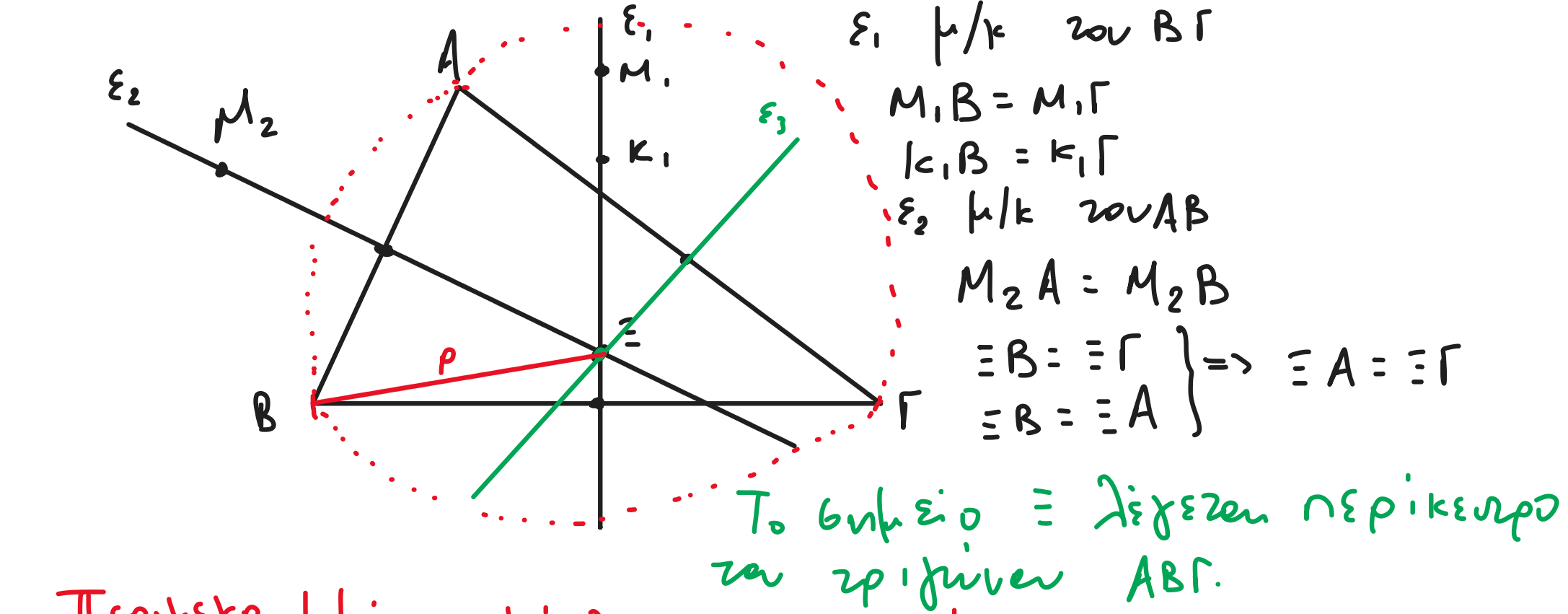
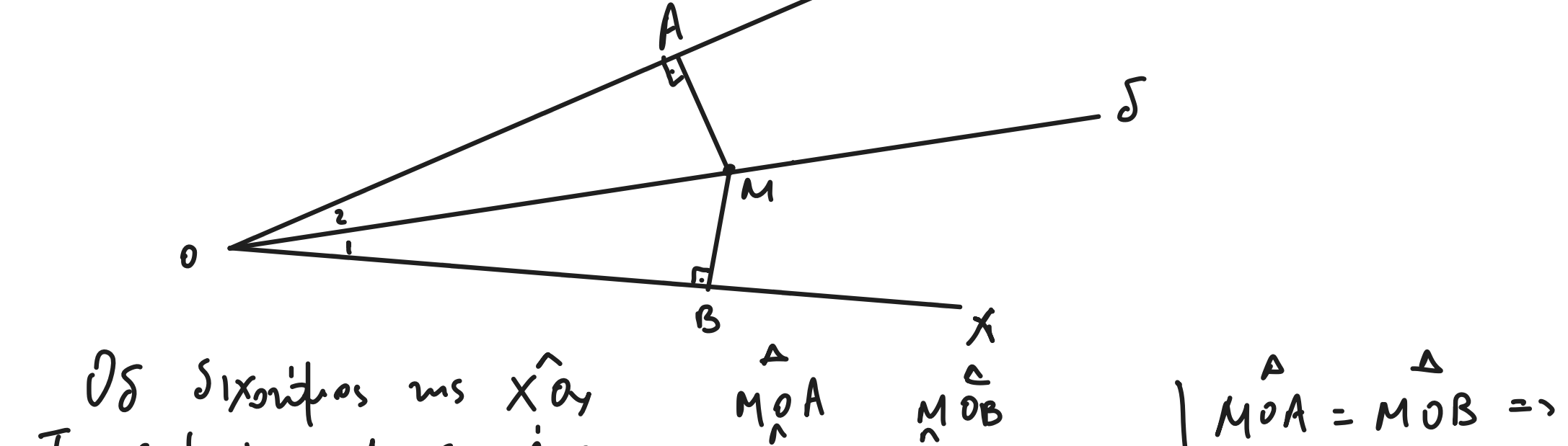
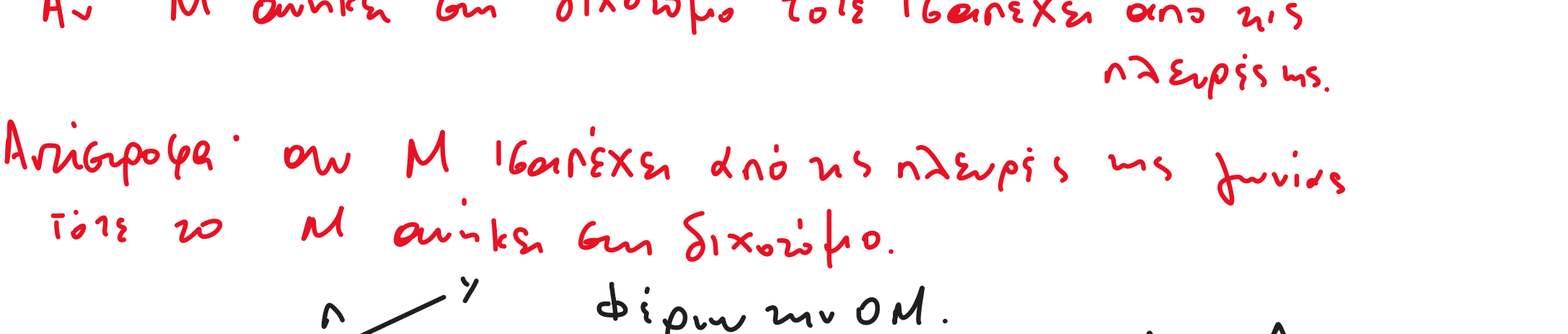




