

$\Sigma \cup \Sigma$ αποδείξεις - θεωρίας:

- Το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x)$ δια $x-p$, $v = P(p)$

$\Sigma \varepsilon \lambda. 134$

- $x-p$ να μη χωρίζεται $\Leftrightarrow P(p) \neq 0$ $\Sigma \varepsilon \lambda. 135$

- Το θεώρημα των ακέραιων ριζών $\Sigma \varepsilon \lambda. 141$

- $\log_{\cup_a}(\cup_a \mathcal{D}_1 \cup_a \mathcal{D}_2) = \log_{\cup_a} \mathcal{D}_1 + \log_{\cup_a} \mathcal{D}_2$ $\rightarrow \Sigma \varepsilon \lambda. 175$
 - $\log_{\cup_a}(\mathcal{D}^k) = k \log_{\cup_a} \mathcal{D}$
- Μπορούμε με 2 μεθόδους
α) τον b, b_2 τον
β) τη δίκη μου

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x)=\ln(e^x-1)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και το σημείο τομής της γραφικής της παράστασης με τον άξονα $x'x$.

β) Να λύσετε την εξίσωση $f(x)=x-1$.

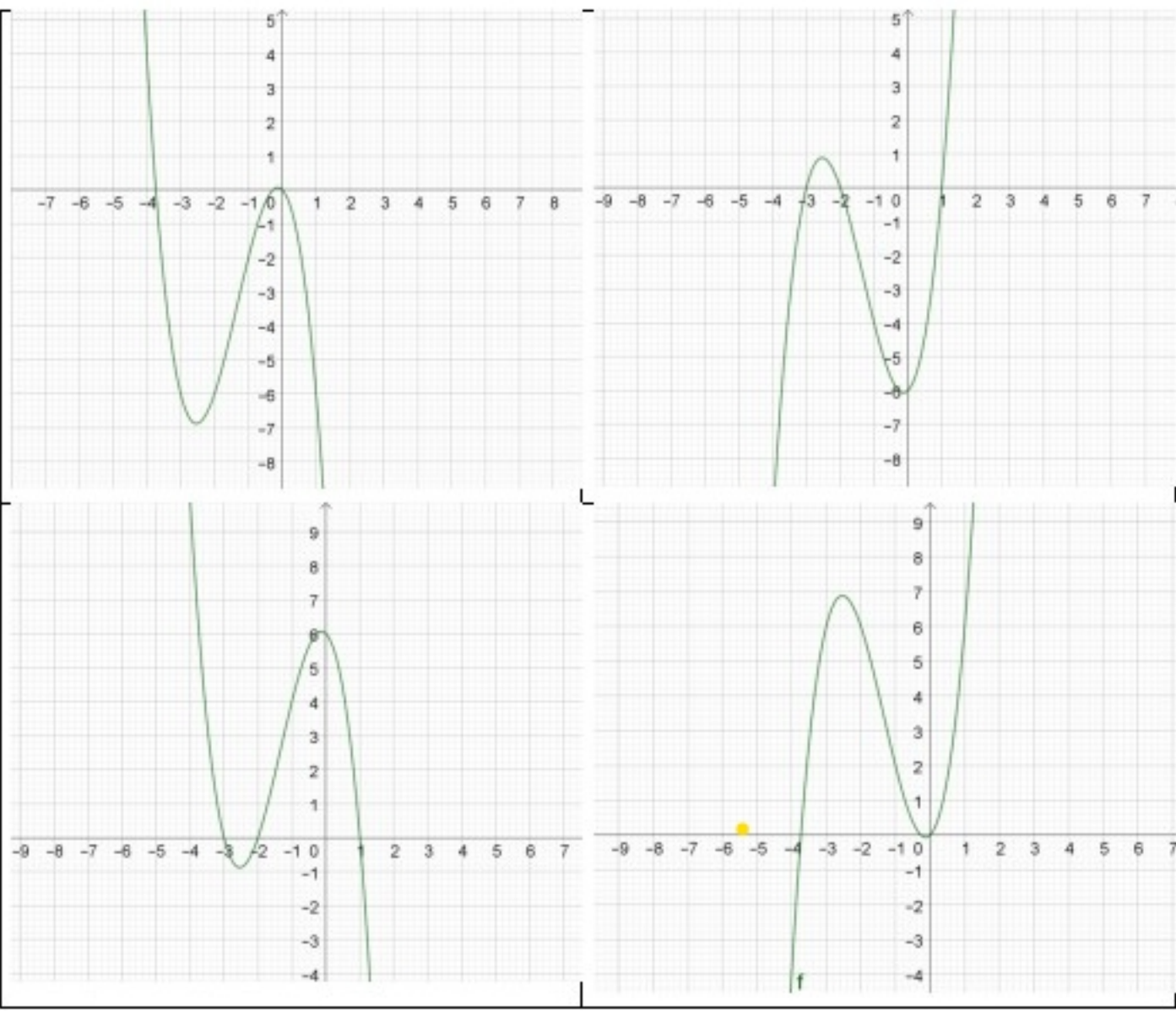
γ) Να αποδείξετε ότι αν $a>0$, τότε η γραφική παράσταση της f δεν έχει κοινά σημεία με την ευθεία $y=x+a$

2. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=-x^3-4x^2-x+6$.

