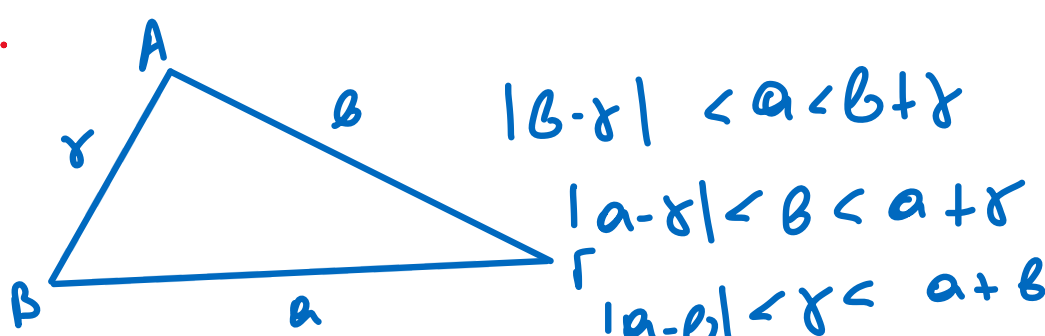


Ανιγόμενες για τρίγωνα.

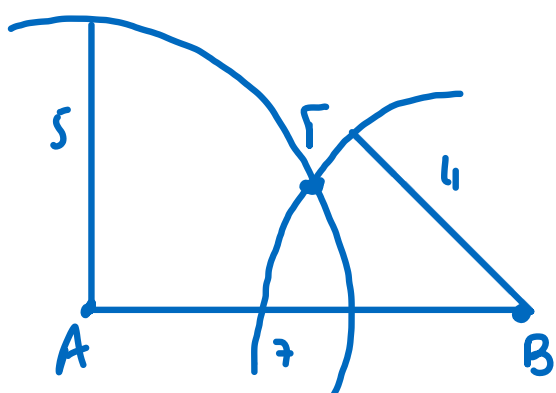
1) Τριγωνική ανιγόμενα



Σημείωση: Η τριγωνική ανιγόμενα είναι αναγκαία και ικανή συνθήκη για να υπάρξει τρίγωνο.

π.χ. Ερώτηση: Υπάρχει τρίγωνο με πλευρές 7, 5, 4?

Μπορώ να ελέγξω μια αν η μεγαλύτερη πλευρά είναι μικρότερη από το άθροισμα των άλλων δύο: $7 < 5 + 4$ ok.



2) Σε κάθε τρίγωνο, ανέναντι από μεγαλύτερη πλευρά βρίσκεται μεγαλύτερη γωνία και αντιστρόφως.

Πρόταση: Στο ορθογώνιο τρίγωνο, η υποτείνουσα είναι η μεγαλύτερη πλευρά Σε αμβυγώδες τρίγωνο, μεγαλύτερη πλευρά είναι αυτή που βρίσκεται ανέναντι από την αμβυγία γωνία.

Παραδ.) Σε ένα τρίγωνο είναι $\hat{A} > \hat{B} > \hat{\Gamma}$

οι 3 πλευρές έχουν ακέραια μήκη.

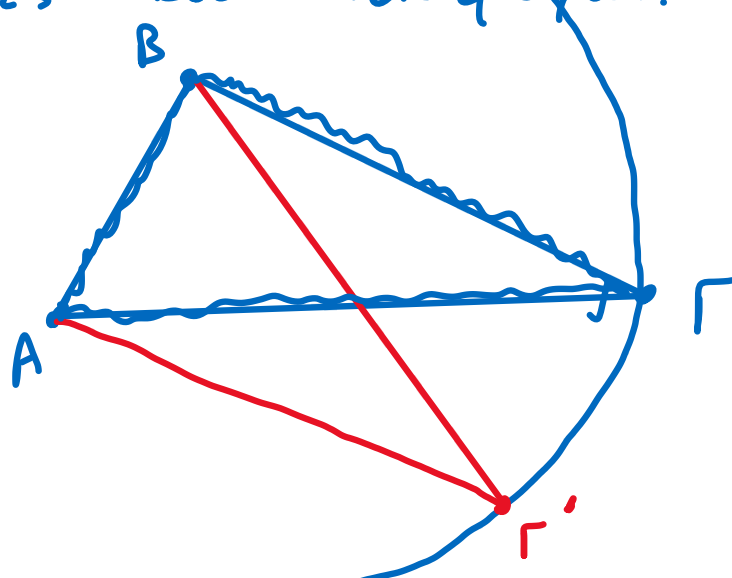
Να υπολογίσουν.