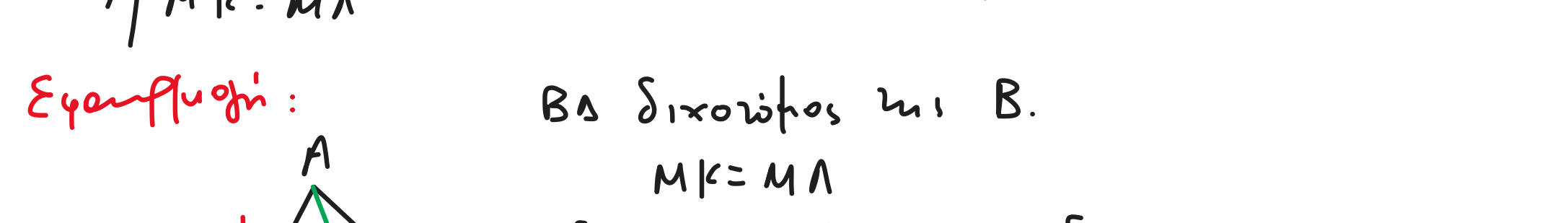
Το σημείο $\equiv$ λύσεων περιέχει του τριγώνου ΑΒΓ.
 Περιγεγραμμένος κύκλος του τριγώνου.
 Το σημείο ουσιαστικά εστιασμένο στον κύκλο.



