

Agf. 7

(1)

$$A = 2017 \cdot 2016 \cdot 2015 \cdot 2013 \cdot 2012 \cdot 2011$$

ovotajw $x = 2014$, $2015 = x+1$, $2013 = x-1$

$$A = (x+3) \cdot (x+2) \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-3) =$$

$$= (x^2-9) \cdot (x^2-4) \cdot (x^2-1) =$$

$$= (x^4 - 4x^2 - 9x^2 + 36) \cdot (x^2-1) =$$

$$= (x^4 - 13x^2 + 36) (x^2-1) =$$

$$= x^6 - x^4 - 13x^4 + 13x^2 + 36x^2 - 36 =$$

$$= x^6 - 14x^4 + 49x^2 - 36 =$$

$$= x^2 \cdot (x^4 - 14x^2 + 49) - 36 = x^2 \cdot (x^2-7)^2 - 36.$$

$$A = x^2 \cdot (x^2-7)^2 - 36 \Rightarrow A+36 = x^2 \cdot (x^2-7)^2$$

To Invertir $k = 36$

Outaju: 1º Intaju va Intaju u Intaju

$$(x+1) \cdot (x+2) \cdot (x+3) \cdot (x+4) = 400 + (n \cdot x)$$

$$(x^2+4x+x+4) \cdot (x^2+3x+2x+6) = 400 + n$$

$$(x^2+5x+4) \cdot (x^2+5x+6) = 400 \leftarrow (A+4)(A+6) = 400$$

Πρ. 9 Συνολικός αριθμητικός χρόνος για την ομάδα είναι $11 \cdot 90 = 990$ λεπτά.

$$\begin{array}{r} 990 \overline{) 16} \\ 96 \overline{) 61} \\ \hline 30 \\ 14 \end{array}$$

Λήμμα 1 Το άθροισμα 2 διαδοχικών θετικών ακεραίων είναι πολ. 2. Δηλ. $x \cdot (x+1) = \text{πολ. } 2$

Λήμμα 2 Το τετράγωνο κάθε περιττού αριθμού είναι της μορφής $4\alpha + 1$ ή $8\beta + 1$

Απόδειξη $a = \text{περιττός} \Rightarrow a = 2k+1$
 $a^2 = (2k+1)^2 = 4k^2 + 4k + 1 = 4 \cdot \underbrace{(k^2 + k)}_2 + 1 = 4\alpha + 1$

n.x. $3^2 = 9 \overline{) 4} \begin{array}{l} -8 \\ \hline 1 \end{array} \quad 5^2 = 25 \overline{) 4} \begin{array}{l} -24 \\ \hline 1 \end{array}$

Έχω $a^2 = 4 \cdot (k^2 + k) + 1 = 4 \cdot \underbrace{k \cdot (k+1)}_{2\beta} + 1 = 4 \cdot 2\beta + 1 = 8\beta + 1$

n.x. $7^2 = 49 \overline{) 8} \begin{array}{l} -48 \\ \hline 1 \end{array} \quad 11^2 = 121 \overline{) 8} \begin{array}{l} -40 \\ \hline 1 \end{array}$

26k.10 $x+y+x^2+y^2 = P \Leftrightarrow \underbrace{x(x+1)}_{2\mu\omega\varsigma} + \underbrace{y(y+1)}_{2\mu\omega\varsigma} = P$

Το άθροισμα 2 άρτων είναι άρτος Άρα $P = \text{άρτος}$

$\Rightarrow P=2 \Rightarrow x+y+x^2+y^2 = 2$ ~~Μπορεί να είναι~~

$2x+2y+2y^2+2x^2 = 4 \quad (=)$

$\underbrace{x^2+2x+1}_{x+1 > x} + \underbrace{y^2+2y+1}_{y+1 > y} + y^2+x^2 = 4+1+1 \Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+1)^2 + y^2+x^2 = 6$

$$(x+1)^2 + (y+1)^2 + x^2 + y^2 = 6.$$

(3)

Αθρ. τριγωνικών ακεραίων να κάνει 6.

$$\begin{array}{cc|c} (0, 1, 1, 4) & (0, 0, 0, 0) & (0 \\ (1, 0, 1, 4) & (4, 0, 1, 1) & \\ (1, 1, 0, 4) & (4, 1, 0, 1) & \\ (1, 1, 4, 0) & (4, 1, 1, 0) & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} (0, 4, 1, 1), (0, 1, 4, 1), (0, 1, 1, 4) \\ (4, 0, 1, 1), (1, 0, 4, 1), (1, 0, 1, 4) \\ (4, 1, 0, 1), (1, 4, 0, 1), (1, 1, 0, 4) \\ (4, 1, 1, 0), (1, 4, 1, 0), (1, 1, 4, 0) \end{array}$$

1m

$$\begin{array}{l} (x+1)^2 = 0. \\ x^2 = \emptyset \checkmark \\ x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{array} \quad \begin{array}{l} (y+1)^2 = 4 \\ y^2 = 1 \Rightarrow y = \pm 1 \\ \begin{array}{l} y=1 \quad 2^2=4 \\ y=-1 \quad 0^2=4 \end{array} \\ (x, y) = (-1, 1), (-1, -1) \end{array}$$