Λύση] Η μικρότερη πλευρά των τριγώνων θα είναι AB

$(AB) < 4$. Αφού $(AB) \in \mathbb{Z} \Rightarrow (AB) = 3, 2, 1$

$|6 - 4| < (AB) < 6 + 4 \Leftrightarrow (AB) > 2$. Άρα $(AB) = 3$

3) Αν 2 τρίγωνα έχουν 2 πλευρές ίσες μια προς μια και τις περιεχόμενες γωνίες αντίστροφες, τότε θα έχουν τις τρίτες πλευρές όμοιες αντίστροφες και αντιστρόφως.

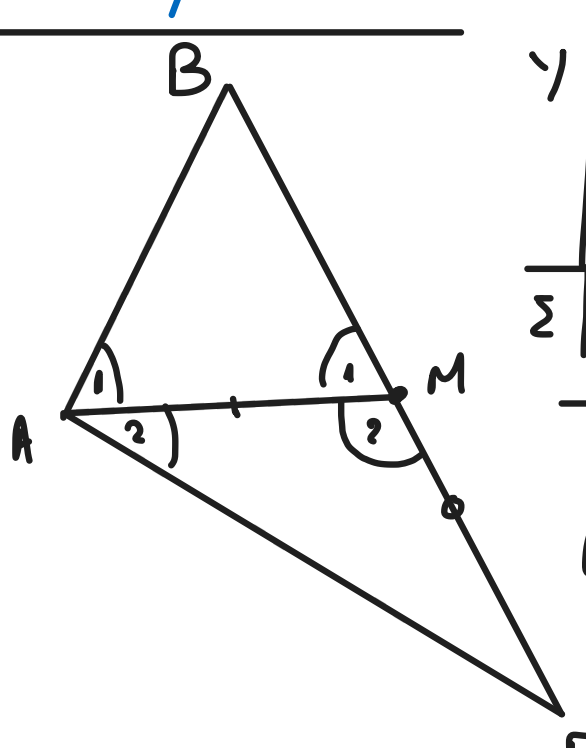


κατασκευάζω κύκλο με κέντρο A και ακτίνα AF.

$\hat{A}B\Gamma$ $\hat{A}B\Gamma'$
 $AB = AB$
 $A\Gamma = A\Gamma'$ (ακτίνες κύκλου)
 $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} < \hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}'$

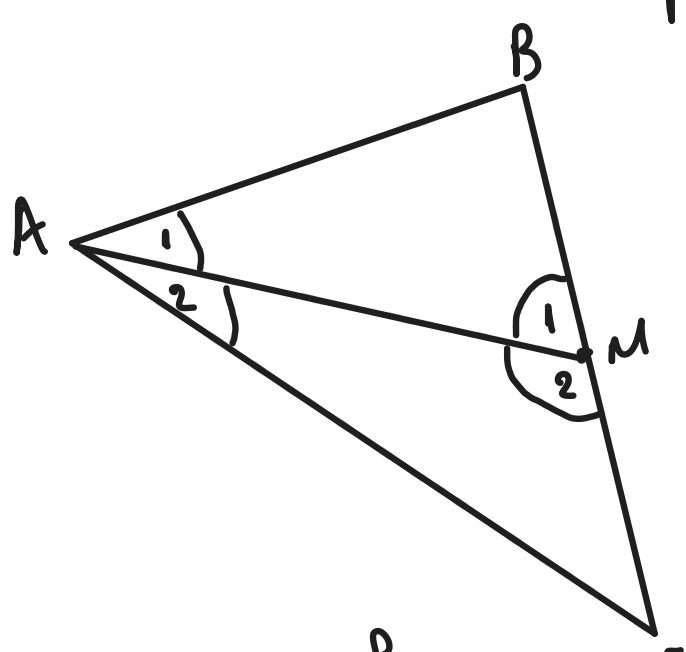
Άρα $B\Gamma' > B\Gamma$

α6 κ.1-A / ΣΕ 2.64



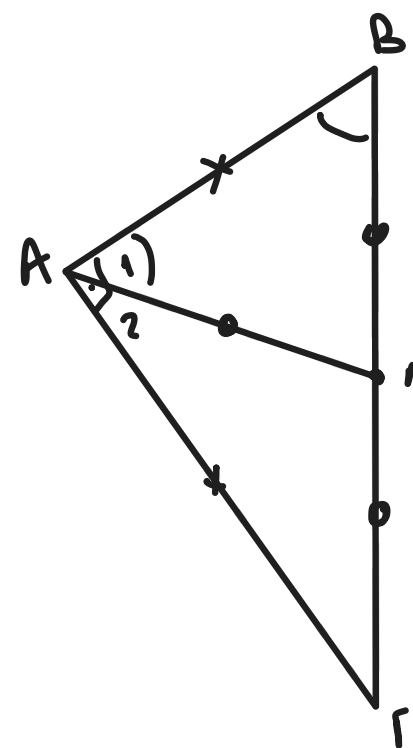
Υ | AM διαιρέως
 $AM < \frac{B\Gamma}{2}$
 $\hat{A} > 90^\circ$
 $\hat{A}M\hat{B}$: έχω $AM < \frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow AM < MB \Leftrightarrow \hat{B} < \hat{A}_1$ (1)
 $\hat{A}M\hat{\Gamma}$: έχω $AM < \frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow AM < M\Gamma \Leftrightarrow \hat{\Gamma} < \hat{A}_2$ (2)

$(1) + (2) \Rightarrow \hat{B} + \hat{\Gamma} < \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Leftrightarrow \hat{B} + \hat{\Gamma} < \hat{A} \Leftrightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} < 2\hat{A} \Leftrightarrow 180^\circ < 2\hat{A} \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$ ο.ε.δ.