Αν Μ ανήκει στο δισκοτό τότε ισοπέχει από τις πλευρές με.
 Αντιστοίχως αν Μ ισοπέχει από τις πλευρές με γωνίας τότε το Μ ανήκει στο δισκοτό.



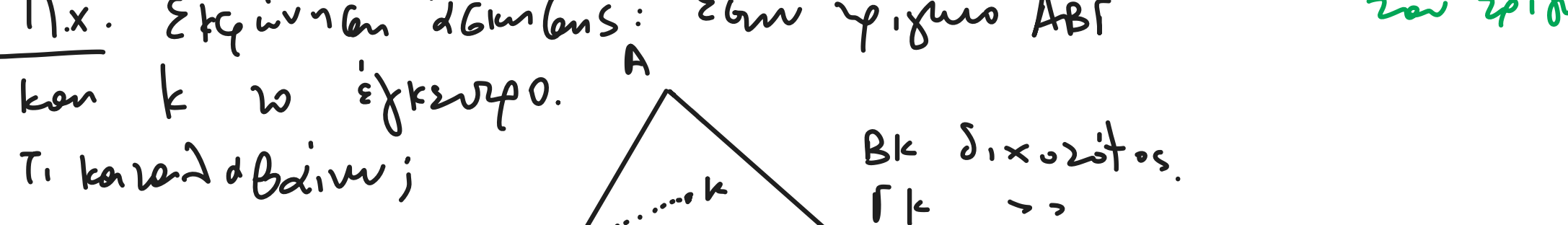
Εμφάνιση: ΒΑ δισκοτός με Β. ΜΚ=ΜΛ. ΓΕ δισκοτός με Γ. Το Ρ ισοπέχει από τις 3 πλευρές του τριγώνου.



1° Γνωρίζουμε: οι δισκοτοί του τριγώνου συντρέχουν.
 2° Γνωρίζουμε: Αν έλκεται το σημείο Ρ και ακτίνα ΡΦ, γράψω κύκλο, αυτός θα διέρχεται από τα Φ1, Φ2, Φ3. Αυτό ο κύκλος εφάπτεται από τις 3 πλευρές του τριγώνου, λύνεται εφ'εσφαλμένης.

Το σημείο που διέρχεται από τις 3 δισκοτοί, λύνεται εφ'εσφαλμένης του τριγώνου.

Π.χ. Στρέψτε τον δισκοτό: Έστω τριγώνου ΑΒΓ και κ το εφ'εσφαλμένο. Τι καταλαβαίνουμε;



Από βιβλίο Βιβλίο Γεωμετρίας Σελ. 87 : Επικ. 2, 3 Σελ. 87, 88 : Αποδεικν. 2, 3, 4, 5

1ο φύλλο Αλγεβρας
 Δεξ. αλγεβρας τριγώνων x.

$$\begin{cases} (x^2+x+1)(x-1)+5x \leq x^3+x+19 \\ \frac{2x-1}{3} - \frac{23}{9} > \frac{4x-21}{9} \end{cases}$$

1) Γνωρίζουμε: Λύνω κάθε κτλ κυρίως και στο τέλος αναζητώ λύν.

2) Η λύν δίνω είναι μεγαλύτερα βαθμού από του. Μέθοδος: λύνω πρώτα την ηρωδοδοτική.

$$9 \cdot \frac{2x-1}{3} - 9 \cdot \frac{23}{9} > \frac{4x-21}{9} \cdot 9 \Leftrightarrow 3(2x-1)-23 > 4x-21 \Leftrightarrow 6x-3-23 > 4x-21 \Leftrightarrow 6x-4x > -21+3+23 \Leftrightarrow 2x > 5 \Leftrightarrow x > 5/2$$

$$\text{Λύνω την } 1\text{m}: (x^2+x+1)(x-1)+5x \leq x^3+x+19 \Leftrightarrow x^3-1+5x \leq x^3+x+19 \Leftrightarrow -1+5x \leq x+19 \Leftrightarrow 5x-x \leq 19+1 \Leftrightarrow 4x \leq 20 \Leftrightarrow x \leq 5$$



