Η δευτεροβάθμια εξίσωση

$ax^2+bx+\gamma=0, \quad a\neq 0$

$\Delta=b^2-4a\gamma$.

1) Αν $\Delta>0 \Rightarrow$ έχει 2 ρίζες

$$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}$$

2) Αν $\Delta=0 \Rightarrow$ 1 ρίζα $\quad x=\frac{-b}{2a}$

3) Αν $\Delta<0 \Rightarrow$ 0 ρίζα

ΑΣΚ.1 $x^4-13x^2+36=0$ (1)

Θέτω $x^2=y \Rightarrow x^4=y^2$

$(1) \Rightarrow y^2-13y+36=0 \Rightarrow \dots y_{1,2}: \begin{matrix}4\\9\end{matrix}$

Άρα $x^2=4$ ή $x^2=9$

$x=\pm 2$ $\quad x=\pm 3$

$2x+2.0$ $(x+a)(x+b)=x^2+bx+ax+ab \Leftrightarrow x^2+(b+a)x+ab$

Άρα $x^2+(a+b)x+a\cdot b=(x+a)\cdot(x+b)$

παρ. $x^2+5x+4=(x+4)\cdot(x+1)$

$5=4+1 \quad 4\cdot 1$

$x^2+9x+20=(x+5)(x+4)$

$8+1$
$7+2$
$6+3$
$5+4$

επαλήθευση: $(x+5)(x+4)=x^2+4x+5x+20=$
$=x^2+9x+20$

$x^2+10x+24=(x+6)\cdot(x+4)$

$9+1$
$8+2$
$7+3$
$6+4$
$5+5$

Εφαρμογή: Να λύσετε την εξίσωση $x^2+10x+24=0$

$\Leftrightarrow (x+6)(x+4)=0 \Leftrightarrow$

$x+6=0$ ή $x+4=0$

$x=-6$ ή $x=-4$

λύση: $x^2-13x+36=0 \Leftrightarrow (x-9)(x-4)=0 \Leftrightarrow$

αθροίσμα	-13	$x-9=0$ ή	$x-4=0$
γινόμενο	36	$x=9$	$x=4$

$-12\ -1$
$-11\ -2$
$-10\ -3$
$-9\ -4$
$-8\ -5$
$-7\ -6$

λύση: $x^2-2x-8=0 \Leftrightarrow (x-4)(x+2)=0 \Leftrightarrow$

άθροισμα:	-2	$x-4=0$ ή	$x+2=0$
γινόμενο:	-8	$x=4$	$x=-2$

$-3+1$
$-4+2$
$-5+3$

$x^2+3x-18=0 \Leftrightarrow (x+6)\cdot(x-3)=0 \Leftrightarrow$

άθροισμα	$+3$	$x+6=0$ ή	$x-3=0$
γινόμενο	-18	$x=-6$	$x=3$

$+4\ -1$
$+5\ -2$
$+6\ -3$
$+7\ -4$

Εξ. $x^2-5x+6=0 \Leftrightarrow x=3, x=2$

$+\cdot+ \quad -\cdot-$

$-4\ -1$
$-3\ -2$

Φυλ/(18) $x^4-3x^2-4=0$ (1)

Θέτω $x^2=y \Rightarrow x^4=y^2$

$(1) \Leftrightarrow y^2-3y-4=0 \Leftrightarrow y=4, \quad y=-1$

$-\cdot+$ $\quad x^2=4$, $\quad x^2=-1$

$-4\ +1$ $\quad x=\pm 2$ $\quad$ αδύνατη

(δ) $(2x^2-1)^2-10(2x^2-1)+9=0$ (1)

Θέτω $2x^2-1=y$

$(1) \Leftrightarrow y^2-10y+9=0 \Leftrightarrow y=9$ ή $y=1$

$+\cdot+ \quad -\cdot-$

$-9\ -1$
$-8\ -2$
$-7\ -3$

$2x^2-1=9 \Leftrightarrow 2x^2=10 \Leftrightarrow x^2=5 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}$

$2x^2-1=1 \Leftrightarrow 2x^2=2 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=\pm 1$

(ε) $x^2+\frac{1}{x^2}-4\cdot\left(x+\frac{1}{x}\right)+5=0 \rightarrow (1)$

Θέτω $x+\frac{1}{x}=y \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=y^2 \Leftrightarrow x^2+2x\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=y^2 \Leftrightarrow$

$x^2+2+\frac{1}{x^2}=y^2 \Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$

$(1) \Leftrightarrow y^2-2-4y+5=0 \Leftrightarrow y^2-4y+3=0 \Leftrightarrow y=3, \ y=1$

γινόμ. $=3 \quad +\cdot+ \quad -\cdot- \quad -3\ -1$

Άρα $x+\frac{1}{x}=3 \Leftrightarrow$ ή $x+\frac{1}{x}=1 \Leftrightarrow$

$x^2+x\frac{1}{x}=3x \Leftrightarrow$ $\quad x^2+x\cdot\frac{1}{x}=x \Leftrightarrow$

$x^2+1=3x \Leftrightarrow$ $\quad x^2+1=x \Leftrightarrow$

$x^2-3x+1=0$ $\quad x^2-x+1=0$

$+\cdot+ \quad -\cdot- \quad -2\ -1$

$\Delta=(-3)-4\cdot 1\cdot 1=9-4=5$ $\quad \Delta=(-1)^2-4\cdot 1\cdot 1=1-4=-3<0$

$x_{1,2}=\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}$ $\quad$ $\frac{3+\sqrt{5}}{2}$ $\quad$ $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ $\quad$ δεν έχει ρίζες.

(θ) $\left(x-\frac{1}{x}\right)^2-4\left(x+\frac{1}{x}\right)+7=0$ (1)

Θέτω $x+\frac{1}{x}=y \Leftrightarrow \left(x+\frac{1}{x}\right)^2=y^2 \Leftrightarrow$

$x^2+2\cdot x\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}=y^2 \Leftrightarrow x^2+2+\frac{1}{x^2}=y^2 \Leftrightarrow x^2+\frac{1}{x^2}=y^2-2$

$(1) \Leftrightarrow x^2-2x\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-4\left(x+\frac{1}{x}\right)+7=0 \Leftrightarrow$

$x^2-2+\frac{1}{x^2}-4\underbrace{\left(x+\frac{1}{x}\right)}_{y}+7=0 \Leftrightarrow$

$y^2-2-4y+7=0 \Leftrightarrow \dots y^2-4y+3=0$

Επίσης δεκτή