

αβγ.3) $a, b, \gamma \in \mathbb{R}, a-1, b-2, 3-\gamma \geq 0$

16xύεν $a+b-\gamma=0 \quad a=; \quad b=; \quad \gamma=;$

Πύκν $a+b=\gamma \quad 3-\gamma \geq 0 \Leftrightarrow 3-(a+b) \geq 0 \Leftrightarrow -(a+b) \geq -3$

$\Leftrightarrow \boxed{a+b \leq 3} \quad (1)$

$a-1 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 1$
 $b-2 \geq 0 \Leftrightarrow b \geq 2$ } $\Rightarrow \boxed{a+b \geq 3} \quad (2)$ } $\Rightarrow \left. \begin{matrix} a+b=3 \\ a \geq 1 \\ b \geq 2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \begin{matrix} a \geq 1 \\ b \geq 2 \end{matrix} \Rightarrow \frac{a+b \geq 3}{a+b=3} \text{ ισο}$

Αρα $a=1 \Rightarrow b=2$ | Αρξ.1 κα
 $a+b=3$ | $a+b-\gamma=0$
 $1+2-\gamma=0 \Leftrightarrow \gamma=3$

2ος τρόπος : $(a-1)+(b-2)+(3-\gamma)=0$
 $a-1+b-2+3-\gamma=a+b-\gamma \stackrel{(\gamma)}{=} 0$

$(a-1)+(b-2)+(3-\gamma)=0 \Rightarrow a-1=0 \text{ και } b-2=0 \text{ και } 3-\gamma=0$
 $a-1 \geq 0, b-2 \geq 0, 3-\gamma \geq 0 \Rightarrow a=1 \quad b=2 \quad \gamma=3$

4η δόκ. $a, b, \gamma \geq 0, a, b, \gamma \in \mathbb{R}$

a, b, γ τριγωνικά ακέραια

$a+b+\gamma=1, A=(a+b+\gamma)(a^2+b^2+\gamma^2)$

Πύκν a, b, γ τριγωνικά $\Rightarrow$ μη αρνητικοί

$a+b+\gamma=1$

$A+B+\Gamma=1$

$A, B, \Gamma \geq 0$, ακέραιοι

Αντίστοιχο γενικοί αριθμοί
 $0,2+0,3+0,5=1$

1η απ. $ab=1$, $b\gamma=0$, $\gamma a=0$ | 2η απ. $ab=0, b\gamma=1, \gamma a=0$
 $a=\frac{1}{b}, b=0 \text{ ή } \gamma=0 \mid \gamma=0 \text{ ή } a=0$
 $a=0 \text{ ή } b=0 \mid \gamma=\frac{1}{b}$

$(a, b, \gamma) = (\frac{1}{b}, b, 0)$

$(a, b, \gamma) = (0, b, \frac{1}{b})$

3η απ.

$ab=0, b\gamma=0, \gamma a=1$

$b=0$ και $\gamma=\frac{1}{a}$

$(a, b, \gamma) = (a, 0, \frac{1}{a})$

1η απ.

$A=(a+b+\gamma)(a^2+b^2+\gamma^2)=$

$(\frac{1}{b}+b) \cdot (\frac{1}{b^2}+b^2) \geq 4$

Σημειώνω εφαρμογή 6x21 και 6x25: Σ62.58 / εφαρμογή 1

iii) Αν $a > 0$ τότε $a + \frac{1}{a} \geq 2$

απόδειξη $a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a \cdot a + a \cdot \frac{1}{a} \geq 2 \cdot a \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0$
 $\Leftrightarrow a^2 + 1 - 2a \geq 0 \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0$
 το οποίο 16xύεν

Αρα ισχύει $a + \frac{1}{a} \geq 2$ για κάθε $a \in \mathbb{R}_+$

$3 + \frac{1}{3} = 3,33 \dots \quad 4 + \frac{1}{4} = 4,25$

$a + \frac{1}{a} = 2 \Leftrightarrow (a-1)^2 = 0 \Leftrightarrow a-1=0 \Leftrightarrow a=1$

Επιβεβαιώνω συνθήκες.

1η απ. $A = (b + \frac{1}{b}) \cdot (b^2 + \frac{1}{b^2})$

$b + \frac{1}{b} \geq 2 \Rightarrow (b + \frac{1}{b})(b^2 + \frac{1}{b^2}) \geq 4$

$b^2 + \frac{1}{b^2} \geq 2$ το " $=$ " ισχύει $\Leftrightarrow b=1$

Μέθοδοι αντιμετώπισης.

1) Αν $A, B, \Gamma > 0$ ακέραιοι $\Rightarrow (A, B, \Gamma) = (1, 1, 1)$
 $A \cdot B \cdot \Gamma = 1$

2) Αν $B, A > 0$ ακέραιοι $\Rightarrow (A, B) = (5, 1)$ ή $(1, 5)$
 $A \cdot B = 5$

3) Αν $A, B > 0$ ακέραιοι $\Rightarrow (A, B) = (2, 6), (4, 3), (1, 12)$
 $A \cdot B = 12$
 $= (6, 2), (3, 4), (12, 1)$

$\begin{array}{r} 12 \\ 6 \\ 3 \\ 1 \end{array} \middle| \begin{array}{r} 2 \\ 2 \\ 3 \\ 2^2 \cdot 3 \end{array}$

4) $A, B \geq 0$ ακέραιοι
 $A + B = 3$ } $(A, B) = (0, 3), (1, 2)$
 $= (3, 0), (2, 1)$

δόκ.5) α) $a^2 + b^2 + \gamma^2 = 3$

Αξιολογία - εργασία 2° φύλλο: δόκ.5, α6κ.9α, α6κ.10α

Α6κ.1) Να λύσετε, στο βιβλίο των μη αρνητικών ακεραίων το βιβλίο $\left\{ \begin{matrix} x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0 \\ \frac{2x+1}{7} + \frac{3x+5}{7} < 3 \end{matrix} \right\}$

Α6κ.1) Να λύσετε στο βιβλίο των ακεραίων το βιβλίο 4

$\left\{ \begin{matrix} (x^2 - 7x + 12) \cdot (x-1) = 0 \\ x^4 - 9x^3 + 25x^2 - 27x + 10 < 0 \end{matrix} \right\}$

Αντί το 1ο φύλλο ως Αλγεβρας υδ λύσετε με δόκ.4 και

και... μην ξεχνάτε τη Γενίωση...

και... μην ξεχνάτε τη Γενίωση...