

Το λείψανο μιας μεμβλήτης

$$P(x) = ax^3 + bx^2 + \gamma x + \delta, \quad a \neq 0 \implies \deg P(x) = 3.$$

$$Q(x) = kx^4 + \lambda x^3 + \mu x^2 + \eta x + \rho,$$

$$P(x) = Q(x) \iff \left\{ \begin{array}{l} k=0, \lambda=a \\ \mu=b, \eta=\gamma, \rho=\delta \end{array} \right\}$$

Αριθμητική τιμή πολυωνύμων.

Π.χ. $P(x) = 2x^3 - 5x^2 + x + 2$

$$P(2) = 2 \cdot 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 2 + 2 = 16 - 20 + 2 + 2 = 0.$$

Αφού $P(2) = 0 \implies 2$ ρίζα της $P(x)$

$$\begin{aligned} P(-1) &= 2 \cdot (-1)^3 - 5(-1)^2 + (-1) + 2 = \\ &= 2 \cdot (-1) - 5 \cdot 1 - 1 + 2 = \\ &= -2 - 5 - 1 + 2 = -6 \end{aligned}$$

αβγ. 6 / Σελ. 131

$$P(x) = x^3 - kx^2 + 5x + k$$

έχει ρίζα 2.

$$P(2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$2^3 - k \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 + k = 0 \Leftrightarrow$$

$$8 - 4k + 10 + k = 0 \Leftrightarrow$$

$$-3k + 18 = 0 \Leftrightarrow$$

$$-3k = -18$$

$$k = 6$$

αβγ. 1 - Β'ΟΜ / Σελ. 132

$$f(x) = 3x^2 - 7x + 5, \quad f(x) = ax(x+1) + bx + \gamma$$

$$ax \cdot (x+1) + bx + \gamma = 3x^2 - 7x + 5 \Leftrightarrow$$

$$ax^2 + \underline{ax + bx} + \gamma = 3x^2 - 7x + 5 \Leftrightarrow$$

$$ax^2 + (a+b)x + \gamma = 3x^2 - 7x + 5$$

ανηγμένη μορφή

$$a = 3$$

kan

$$a + b = -7$$

$$3 + b = -7$$

$$b = -10$$

kan

$$\gamma = 5$$

α6u.3 / Σελ. 131

$$P(x) = (4\mu^3 - \mu)x^3 + 4\left(\mu^2 - \frac{1}{4}\right)x - 2\mu + 1$$

Πρέπει και αρκεί:

$$4\mu^3 - \mu = 0 \quad \text{και} \quad 4\left(\mu^2 - \frac{1}{4}\right) = 0 \quad \text{και} \quad -2\mu + 1 = 0$$

επαληθεύω
 $\mu = \frac{1}{2}$

$$4\left(\frac{1}{2}\right)^3 - \frac{1}{2} = 0 \quad \neq 1$$

$$4 \cdot \frac{1}{8} - \frac{1}{2} = 0 \quad (=)$$

$$\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0 \quad \text{οκ.}$$

$$4 \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$4 \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$4 \cdot 0 = 0$$

οκ.

$$\mu = \frac{1}{2}$$

Άσκηση: Να βρείτε το $a \in \mathbb{R}$ ώστε το πολυώνυμο

$$P(x) = (a^2 - 3a + 2) \cdot x^2 + (a^2 - 1) \cdot x + (a^4 - 15a^3 + 17a^2 - 3)$$

να είναι το μηδενικό πολυώνυμο.

Πρέπει καν αρκεί:

$$a^2 - 3a + 2 = 0$$

kan

Για $a = 1$

$$1^2 - 3 \cdot 1 + 2 = 0 \quad \checkmark$$

$$1 - 3 + 2 = 0 \quad \text{o.k.}$$

Για $a = -1$ ~~X~~

$$(-1)^2 - 3 \cdot (-1) + 2 = 0$$

$$1 + 3 + 2 = 0 \quad \checkmark \quad \text{6} = 0$$

$$a^2 - 1 = 0 \quad \checkmark$$

$$a^2 = 1 \quad (\checkmark)$$

$$a = \pm 1$$

$$26u.4,5 / \sum.131$$

$$26u.2,3 / \sum.132$$

kan

$$a^4 - 15a^3 + 17a^2 - 3 = 0$$

Για $a = 1$

$$1^4 - 15 \cdot 1^3 + 17 \cdot 1^2 - 3 = 0$$

$$1 - 15 + 17 - 3 = 0$$

$$0 = 0$$