

Προετοιμασία για τον διαγωνισμό
 <<Θαλής>> της ΕΜΕ για την Α' Λυκείου.

Α6κ.1 Να λύσετε τις ενόχενες εξισώσεις:

$$α) x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

$$β) x^4 - 26x^2 + 25 = 0$$

$$γ) x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$δ) (2x^2 - 1)^2 - 10(2x^2 - 1) + 9 = 0$$

$$ε) x^2 + \frac{1}{x^2} - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5 = 0$$

$$ςτ) x^2 + \frac{1}{x^2} - \frac{5}{2}\left(x + \frac{1}{x}\right) + 7 = 0, \quad \zeta) x \cdot (x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) = 24$$

$$η) x \cdot (x+2) \cdot (x+4) \cdot (x+6) = 105 \quad \theta) \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 7 = 0$$

$$ι) \left(\frac{x}{x-2}\right)^2 - \frac{8}{x-2} + 1 = 0$$

ΣΠΥΡΙΔΩΝ ΒΛΑΧΟΣ
 ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

Α6κ.2 Να λύσετε τα συστήματα

$$α) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$β) \begin{cases} 3x + y = 7 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$$

$$γ) \begin{cases} x + y = 5 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

$$δ) \begin{cases} x + y = 2 \\ x \cdot y = -15 \end{cases}$$

$$ε) \begin{cases} (x - 4y) \cdot (x - y) = 0 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$ςτ) \begin{cases} (x + y - 5) \cdot (3x - y) = 0 \\ x + 2y = 7 \end{cases} \quad \zeta) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ x \cdot y = 6 \end{cases}$$

$$η) \begin{cases} x^3 + y^3 = 35 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$θ) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{5}{6} \\ x + y = 5 \end{cases}$$

$$ι) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 1 \\ \frac{x}{y^2} + \frac{y}{x^2} = 1 \end{cases}$$

Α6κ.3 Οι αριθμοί a, b είναι θετικοί και τέτοιοι ώστε
 $10(a^2 + b^2) = 29ab$ και $a + b = 7$. Να υπολογίσετε
 την τιμή των παραστάσεων $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ και $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}$

(Θαλής Α' Λυκείου 2019)

Αγκ.4 Να λυθούν τα συστήματα

$$\alpha) \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 8 \end{cases} \quad \beta) \begin{cases} \frac{2}{x-1} + \frac{3}{y-2} = 2 \\ \frac{4}{x-1} + \frac{9}{y-2} = 5 \end{cases}$$

$$\gamma) \begin{cases} \frac{2}{x^2+x} + \frac{3}{y^2+2y} = 2 \\ \frac{4}{x^2+x} + \frac{9}{y^2+2y} = 5 \end{cases} \quad \delta) \begin{cases} x^2 - 4x + \frac{5}{y+2} = 2 \\ 3(x-2)^2 - \frac{4}{y+2} = -1 \end{cases} \quad \text{Θαλής 2023}$$

$$\epsilon) \begin{cases} 5x - 2y + \frac{3}{2x-6y} = \frac{13}{2} \\ (5x-2y)(x-3y) + 2 = 6(x-3y) \end{cases} \quad \text{Θαλής 2021}$$

ΣΠΥΡΙΔΩΝ ΒΛΑΧΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ

$$\zeta) \begin{cases} x+y-1 = 6(x-3)(y+2) \\ \frac{3}{x-3} - \frac{4}{y+2} = 11 \end{cases} \quad \text{Θαλής 2015}$$

Αγκ.5. Να βρείτε τις ακέραιες τιμές του x για τις οποίες
επαληθεύουν οι ανισώσεις:

$$\begin{cases} (x^2+x+1) \cdot (x-1) + 5x \leq x^3+x+19 \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{23}{9} > \frac{4x-21}{9} \end{cases} \quad \text{Θαλής 2016}$$

Αγκ.6 Να βρείτε τους ακέραιους x που ικανοποιούν
συγχρόνως την εξίσωση $(x-1) \cdot (x^2-7x+10) = 0$ και την
ανίσωση $\frac{x \cdot (x-1)}{2} - 2 < \frac{x \cdot (x-5)}{2} + 6$ (Θαλής 2018).

