dots$$

ΑΓΝ. 8 $f(x) = \min x$. Εφαρμόζουμε ε_1 στο x_0 , ε_2 : στο $x > n$.

$$\varepsilon_1: y - f(0) = f'(0) \cdot (x - 0) \Leftrightarrow y - \min 0 = \cos 0 \cdot x \Rightarrow \underline{y = x}$$

$$\varepsilon_2: y - f(n) = f'(n) \cdot (x - n) \Leftrightarrow y - \min n = \cos n \cdot (x - n) \Rightarrow \underline{y = -x + n}$$

Νο βρήκαμε το E στο 0 : $f, \varepsilon_1, \varepsilon_2$

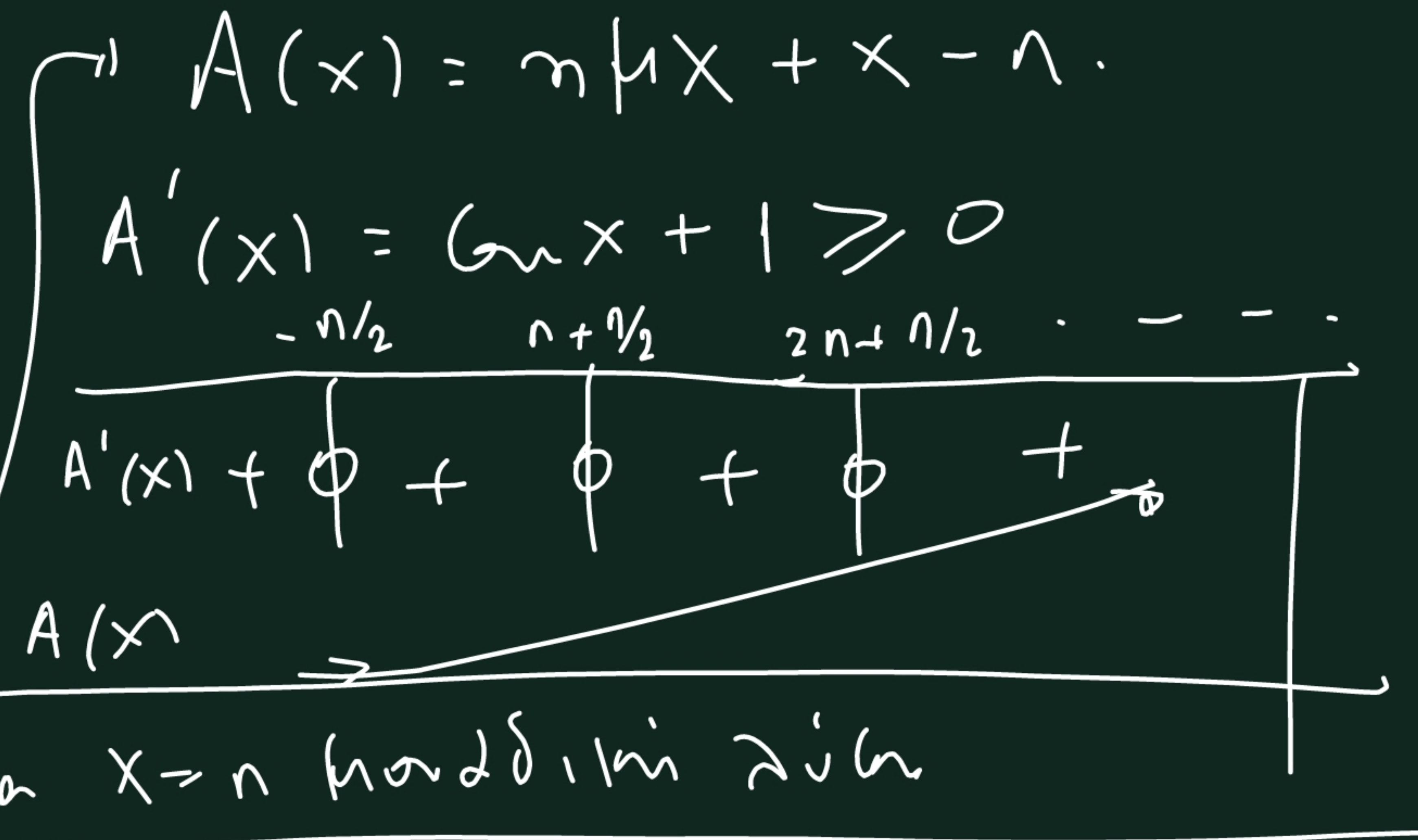
Βρίσκουμε τα κοινά σημεία, αυτά 2 με διαφάνεια.