Υ | AM διαιρέως
 $AM > \frac{B\Gamma}{2}$
 $\hat{A} < 90^\circ$
 $\hat{A}M\hat{B}$: $AM > \frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow AM > MB \Rightarrow \hat{B} > \hat{A}_1$ (1)
 $\hat{A}M\hat{\Gamma}$: $AM > \frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow AM > M\Gamma \Rightarrow \hat{\Gamma} > \hat{A}_2$ (2)

Από (1) + (2) $\hat{B} + \hat{\Gamma} > \hat{A} \Leftrightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma} > 2\hat{A} \Leftrightarrow 180^\circ > 2\hat{A} \Leftrightarrow \hat{A} < 90^\circ$ ο.ε.δ.



Υ | AM διαιρέως
 $AM = \frac{B\Gamma}{2}$
 $\hat{A} = 90^\circ$
 $\hat{A}M\hat{B}$: $\hat{A}_1 = \hat{B}$
 $\hat{A}M\hat{\Gamma}$: $\hat{A}_2 = \hat{\Gamma}$
 $\hat{A} = \hat{B} + \hat{\Gamma}$
 $2\hat{A} = \hat{A} + \hat{B} + \hat{\Gamma}$
 $2\hat{A} = 180^\circ \Leftrightarrow \hat{A} = 90^\circ$

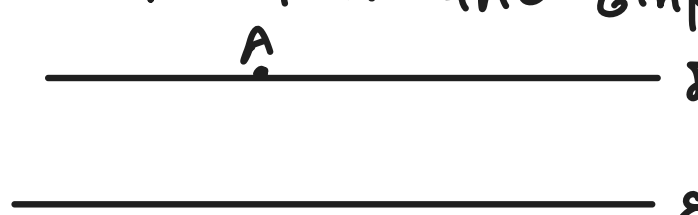
Ερώτηση: Υ | $\hat{A} = 90^\circ$
AM διαιρέως
 Σ | $AM = \frac{B\Gamma}{2}$

Η απόδειξη θα

δίνει με αναγωγή σε άτοπο. Έχω $AM \neq \frac{B\Gamma}{2} \Rightarrow$

$AM < \frac{B\Gamma}{2}$ ή $AM > \frac{B\Gamma}{2}$
Τότε από προηγούμενη πρόταση $\hat{A} > 90^\circ$ ή $\hat{A} < 90^\circ$
Άτοπο. δώζ $\hat{A} = 90^\circ$
Άρα $AM = \frac{B\Gamma}{2}$

Ευκλείδης Αίτημα: από σημείο εντός ευθείας, μοναδική παράλληλος άφεται.



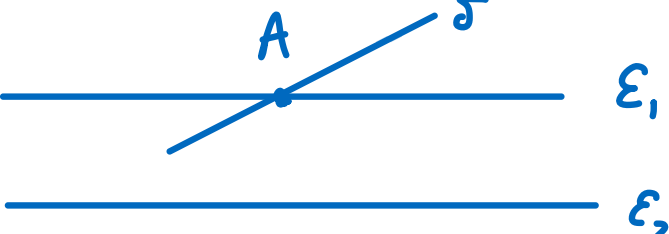
Πρόταση 1: Αν δυο ευθείες είναι παράλληλες σε μια τρίτη, τότε είναι και μεταξύ τους παράλληλες.



Υ | $l_1 \parallel l_2$
 $l_2 \parallel m$
 Σ | $l_1 \parallel m$

Έχω $l_1 \parallel l_2 \Rightarrow$ τέμνονται στο A.
Τότε από το A 2 παράλληλες άφεται προς την δ. Άτοπο.

Πρόταση 2: Αν μια ευθεία δ τέμνει μια από τις 2 παράλληλες, τότε θα τέμνει και την άλλη.



Υ | $l_1 \parallel l_2$
 δ τέμνει την l_1
 Σ | δ τέμνει την l_2

Έχω η δ δεν τέμνει την $l_2 \Rightarrow \delta \parallel l_2$.

Τότε από το σημείο A, 2 παράλληλες άφεται προς την l_2 . Άτοπο. Άρα η δ τέμνει την l_2