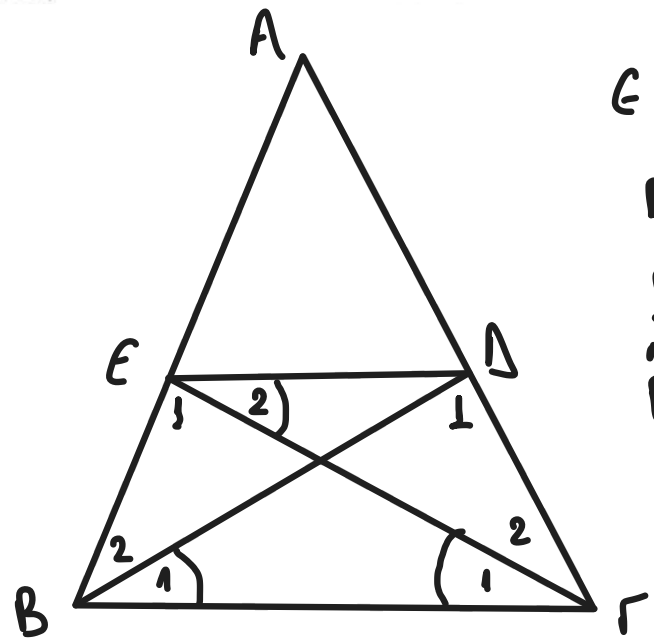


1) Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB = A\Gamma$) και οι διχοτόμοι του BD, GE . Να δείξετε ότι το τετράπλευρο $BGDE$ είναι εγγράψιμο και ότι $DE \parallel B\Gamma$.



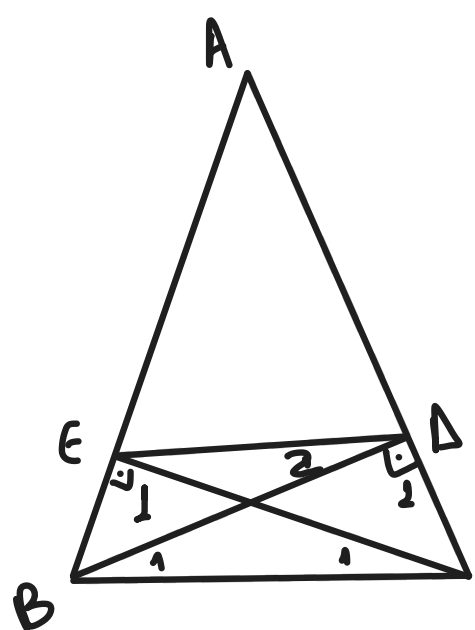
$$\begin{array}{l} \hat{A}B\Gamma = \hat{A}B\Gamma \\ B\Gamma = B\Gamma \\ \hat{B}_2 = \hat{G}_2 \\ \hat{G}_1 = \hat{B}_1 \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Γ-Π-Γ} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{E}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow BGDE \text{ εγγράψιμο.}$$

$\hat{B}_1 = \hat{E}_2$ (εγγεγραμμένες που βρύναν στο ΓΔ)

$\hat{B}_1 = \hat{G}_1$ (μια ίδια γωνία)

Άρα $\hat{E}_2 = \hat{G}_1 \Rightarrow ED \parallel B\Gamma$.

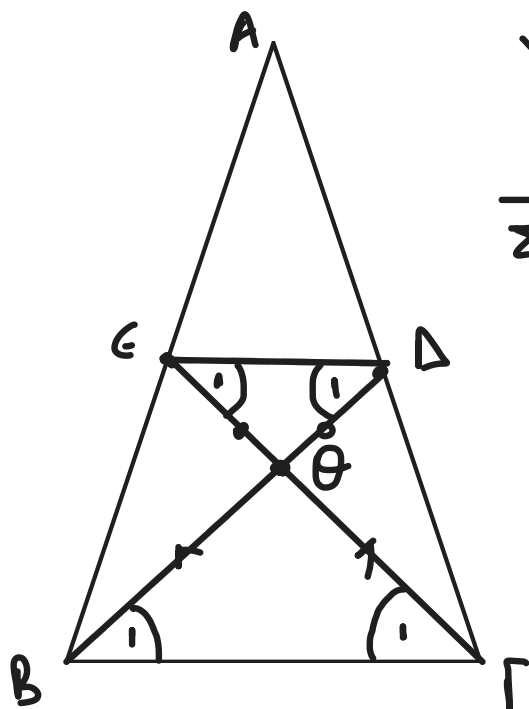
2) Να αναλύσετε το πρόβλημα (1), αν BD, GE ύψη.



$$\begin{array}{l|l} \Upsilon & \triangle AB\Gamma \text{ ισοσκελές} \\ \hline \Sigma & BGDE \text{ εγγράψιμο} \\ & DE \parallel B\Gamma \end{array} \left. \begin{array}{l} \hat{E}_1 = \hat{D}_1 = 90^\circ \Rightarrow BGDE \text{ εγγράψιμο.} \\ \text{Συγκρίνω τα τρίγωνα} \\ B\Gamma E \quad B\Gamma D \dots \Rightarrow BE = GD \text{ (χορδές)} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{G}_1 \text{ (βρύναν σε ίσες χορδές)}$$

$$\Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{G}_1 \text{ (βρύναν σε ίσες χορδές)} \left. \begin{array}{l} \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \\ \text{Τώρα } \hat{G}_1 = \hat{D}_2 \text{ (} \Rightarrow \text{ στο ίδιο χορδή)} \end{array} \right\} \Rightarrow ED \parallel B\Gamma$$

4) Δίνεται τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ και οι διάμετροί του BD, GE που τέμνουν στο Θ. Αν $\theta B = \theta \Gamma$, να δείξετε ότι το $\triangle AB\Gamma$ είναι ισοσκελές. [Υπόδειξη: να φέρετε την ΑΘ, που τέμνει την $B\Gamma$ στο Ζ].



$$\begin{array}{l|l} \Upsilon & BD, GE \text{ διάμ. } \Rightarrow \theta B = \theta \Gamma \\ \hline \Sigma & \triangle AB\Gamma \text{ ισοσκελές} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{Η ΕΔ είναι κάθετη πάνω στο } B\Gamma, \\ \text{Άρα } ED \parallel B\Gamma \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \text{ και } \hat{G}_1 = \hat{E}_1 \\ \text{Άρα } \hat{E}_1 = \hat{D}_1 \Rightarrow \theta \hat{E}D \text{ ισοσκελές.} \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{l} B\Gamma E \quad B\Gamma D \\ B\Gamma = B\Gamma \\ \hat{G}_1 = \hat{B}_1 \\ GE = BD \end{array} \left. \begin{array}{l} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$B\Gamma E = B\Gamma D \Rightarrow GD = BE \Rightarrow AG = AB$
 διότι GD, BE μισά των AD, AB αντίστοιχα.

Εργασία: Να κάνετε τις ασκήσεις 1 έως 9 του φυλλαδίου για εγγράψιμα τετράπλευρα !!