$$\text{αβκ.6} \quad \text{ακέραιος } x \quad (x-1)(x^2-7x+10)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \quad \text{ή} \quad x^2-7x+10=0 \quad x_{1,2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\frac{x(x-1)}{2} - 2 < \frac{x(x-5)}{2} + 6 \Leftrightarrow 2 \cdot \frac{x^2-x}{2} - 2 < 2 \cdot \frac{x^2-5x}{2} + 6 \Leftrightarrow x^2-x-4 < x^2-5x+12 \Leftrightarrow -x-4 < -5x+12 \Leftrightarrow -x+5x < 12+4 \Leftrightarrow 4x < 16 \Leftrightarrow x < 4$$

Αρα οι κοινές λύσεις είναι $x=1, x=2$.

$$\text{Αβκ.7} \quad (x-1)(x^2-6x+8)=0 \Leftrightarrow x-1=0 \quad \text{ή} \quad x^2-6x+8=0 \quad x=7 \quad x_{1,2} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$(x-1)(x^2-8x+15) > 0$. Είναι μεγαλύτερα βαθμού. κυρίως λ. ιδ. $x-1 > 0$ ή $x^2-8x+15 > 0$

Επομένως είναι $- \dots = +$
 Μέθοδος: εναλλαγή ενών

$$\text{βάλω το } 7: (7-1)(7^2-8 \cdot 7+15) > 0 \Leftrightarrow 6 \cdot (49-56+15) > 0 \Leftrightarrow 6 \cdot (64-56) > 0 \text{ ναι}$$

Αρα το 7 είναι κοινή λύση.
 βάλω το 4: $(4-1)(4^2-8 \cdot 4+15) > 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (16-32+15) > 0 \Leftrightarrow 3 \cdot (-1) > 0$ λ. ιδ. $-1 > 0$

βάλω το 2: $(2-1)(2^2-8 \cdot 2+15) > 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (4-16+15) > 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (-1) > 0$ λ. ιδ. $-1 > 0$

Αρα τελικές λύσεις: το 2 και το 7.

Νέο φυλλάδιο.
 Αβκ.1 $a, b, c \neq 0, a, b, c \in \mathbb{R}$

$$\frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a} \text{ ακέραιοι}$$

$$\text{Παραγωγών } A = (a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = ;$$

$$\text{Λέμε } \text{Θεωρώ } \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a} = 1 \quad \text{Εντάξει } \frac{a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a} \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1\text{m nsp.}}{\frac{a}{b} = 1, \frac{b}{c} = 1, \frac{c}{a} = 1} \quad \frac{2\text{m nsp.}}{\frac{a}{b} = 1, \frac{b}{c} = -1, \frac{c}{a} = -1} \quad \frac{3\text{m nsp.}}{\frac{a}{b} = -1, \frac{b}{c} = -1, \frac{c}{a} = 1}$$

$$\begin{matrix} a=b & b=c & c=a \\ (a,b,c) = (c,c,c) & (a,b,c) = (a,-c,-c) & (a,b,c) = (-b,b,-b) \end{matrix}$$

$$\frac{4\text{m nsp.}}{\frac{a}{b} = -1, \frac{b}{c} = 1, \frac{c}{a} = -1} \quad a=-b \quad b=c \quad c=-a$$

$$(a,b,c) = (-b,b,b)$$

$$\text{1m nsp. } A = (a+b+c) \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right) = (c+c+c) \cdot \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \right) = 3c \cdot \frac{1}{c} = 9$$

$$\text{2m nsp. } A = (-c+c+c) \cdot \left(-\frac{1}{c} - \frac{1}{c} + \frac{1}{c} \right) = c \cdot \left(-\frac{1}{c} \right) = -1$$

$$\text{3m + 4m nsp. } \Rightarrow A = 1$$

$$\text{αβκ.2} \quad \frac{2a}{b}, \frac{b}{c}, \frac{c}{a} \text{ θετικα ακέραιοι}$$

$$\text{Λέμε: } \frac{2a}{b} \cdot \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a} = 2$$