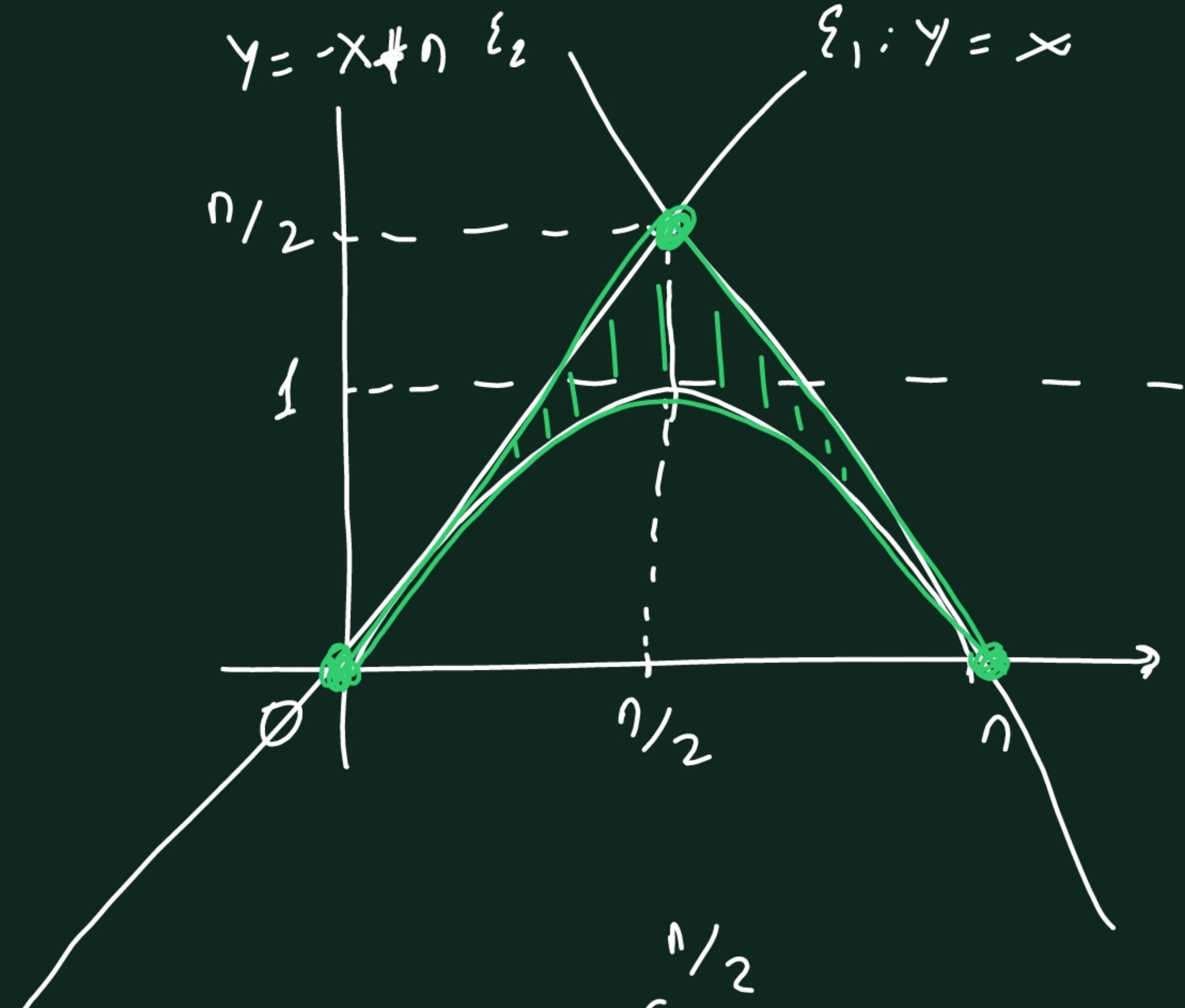
f, ε_1 $f(x) = x \Leftrightarrow \min x = x \Leftrightarrow \underline{x = 0}$

$|\min x| \leq |x|$ και το " $=$ " ισχύει μόνο στο $x = 0$

f, ε_2 : $f(x) = -x + n \Leftrightarrow \min x = -x + n$
 αποφασίζουμε στο $\underline{x = n}$ (στο σημείο αυτό)

$\varepsilon_1, \varepsilon_2$ $x = -x + n \Leftrightarrow 2x = n \Leftrightarrow \underline{x = \frac{n}{2}}$





- Για να βρω το πρόβλημα που αναπαράσχει υπάρχουν τρία
- 1) Ανάη ελαστικότητα: γνωρίζω τα β. αναπαράσχει από το ίδιο
 - 2) Ειδικά, αν πρόκειται να εφαρμοστεί: βρίσκω f'' και να κυρώσω.
 - 3) Πιθανόν να δίνω $f(x) < g(x)$
 $\swarrow$ κατά διαδοχικά
 $\searrow$ σχήμα Bolzano.

$$E(\underline{\circ}) = \int_0^{n/2} |f(x) - x| dx + \int_{n/2}^n |f(x) - (-x+n)| dx$$

$$= \int_0^{n/2} (x - n/4) dx + \int_{n/2}^n (-x + n - n/4) dx$$

Αδυν. 9 / Σελ. 233

1) $f(x) = \sqrt{x}$, $x \geq 0$

2) εφαρμόζουμε στο $A(1,1)$

3) τον άξονα x

(κ) $y - f(1) = f'(1) \cdot (x - 1) \Leftrightarrow f''(x) = -\frac{(2\sqrt{x})}{(2\sqrt{x})^2} =$

$y - 1 = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} \Leftrightarrow$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

οπότε 2α κοινά σημεία αντ. 2.

$f(x) = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

$\sqrt{x} = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

και λύνουμε $x = 1$

$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$f''(x) = -\frac{(2\sqrt{x})}{(2\sqrt{x})^2} =$

$= -\frac{2 \cdot 1}{2\sqrt{x} \cdot 4 \cdot x} = -\frac{1}{4x\sqrt{x}} < 0$

$\Rightarrow f$ κοίτη $\Rightarrow$ η C_f κάτω από
καθ' η εφαρμογή μας

$\sqrt{x} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -1$

$\int_{-1}^0 \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}\right) dx + \int_0^1 \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} - \sqrt{x}\right) dx$

