

Μελέτη μονωνίων

$$f(x) = -2(x-3)^4 - 5(x-3)^2 + 1$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$\text{Έστω } x_1, x_2 \in \mathbb{R} \text{ με } 3 \leq x_1 < x_2 \Leftrightarrow 0 \leq x_1 - 3 < x_2 - 3 \Leftrightarrow (x_1 - 3)^4 < (x_2 - 3)^4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2(x_1 - 3)^4 > -2(x_2 - 3)^4 \quad (1)$$

$$3 \leq x_1 < x_2 \Leftrightarrow 0 \leq x_1 - 3 < x_2 - 3 \Leftrightarrow (x_1 - 3)^2 < (x_2 - 3)^2 \Leftrightarrow$$

$$-5(x_1 - 3)^2 > -5(x_2 - 3)^2 \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow -2(x_1 - 3)^4 - 5(x_1 - 3)^2 > -2(x_2 - 3)^4 - 5(x_2 - 3)^2 \Leftrightarrow$$

$$\underline{-2(x_1 - 3)^4 - 5(x_1 - 3)^2 + 1} > \underline{-2(x_2 - 3)^4 - 5(x_2 - 3)^2 + 1} \Leftrightarrow \underline{f(x_1) > f(x_2)}$$

$$\text{Έστω } x_1, x_2 \in \mathbb{R} \text{ με } x_1 < x_2 \leq 3$$

Αρα $\nexists$ στο $[3, +\infty)$

$$\Rightarrow x_1 - 3 < x_2 - 3 \leq 0 \Leftrightarrow (x_1 - 3)^4 > (x_2 - 3)^4 \Leftrightarrow -2(x_1 - 3)^4 < -2(x_2 - 3)^4 \quad (3)$$

$$\hookrightarrow (x_1 - 3)^2 > (x_2 - 3)^2 \Leftrightarrow -5(x_1 - 3)^2 < -5(x_2 - 3)^2 \quad (4)$$

