$$(2x-1)^8 - 17(2x-1)^4 + 16 = 0$$

Θέτω

$(2x-1)^4 = y \iff \left[(2x-1)^4\right]^2 = y^2$

$(2x-1)^8 = y^2$;

$y^2 - 17y + 16 = 0$

$y_1 = 16$

$y_2 = 1$

$(2x-1)^4 = 16$

$(2x-1)^4 = 2^4$

$2x-1 = \pm 2$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

$2x-1 = -2 \Rightarrow 2x = -1$

$\boxed{x = -\frac{1}{2}}$

$(2x-1)^4 = 1$

$2x-1 = \pm 1$

$2x-1 = 1$

$2x = 2$

$\boxed{x = 1}$

$2x-1 = -1$

$\boxed{x = 0}$

$x^2 = 25 \iff x = \pm 5$

$x^2 = -25 \iff$ αδύνατη.

$x^3 = 17 \iff x = \sqrt[3]{17}$

$x^3 = -17 \iff x = -\sqrt[3]{17}$

Αν ν περιττός, $\alpha < 0$

τότε $x^\nu = \alpha \iff x = -\sqrt[\nu]{|\alpha|}$

$\sqrt[\nu]{\alpha}$?

ΑΝΙΣΩΣΕΙΣ (με μορφή γινομένου)

Λυμένο παράδειγμα/ Σελ 143

$P(x) = (x-1)\cdot(x^2+x-6)(2x^2+x+1)$ Πρόσημο $P(x) = ?$

$x-1 \rightarrow (\alpha = 1) > 0$

- βρίσκω τις ρίζες κάθε παράγοντα

$x-1=0$ ή $x^2+x-6=0$ ή $2x^2+x+1=0$

$x=1$

$x_{1,2} = \begin{cases} -3 \\ 2 \end{cases}$

$\Delta = 1^2 - 4\cdot 2\cdot 1 =$
$= 1-8 = -7 < 0$

$A(x) = x-1$

$A(1,1) = 1,1 - 1 = 0,1$

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
x^2+x-6		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$2x^2+x+1$		$+$		$+$		$+$		$+$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

$P(x) > 0$ όταν $x \in (-3,1) \cup (2,+\infty)$

$P(x) < 0$ όταν $x \in (-\infty,-3) \cup (1,2)$

Άσκηση: Να λυθεί η ανίσωση $P(x) \geq 0$

Απάντηση $x \in [-3,1] \cup [2,+\infty)$

Ασκ. 6 | (i)

$$\underbrace{x^3+2x^2+3x+6}_{P(x)} > 0 \quad (1)$$

Αν $\rho \in \mathbb{Z}$ ρίζα του $P(x)$

$\Longrightarrow \rho \in \Delta(6) = \{\cancel{\pm 1}, \cancel{\pm 2}, \cancel{\pm 3}, \cancel{\pm 6}\}$

1	2	3	6	−2
↓	−2	0	−6	
1	0	3	$\boxed{0}$	

Αφού οι συντελεστές είναι θετικοί, τότε δεν έχει θετική ρίζα.

$(1) \iff (x+2)\cdot(x^2+3) > 0 \quad (1)$

Βρίσκω τις ρίζες κάθε παράγοντα.

$x+2=0$ ή $x^2+3=0 \iff$

$x=-2$ $x^2=-3$ αδύνατη

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x+2$	−	0	+
x^2+3	+		+
$P(x)$	−	0	+

Η (1) αληθής για $x \in (-2, +\infty)$

Ασκ. 4 Σελ. 147

Ασκ. 5 ii, iv >>

$$\boxed{x^3-3x^2+3x+19=0}$$