$$x^8 - 6x^4 + 5 < 0$$

Θέτω $y = x^4 \Rightarrow y^2 = x^8$

$$y^2 - 6y + 5 < 0$$

$$y_{1,2} = \begin{cases} 5 \\ 1 \end{cases}$$

	1		5	
	+	0	−	0 +

$$1 < y < 5 \Leftrightarrow$$

$$1 < x^4 < 5$$

$x^4 < 5 \Leftrightarrow$

$$\sqrt[4]{x^4} < \sqrt[4]{5} \Leftrightarrow$$

$$|x| < \sqrt[4]{5} \Leftrightarrow$$

$$-\sqrt[4]{5} < x < \sqrt[4]{5}$$

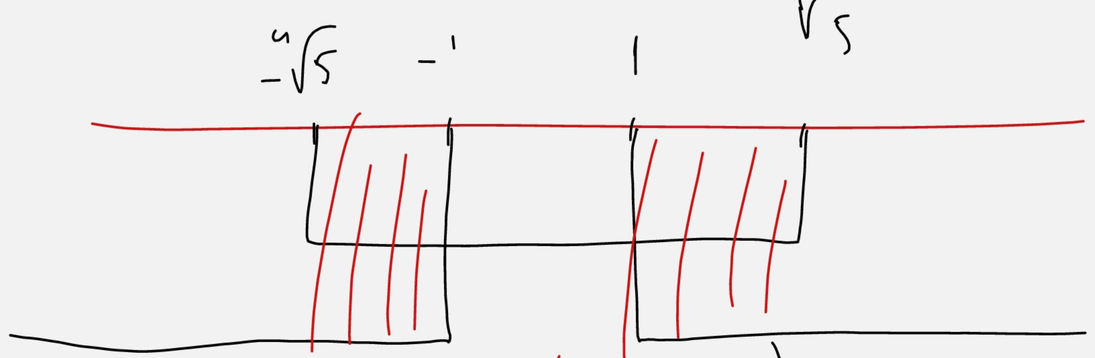
κοιν...

$x^4 > 1 \Leftrightarrow$

$$\sqrt[4]{x^4} > \sqrt[4]{1} \Leftrightarrow$$

$$|x| > 1$$

$x < -1$ ή $x > 1$



$x \in (-\sqrt[4]{5}, -1) \cup (1, \sqrt[4]{5})$

Λυμένο παράδειγμα 2 / Σ.151

$$\sqrt{2x+7} - x = 2$$

$$\left(\sqrt{2x+7} - x\right)^2 = 2^2 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2x+7}^2 - 2\cdot\sqrt{2x+7}\cdot x + x^2 = 4$$

Μεθοδολογικό σχόλιο

Πεδίο ορισμού

$2x+7 \geq 0 \Leftrightarrow$

$2x \geq -7$

$x \geq -7/2$

$$\sqrt{2x+7} - x = 2 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{2x+7} = x+2 \Longrightarrow$$

$$\sqrt{2x+7}^2 = (x+2)^2 \Leftrightarrow$$

$$2x+7 = x^2+4x+4 \Leftrightarrow$$

$$0 = x^2+2x-3 \Leftrightarrow x_{1,2} = \begin{cases} 1 \\ -3 \end{cases}$$

Επαλήθευση:

για $x=1$ έχω

$$\sqrt{2\cdot 1+7} - 1 = 2 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{9} - 1 = 2 \Leftrightarrow 3-1=2 \quad \text{ισχύει}$$

Άρα $x=1$ είναι λύση

για $x=-3$

$$\sqrt{-6+7} - (-3) = 2 \neq 1$$

$$\sqrt{1}+3 = 2 \Leftrightarrow$$

δεν ισχύει

Γιατί "βλάξη" η ισοδυναμία όταν υψώνω στο τετράγ.

π.χ. $A = 2 \Rightarrow A^2 = 4$

$A^2 = 4 \Rightarrow A = \pm 2$

Παραδ. 4 / Σελ. 152

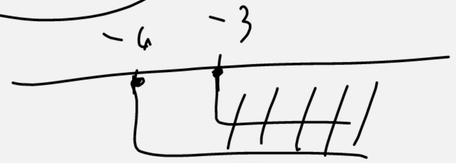
$$\sqrt{2x+6} - \sqrt{x+4} = 1$$

Περιορ.

$2x+6 \geq 0$ και $x+4 \geq 0$

$2x \geq -6$ $\quad$ $x \geq -4$

$x \geq -3$



$x \geq -3$

$$\sqrt{2x+6} = 1 + \sqrt{x+4} \Longrightarrow$$

$$\left(\sqrt{2x+6}\right)^2 = \left(1+\sqrt{x+4}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$2x+6 = 1 + 2\cdot 1\sqrt{x+4} + \left(\sqrt{x+4}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$2x+6 = 5 + x + 2\sqrt{x+4} \Leftrightarrow$$

$$x+1 = 2\sqrt{x+4} \Leftrightarrow$$

$$(x+1)^2 = 4\cdot\left(\sqrt{x+4}\right)^2 \Leftrightarrow$$

$$x^2+2x+1 = 4x+16 \Leftrightarrow$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$x_{1,2} = \begin{cases} 5 \\ -3 \end{cases}$$

Επαλήθευση:

Για $x=5$

$$\sqrt{2\cdot 5+6} - \sqrt{5+4} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{16} - \sqrt{9} = 1 \Leftrightarrow 4-3=1$$

ισχύει

$x=5$

Για $x=-3$

$$\sqrt{2\cdot(-3)+6} - \sqrt{-3+4} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\sqrt{0} - \sqrt{1} = 1 \Leftrightarrow -1 = 1$$

Δεν ισχύει

Ασκ. 3 / Σελ. 153 ⟶ Σπίτι όλη

(v) $\sqrt{x+3} = (\sqrt{10-x}+1)^2 \iff$

$x+3 = \sqrt{10-x}^2 + 2\cdot\sqrt{10-x} + 1^2 \iff$

$x+3 = 10-x + 2\cdot\sqrt{10-x} + 1 \iff$

$x+3+x-10-1 = 2\sqrt{10-x} \iff$

$\frac{2x}{2} - \frac{8}{2} = \frac{2\cdot\sqrt{10-x}}{2} \iff$

$x-4 = \sqrt{10-x} \implies$

$(x-4)^2 = \sqrt{10-x}^2 \iff$

Κοιτ

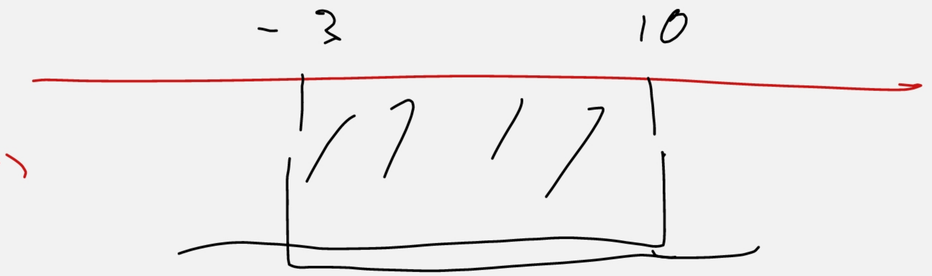
$\Lambda/ x+3>0$

$x>-3$

$10-x\geq 0$

$-x\geq -10$

$x\leq 10$



$-3 \leq x \leq 10$