

Αγκήσεις

: εύκολη

● : μέτρια

● : δύσκολη

1)  $\forall x, y, w \in \mathbb{R}$

α)  $(x^2+4)(y^2+4) \geq (xy+4)^2$

β)  $(x^2+4)(y^2+4)(w^2+4) \geq (xy+4)(yw+4)(wx+4)$

2)  $\forall x, y, w \in \mathbb{R}$

α)  $(x^2+y^2)(y^2+w^2) \geq y^2(x+w)^2$

β)  $(x^2+y^2)(y^2+w^2)(w^2+x^2) \geq xyw(x+y)(y+w)(w+x)$

3)  $\forall x, y \in \mathbb{R}$

α)  $(x^2+4)(y^2+25) \geq (xy+10)^2$

β)  $(x^2+4)(y^2+25) \geq (5x+2y)^2$

4)  $\forall x, y \in \mathbb{R}$

α)  $(x^2+9)(x^2+y^2) \geq (x^2+3y)^2$

β)  $(x^2+9)(x^2+y^2) \geq x^2(y+3)^2$

γ)  $(x^2+9)(y^2+9)(x^2+y^2)^2 \geq [(x^2+3y)(y^2+3x)]^2$

δ)  $(x^2+9)(y^2+9)(x^2+y^2)^2 \geq [(x^2+3x)(y^2+3y)]^2$

5)  $\forall x, y \in \mathbb{R}$

α)  $(4x^2+3)(12+y^2) \geq 4(xy+3)^2$

β)  $(3x^2+4)(12+y^2) \geq 4(3x+y)^2$

6)  $\forall x, y \in \mathbb{R}$

α)  $17(x^2+y^2) \geq (4x+y)^2$

β)  $25(x^2+y^2) \geq (3x+4y)^2$

γ)  $5(2x^2+3y^2) \geq 6(x+y)^2$

δ)  $7(3x^2+4y^2) \geq 12(x+y)^2$

ε)  $7(3x^2+4y^2) \geq (3x+4y)^2$

6τ)  $3(x^2+2y^2) \geq (x+2y)^2$

7] Αν  $x, y \in \mathbb{R}$  και  $x+y=5$  να βρεθεί το ελάχιστο της παράστασης  $A = 2x^2 + 3y^2$

8] Αν  $x, y \in \mathbb{R}$  και  $2x+y=3$  να βρεθεί το ελάχιστο της παράστασης  $A = x^2 + 2y^2$

9] Αν  $x, y \in \mathbb{R}$  και  $x^2 + y^2 = 10$  να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της παράστασης  $A = 2x + y$

10] Αν  $x, y \in \mathbb{R}$  και  $2x^2 + y^2 = 6$  να βρεθεί η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της παράστασης  $A = x + y$

11] Αν  $x, y \in \mathbb{R}$  και  $2x+y=3$  να βρεθεί το ελάχιστο της παράστασης  $A = 5x^2 + 2y^2$

12] Σύρμα μήκους 8m κόβεται σε δύο τμήματα και με το ένα κατασκευάζουμε ισοπλευρό τρίγωνο και με το άλλο τετράγωνο. Να βρεθεί σε ποιο σημείο πρέπει να κόψουμε το σύρμα για να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων.

13] Σύρμα μήκους 6m κόβεται σε δύο τμήματα και με το ένα κατασκευάζουμε ορθογώνιο του οποίου το μήκος είναι διπλάσιο του πλάτους και με το άλλο κύκλο. Να βρεθεί σε ποιο σημείο πρέπει να κόψουμε το σύρμα για να ελαχιστοποιηθεί το άθροισμα των εμβαδών των δύο σχημάτων.