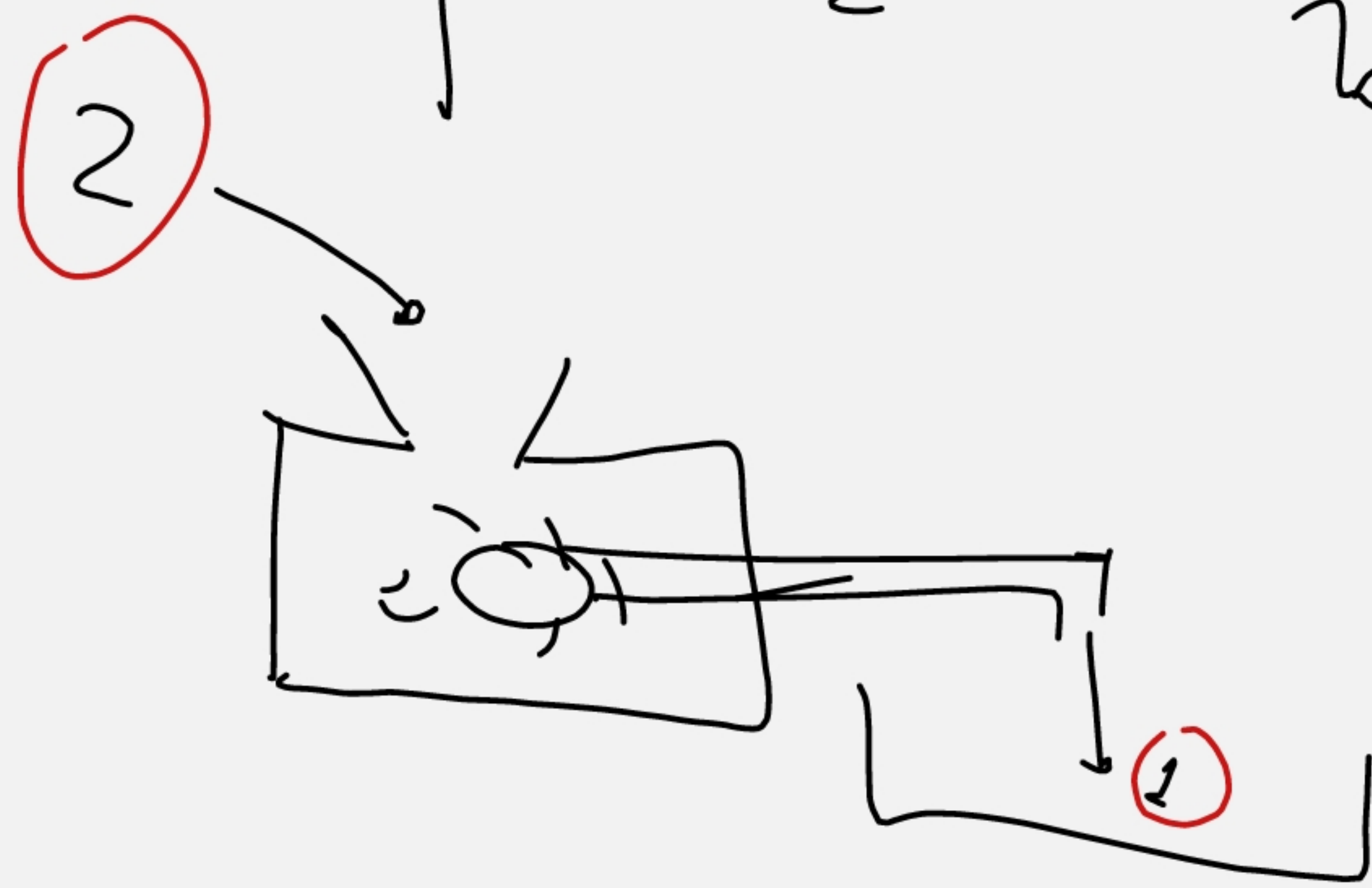
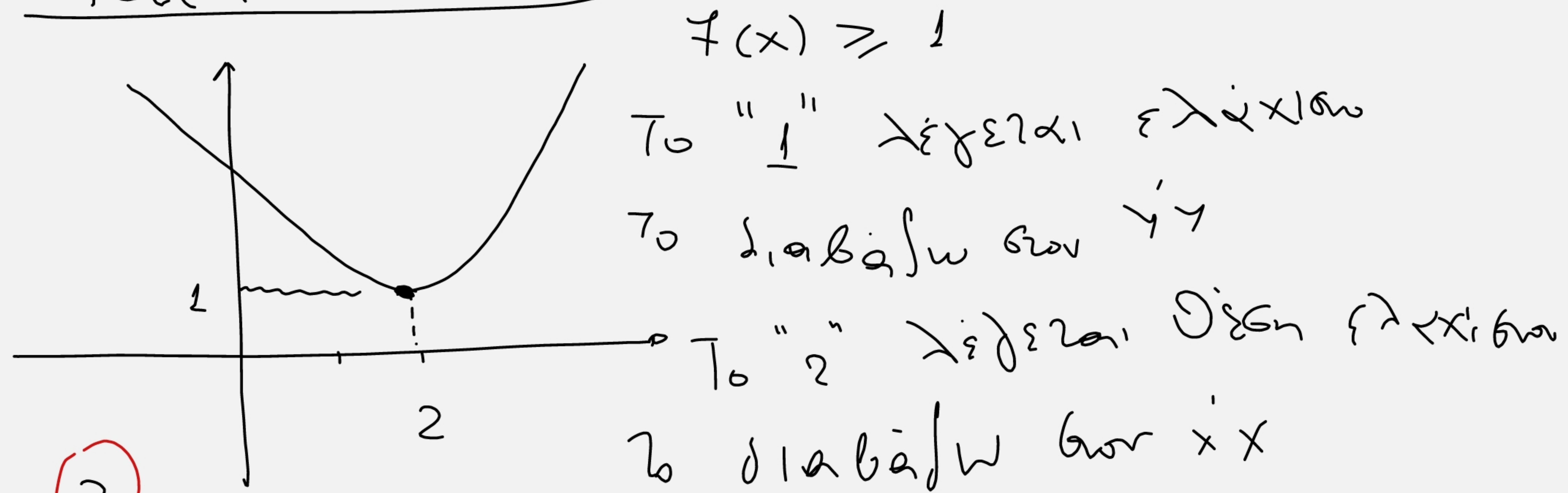
Ακρότατα συναρτήσεων

$\exists$: "υπάρχει"
 $\forall$: "για κάθε"

Ορισμός: Έστω συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$.

1) Λέμε ότι η f παρουσιάζει ελάχιστο $\Leftrightarrow \exists x_0 \in A$ ώστε $f(x) \geq f(x_0) \forall x \in A$

Παραδείγματα



2ο παράδ. $f(x) = 5(x-2)^2 + 1$

$D_f = \mathbb{R}$

$$(x-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow 5(x-2)^2 \geq 0 \Leftrightarrow$$

$$5(x-2)^2 + 1 \geq 1 \Leftrightarrow$$

$$f(x) \geq 1$$

$$\text{Το "=" ισχύει} \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Στη θέση $x_0 = 2$ παρουσιάζει

ελάχιστο, το 1