

Ορισμός: Έστω συνάρτηση $f: A \rightarrow \mathbb{R}$

1) Λέμε ότι $f \uparrow$ σε $A \iff \forall x_1, x_2 \in A \text{ με } x_1 < x_2 \implies f(x_1) < f(x_2)$

2) $\gg \gg f \downarrow$ σε $A \iff \forall x_1, x_2 \in A \text{ με } x_1 < x_2 \implies f(x_1) > f(x_2)$

Παράδ. 1: Να εξετάσετε τις ενόμενες συναρτήσεις ως προς τη μονotonία

α) $f(x) = 2x + 3$

β) $g(x) = -3x + 15$

α) Για το πεδίο ορισμού της f
έχω $D_f = \mathbb{R}$,

έστω $x_1, x_2 \in D_f$ με

$$x_1 < x_2 \iff$$

$$2x_1 < 2x_2 \iff$$

$$2x_1 + 3 < 2x_2 + 3 \iff$$

$$f(x_1) < f(x_2) \quad f \uparrow \text{ σε } \mathbb{R}$$

β) $D_g = \mathbb{R}$

έστω $x_1, x_2 \in D_g$ με

$$x_1 < x_2 \iff$$

$$-3x_1 > -3x_2 \iff$$

$$-3x_1 + 15 > -3x_2 + 15 \iff$$

$$g(x_1) > g(x_2)$$

$$g \downarrow \text{ σε } \mathbb{R}$$

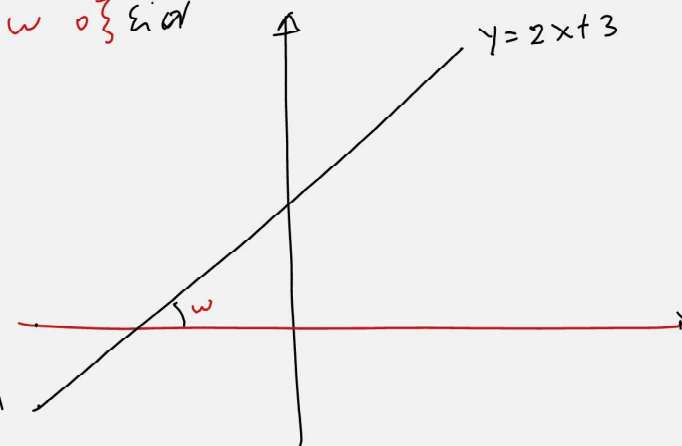
Γεωμετρική ερμηνεία.

