

$$P(x) = 4x^2 + 7x + 1$$

$$P(x) = a x \cdot (x+1) + 3bx + 1 \quad (=)$$

$$4x^2 + 7x + 1 = ax^2 + ax + 3bx + 1 \quad (\neq)$$

$$4x^2 + 7x + 1 = ax^2 + (a+3b)x + 1$$

$$a=4$$

$$a+3b=7$$

$$4x^2 + 7x + 1 = 4x^2 + b \cdot (x+1) + a$$

$$\gg = 4x^2 + bx + (b+a)$$

$$4=4 \quad b=7 \quad b+a=1$$

$$1=1$$

α62.1 / Σελ. 139

$$\frac{2x^4}{x^2} = 2x^2,$$

$$\begin{array}{r|l}
 \text{(iv)} & 2x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 3x - 2 \\
 & \underline{-2x^4 - 4x^3 + 6x^2} \\
 & x^2 + 3x - 2 \\
 & \underline{-x^2 - 2x + 3} \\
 & x + 1
 \end{array}$$

$$2x^2 + 1$$

$$2x^4 + 4x^3 - 5x^2 + 3x - 2 =$$

$$= (2x^2 + 1) \cdot (x^2 + 2x - 3) + x + 1$$

$$\deg[v(x)] < \deg[\delta(x)]$$

Παραδείγματα $(x^2 - 1) \cdot (x + 1) + x^2 + 1 = x^3 + x^2 - x - 1 + x^2 + 1 = x^3 + 2x^2 - x$

Άρα $x^3 + 2x^2 - x = (x^2 - 1) \cdot (x + 1) + x^2 + 1$. Άρα $v \left[(x^3 + 2x^2 - x) : (x^2 - 1) \right] = x^2 + 1$

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 + 2x^2 - x & x^2 - 1 \\
 -x^3 & \\
 \hline
 2x^2 - x & \\
 -2x^2 & \\
 \hline
 +2 & \\
 \hline
 2 &
 \end{array}$$

$$\frac{x^3}{x^2} = x$$

$$x^3 + 2x^2 - x = (x^2 - 1) \cdot (x + 2) + 2$$

$$v(x) = 2$$

Αντίστροφη πόλωση

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 + 2x^2 - x & x + 2 \\
 -x^3 - 2x^2 & \\
 \hline
 -x & \\
 +x & \\
 \hline
 +2 & \\
 \hline
 2 &
 \end{array}$$

Α6α.2 / Σ. 139

$$P(x) = 18x^{80} - 6x^{50} + 4x^{20} - 2 \quad : \quad \begin{matrix} x-p \\ x+1 \\ x-(-1) \end{matrix}$$

$$v = P(-1) = 18 \cdot (-1)^{80} - 6 \cdot (-1)^{50} + 4 \cdot (-1)^{20} - 2$$

$$= 18 - 6 + 4 - 2 = 14.$$

Θεώρημα Το πολυώνυμο $x-p$ είναι παράγοντας του

πολυωνύμου $P(x) \iff p \text{ ριζά του } P(x). \iff P(p)=0$

Απόδειξη ($\implies$) $\gamma \mid x-p \text{ παράγοντας} \implies P(x) = (x-p) \cdot Q(x)$
 $\sum \mid p \text{ ριζά}$
 για $x=p \implies P(p) = (p-p) \cdot Q(p) \iff P(p)=0 \iff p \text{ ριζά}$

($\impliedby$) $\gamma \mid p \text{ ριζά}$
 $\sum \mid x-p \text{ παράγοντας του } P(x)$
 έχω $P(p)=0$
 $P(x) \mid \frac{x-p}{r(x)}$
 $\approx$
 $P(p)=0$
 $P(x) = (x-p) \cdot n(x) + 0$
 Άρα $x-p$ παράγοντας του $P(x)$.

