5. Ένα βιβλίο μαθηματικών κυκλοφορεί σε 2 τόμους Α και Β. 100 αντίτυπα του τόμου Α και 120 αντίτυπα του τόμου Β κοστίζουν συνολικά 4000 ευρώ. Ένα βιβλιοπωλείο πούλησε 50 αντίτυπα του τόμου Α με έκπτωση 10% και 60 αντίτυπα του τόμου Β με έκπτωση 20% και εισέπραξε συνολικά 1680 ευρώ. Να προσδιορίσετε την τιμή πώλησης του ενός βιβλίου από κάθε τόμο. 2014

1ο Στάδιο: Συμβολισμός:

Έστω x η τιμή του Α τόμου

y » » του Β τόμου.

2ο Στάδιο: Κατάστρωση των εξισώσεων

$100x + 120y = 4000 \Leftrightarrow 10x + 12y = 400$

Το βιβλιοπωλείο: πουλάει τον τόμο Α σε τιμή $\frac{90}{100}x = 0{,}9x$

από τα 50 αντίτυπα, θα βγάλει $50 \cdot 0{,}9x$ ευρώ.

Το βιβλιοπωλείο: πουλάει τον τόμο Β σε τιμή $\frac{80}{100}y = 0{,}8y$

από τα 60 αντίτυπα, θα εισπράξει $60 \cdot 0{,}8y$ ευρώ.

$50 \cdot 0{,}9x + 60 \cdot 0{,}8y = 1680 \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 45x + 48y = 1680 \\ 10x + 12y = 400 \end{cases} \begin{matrix} :3 \\ :2 \end{matrix} \begin{cases} 15x + 16y = 560 \\ 5x + 6y = 200 \end{cases} \begin{matrix} 5 \to 1 \\ -15 \to -3 \end{matrix} \begin{cases} 15x + 16y = 560 \\ -15x - 18y = -600 \end{cases}$$

$45 = 5 \cdot 9 = 5 \cdot 3 \cdot 3$ $\quad 1680 \,\vdots\, 8 = 560$

$-2y = -40 \Rightarrow y = 20$

$5x + 120 = 200 \Rightarrow 5x = 80 \Leftrightarrow x = 16$

Τέλος: Απάντηση: η τιμή του τόμου Α είναι 16 € ...

6. Να βρεθεί θετικός ακέραιος $A = \overline{\alpha_\nu \alpha_{\nu-1} \cdots \alpha_1 \alpha_0} = \alpha_\nu \cdot 10^\nu + \alpha_{\nu-1} \cdot 10^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 \cdot 10 + \alpha_0$, $\nu \geq 2$, ο οποίος έχει άθροισμα ψηφίων ίσο με 8, έχει γινόμενο ψηφίων ίσο με 8 και διαιρείται με το 8. 2016

Σχόλιο στον συμβολισμό: $\overline{\alpha\beta\gamma}$ σημαίνει ότι είναι του δεκαδικού του αναπτύγματος. Δηλ. $\overline{\alpha\beta\gamma} = \alpha \cdot 100 + \beta \cdot 10 + \gamma \cdot 1$

$523 = 5 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$. Προσοχή αν δηλώνει πράξη $\alpha\beta\gamma$ σημαίνει γινόμενο.

Κριτήριο διαιρετότητας με το 8:

Ένας ακέραιος διαιρείται με το 8 $\Leftrightarrow$ το τελευταίο 3-ψήφιο τμήμα του διαιρείται με το 8.

π.χ. 5.723.024 διαιρείται με το 8

Κριτήριο διαιρετότητας με το 4:

Ένας ακέραιος διαιρείται με το 4 $\Leftrightarrow$ το τελευταίο 2-ψήφιο τμήμα του διαιρείται με το 4. π.χ. 4.732.132 32 διά 4.

6. Να βρεθεί θετικός ακέραιος $A = \overline{\alpha_\nu \alpha_{\nu-1} \cdots \alpha_1 \alpha_0} = \alpha_\nu \cdot 10^\nu + \alpha_{\nu-1} \cdot 10^{\nu-1} + \ldots + \alpha_1 \cdot 10 + \alpha_0$, $\nu \geq 2$, ο οποίος έχει άθροισμα ψηφίων ίσο με 8, έχει γινόμενο ψηφίων ίσο με 8 και διαιρείται με το 8. 2016

Αφού διαιρείται με το 8, τότε το τελευταίο 3-ψήφιο τμήμα του θα είναι:

008
016
024
032
040
048
...
080

104 ×
112 ⇒
120 ×
128 ×

200 ×
208 ×
216

αποκλείονται

δύο είναι γινόμενο ψηφίων το 0

Για να είναι το γινόμενο των ψηφίων 8: $1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$.

(1, 1, 8), (1, 2, 4), (2, 2, 2)

11124 $\quad$ 11222

άθροισμα 10 ×

Δυνατοί ψηφίοι

241 ούτε με το 2

214 } ok! δύο

2114 } δεν διαιρείται ούτε με το 4

42 → δεν διαιρείται ούτε με το 4

112 → 4112 ok.

412 → ok! δεν διαιρείται με το 8.

Μένει η περίπτωση να χρησιμοποιούν μόνο ψηφία 2 ή 1

Τελευταίο ψήφιο 12 → 112

22112 → ok.

Τελευταίο 2-ψήφιο τμήμα 22 όχι διότι δεν διαιρείται με το 4.

Μορφή των αριθμών $\overline{\alpha_\nu \alpha_{\nu-1} \cdots \alpha_2 \alpha_1 \alpha_0}$.

π.χ. αν $\nu = 2$: $\overline{\alpha_2 \alpha_1 \alpha_0}$ τριψήφιος

αν $\nu = 4$: $\overline{\alpha_4 \alpha_3 \alpha_2 \alpha_1 \alpha_0}$ πενταψήφιος

αν $\nu = 1$: $\overline{\alpha_1 \alpha_0}$ δισήμερος.