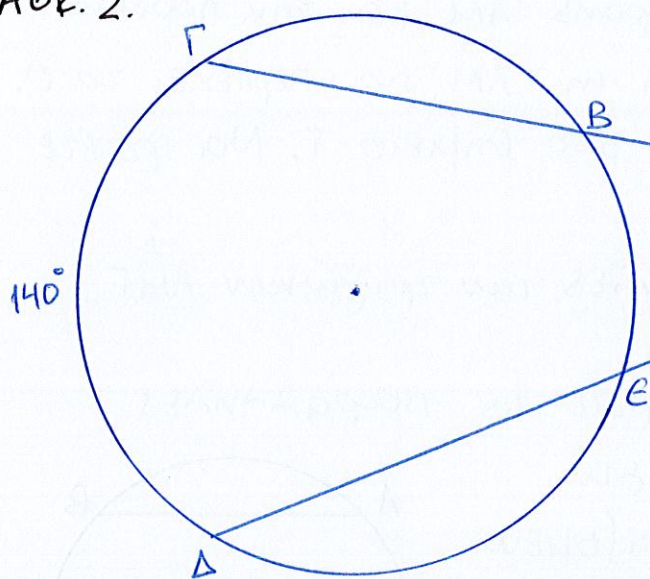
$$\text{Αγκ.7. Να ληθεί το σύστημα: } \begin{cases} (x-7) \cdot (x^2-6x+8) = 0 \\ (x-1) \cdot (x^2-8x+15) > 0 \end{cases}$$

Από το σχολικό βιβλίο Γ' Γυμνασίου να λύσετε την
άσκηση 6 - Σελ.81 και άσκηση 5 - Σελ.140.

Γεωμετρία

Ασκ. 1 Δίνεται κύκλος (O, R) , μια διάμετρος του AB και σημείο Γ του κύκλου, ώστε το άνοιγμα του τόξου $\widehat{B\Gamma}$ να είναι 30° . α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$. β) Να φέρετε την $ΟΓ$ και να υπολογίσετε όλες τις γωνίες των τριγώνων $\triangle AΟΓ$, $\triangle ΒΟΓ$.

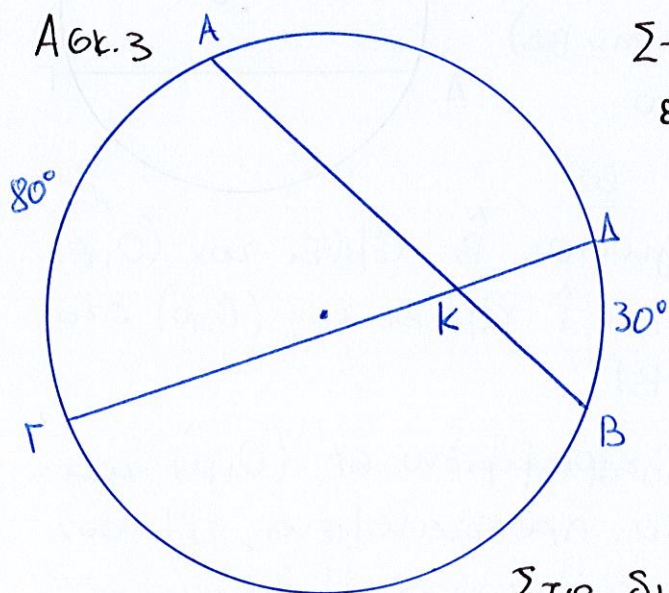
Ασκ. 2.



Στο διπλανό σχήμα, το τόξο $\widehat{B\Gamma}$ είναι 140° και η γωνία $\hat{A} = 40^\circ$.

Να φέρετε τη χορδή $ΓΕ$ και να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{ΓΕΔ}$ και $\hat{ΑΓΕ}$.