$$f(x) = 2x + 3.$$

$$y = 2x + 3$$

{ $y > 0$ } $\iff$
ω οξεία

{ $y < 0$ } $\iff$
ω κλίση

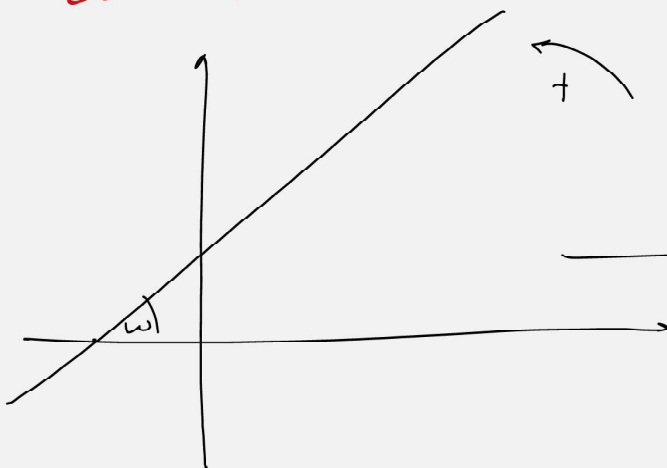


Θεώρημα: $y = ax + b$, $a \neq 0$

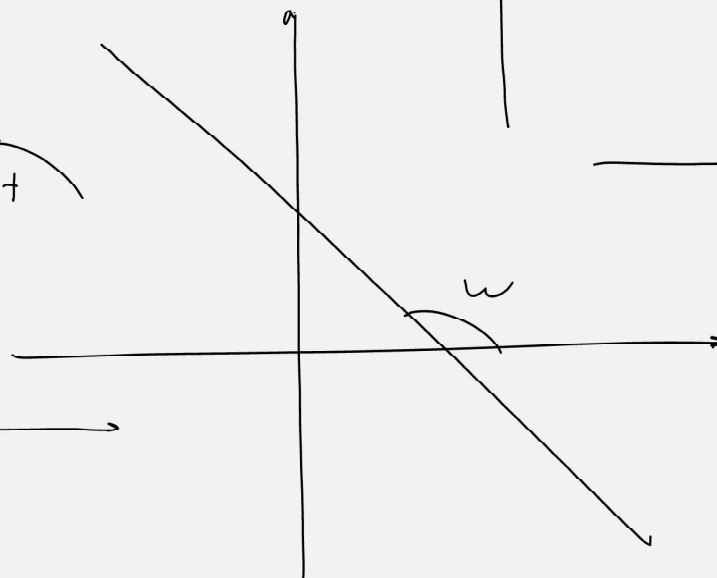
παριστάει ευθεία.