α) Να λύσετε την ανίσωση $P(x)<0$.

β) Από τα παρακάτω σχήματα, ένα μόνο μπορεί να αντιστοιχεί στην γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$. Να βρείτε ποιο αιτιολογώντας την απάντησή σας.

γ) Να αποδείξετε ότι η εξίσωση $P(x)=\ln x$ έχει μοναδική λύση την $x=1$.



3. Σε ένα πείραμα εργαστηρίου, ο αριθμός των βακτηρίων δίνεται από τον τύπο $P(t)=200\cdot e^{t/6}$, Όπου t ο χρόνος σε ώρες από την αρχή του πειράματος ($t=0$). Σε μία ώρα ο αριθμός των βακτηρίων ήταν 328. (Δίνεται ότι $\ln(1,64)\approx 0,5$ και $\ln 10\approx 2,3$)

7. Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^3 - ax^2 + 7x - \beta$, $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$.

Αν το πολυώνυμο έχει παράγοντα το $x - 3$ και το υπόλοιπο της διαίρεσης $P(x) : (x + 1)$ είναι $v = -16$, τότε:

α) Να υπολογισθούν οι τιμές των α, β .

Αν είναι $\alpha = 5$, $\beta = 3$, β) να λυθεί η εξίσωση $P(x) = 0$.

γ) να λυθεί η ανίσωση $P(x) < 0$.

δ) Αν $P(\ln k) < 0$, τότε να βρεθούν οι τιμές του πραγματικού αριθμού k .

$$(a) \quad P(x) = x^3 - ax^2 + 7x - \beta$$

$$P(3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$3^3 - a \cdot 3^2 + 7 \cdot 3 - \beta = 0$$

$$27 - 9a + 21 - \beta = 0 \Rightarrow$$

$$-9a - \beta + 48 = 0$$

$$-a - \beta = -8 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} a + \beta = 8 \Rightarrow a = 8 - \beta \\ \\ \end{array}$$

$$-9a - \beta = -48 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 9a + \beta = 48 \Leftrightarrow \\ \\ \end{array}$$

$$9 \cdot (8 - \beta) + \beta = 48 \Rightarrow 72 - 9\beta + \beta = 48 \Rightarrow$$

$$72 - 8\beta = 48 \Rightarrow \frac{-8\beta}{-8} = \frac{-24}{-8} \Rightarrow \boxed{\beta = 3}$$

$$\boxed{a = 5}$$

$$P(-1) = -16 \Leftrightarrow$$

$$-1^3 - a \cdot (-1)^2 + 7 \cdot (-1) - \beta = -16 \quad (-)$$

$$-1 - a - 7 - \beta = -16 \quad (=)$$

$$-a - \beta - 8 + 16 = 0 \quad (=) \quad -a - \beta + 8 = 0$$

$$b) P(x) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^3 - 5x^2 + 7x - 3 = 0$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -5 & 7 & -3 & 3 \end{array}$$

$$\downarrow \quad 3 \quad -6 \quad +3$$

$$\begin{array}{cccc|c} 1 & -2 & +1 & 0 & \end{array}$$

$$(r) P(x) < 0 \Leftrightarrow$$

$$(x-3)(x^2-2x+1) < 0$$

$$d) P(\ln k) < 0 \Leftrightarrow$$

$$\text{Daher } \ln k = w \Leftrightarrow$$

$$P(w) < 0 \Leftrightarrow$$

$$w \in (-\infty, 1) \cup (1, 3)$$

$$(x-3)(x^2-2x+1) = 0 \rightarrow (x-1)^2$$

$$x-3=0 \vee x^2-2x+1=0$$

$$x=3$$

$$\Delta = 4 - 4 = 0$$

$$x = \frac{-B \pm 0}{2a} = \frac{2}{2} = 1$$

	$-\infty$	1	3	$+\infty$	
$x-3$	-	-	0	+	
x^2-2x+1	+	0	+	+	
$P(x)$	-	0	-	0	+

$x \in$

$$x \in (-\infty, 1) \cup (1, 3)$$

$$\ln k < 1$$

$$\ln k < \ln e$$

$$k < e$$

$$\vee 1 < \ln k < 3$$

$$1 < \ln k < 3 \cdot 1$$

$$\ln e < \ln k < 3 \cdot \ln e$$

$$\ln e < \ln k < \ln e^3$$

$$e < k < e^3$$