ΣΠΥΡΙΔΩΝ ΒΛΑΧΟΣ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ



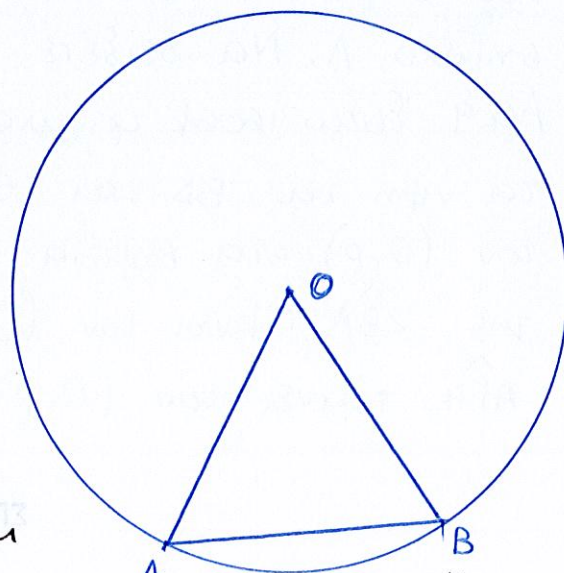
Στο διπλανό σχήμα, το τόξο $\widehat{A\Gamma}$ είναι 80° και το τόξο $\widehat{B\Delta}$ 30° .

Να φέρετε την $ΑΔ$ και να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{ΔΑΒ}$, $\hat{ΑΔΓ}$ και $\hat{ΔΚΒ}$.

Ασκ. 4

Στο διπλανό

σχήμα, η χορδή AB κούτται με την ακτίνα του κύκλου. α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\triangle OAB$. β) Να κατασκευάσετε (με κανόνα και διαβήτη) τη μεσοκάθετο της χορδής AB , η οποία τέμνει



τον κύκλο στο σημείο Γ.

δ) Να φέρετε τις χορδές ΑΓ και ΒΓ και να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$.

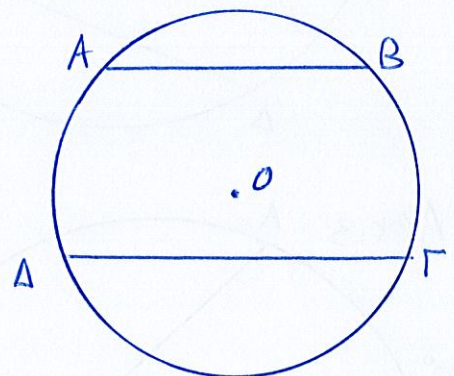
Ασκ.5 Θεωρούμε κύκλο (O, ρ) και τη διάμετρό του ΑΒ. κατασκευάζουμε το μέσο Μ του ημικυκλίου ΑΒ.

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες των τριγώνων $\triangle ABM$, $\triangle OAM$.
κατασκευάζουμε τη μ/κ της χορδής ΑΜ και την προεκτείνουμε στο ημιεπίπεδο με ακμή την ΑΜ, που περιέχει το Ο. αυτή τέμνει τον κύκλο (O, ρ) στο σημείο Γ. Να φέρετε τις χορδές ΜΓ και ΑΓ.

β) Να υπολογίσετε όλες τις γωνίες των τριγώνων $\triangle AM\Gamma$ και $\triangle GB\Gamma$.

Ασκ.6 Σε κύκλο (O, ρ) να φέρετε τις παράλληλες

χορδές ΑΒ, ΓΔ. Να αποδείξετε ότι $\widehat{AD} = \widehat{BG}$, δηλαδή ότι το σχηματιζόμενο τετράπλευρο ΑΒΓΔ είναι ισοσκελές τραπέζιο. (Υπόδειξη: να φέρετε την ΒΔ).



Ασκ.8 Δίνεται ισοσκελές τριγώνο

$\triangle AB\Gamma$ με $AB = A\Gamma$, εγγεγραμμένο σε κύκλο (O, ρ) . Η διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}$ τέμνει τον (O, ρ) στο σημείο Κ και η διχοτόμος της $\hat{\Gamma}$ τέμνει τον (O, ρ) στο σημείο Λ. Να δείξετε ότι $KL \parallel B\Gamma$.

Ασκ.9 Έστω ισοσκελ. τριγώνο $\triangle AB\Gamma$ εγγεγραμμένο σε (O, ρ) και τα ύψη του ΒΔ και ΓΕ, τα οποία, προεκτεινόμενα, τέμνουν τον (O, ρ) στα σημεία Ζ και Η αντίστοιχα. Η διχοτόμος της $\hat{ZBA}$ τέμνει τον (O, ρ) στο Θ και η διχοτόμος της $\hat{A\Gamma H}$, τέμνει τον (O, ρ) στο Ι. Να δείξετε ότι $B\Gamma \parallel I\Theta$.