a = κλίση της ευθείας

$a = \varepsilon\varphi\omega$

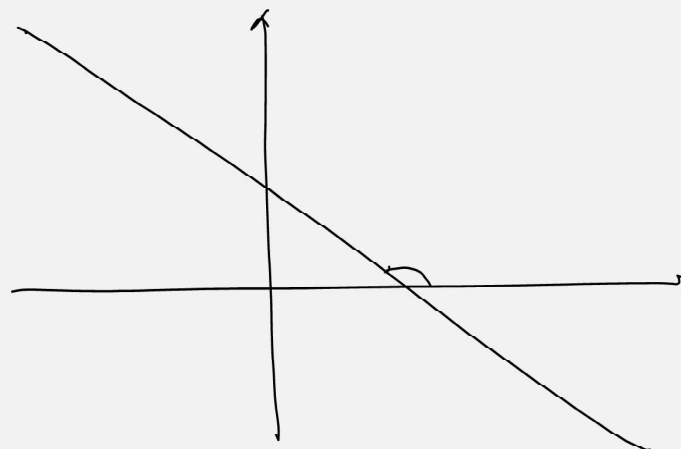


ω οξεία $\iff \varepsilon\varphi\omega > 0$

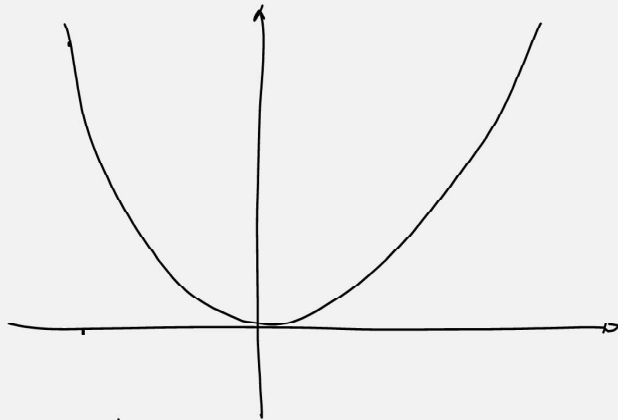


ω αμβλεία $\iff \varepsilon\varphi\omega < 0$

$$f(x) = -3x + 15$$

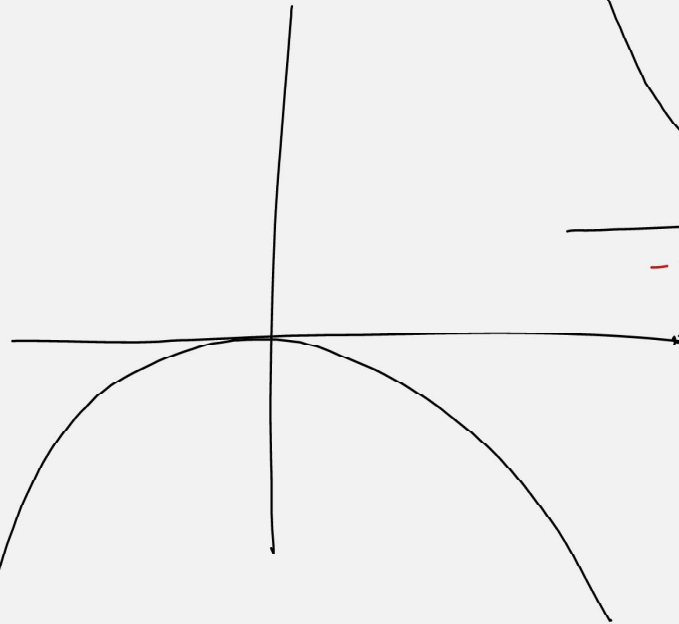


$$f(x) = ax^2, \quad a > 0$$

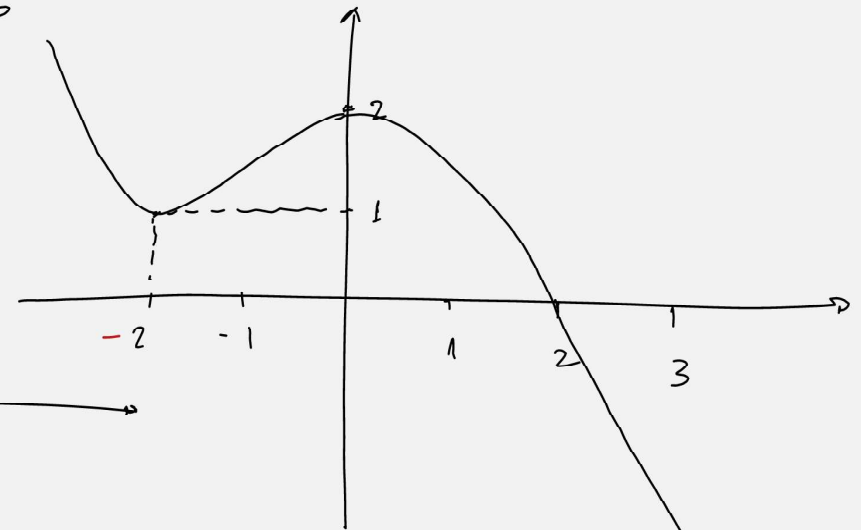


x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\swarrow$		$\nearrow$

$$f(x) = -ax^2, \quad a < 0$$



x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\swarrow$		$\searrow$



x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
$f(x)$	$\swarrow$	$\nearrow$	$\searrow$	

Δυναμοσυνάρτηση ονομάζω μια συνάρτηση $f(x) = x^v$.

Παραδείγματα δυναμοσυνάρτησεων.

$$f_1(x) = x^2, \quad f_2(x) = x^3, \quad f_3(x) = x^4, \quad f_4(x) = x^3.$$

$$g_1(x) = 3x^2 \leftarrow \text{οχι δυναμοσυνάρτηση.}$$

Θεώρημα: Όλες οι δυναμοσυνάρτησεις περιττού βαθμού είναι $\uparrow / \mathbb{R}$

Όλες οι δυναμοσυνάρτησεις αλτίου βαθμού είναι

Άσκηση: Να μελετήσετε ως προς το μονοτονικό

τη συνάρτηση $f(x) = -2x^4 - 3x^2 + 1$

$$D_f = \mathbb{R}$$

Έστω $x_1, x_2 \in D_f$ με $0 \leq x_1 < x_2 \stackrel{x^4}{\iff} x_1^4 < x_2^4 \iff -2x_1^4 > -2x_2^4$

$$0 \leq x_1 < x_2 \stackrel{x^2}{\iff} x_1^2 < x_2^2 \iff -3x_1^2 > -3x_2^2$$

$$\begin{aligned} -2x_1^4 - 3x_1^2 &> -2x_2^4 - 3x_2^2 \quad (\approx) \\ -2x_1^4 - 3x_1^2 + 1 &> -2x_2^4 - 3x_2^2 + 1 \quad (\leftarrow) & f(x_1) > f(x_2) \end{aligned}$$

