

αλ. 3 / Σελ 170

$$(i) \quad 2^{2x+1} - 4 \cdot 2^x < 0 \iff$$

$$2^{2x} 2^1 - 4 \cdot 2^x < 0 \iff$$

$$(2^x)^2 2 - 4 \cdot 2^x < 0 \iff$$

$$2y^2 - 4y < 0 \quad (1)$$

βρισκω τις ρίζες του τετραγώνου

$$2y^2 - 4y = 0$$

$$2y(y-2) = 0$$

$$\frac{2}{2} y = 0 \quad \text{ή} \quad y - 2 = 0$$

$$y = 0 \quad \text{ή} \quad y = 2$$

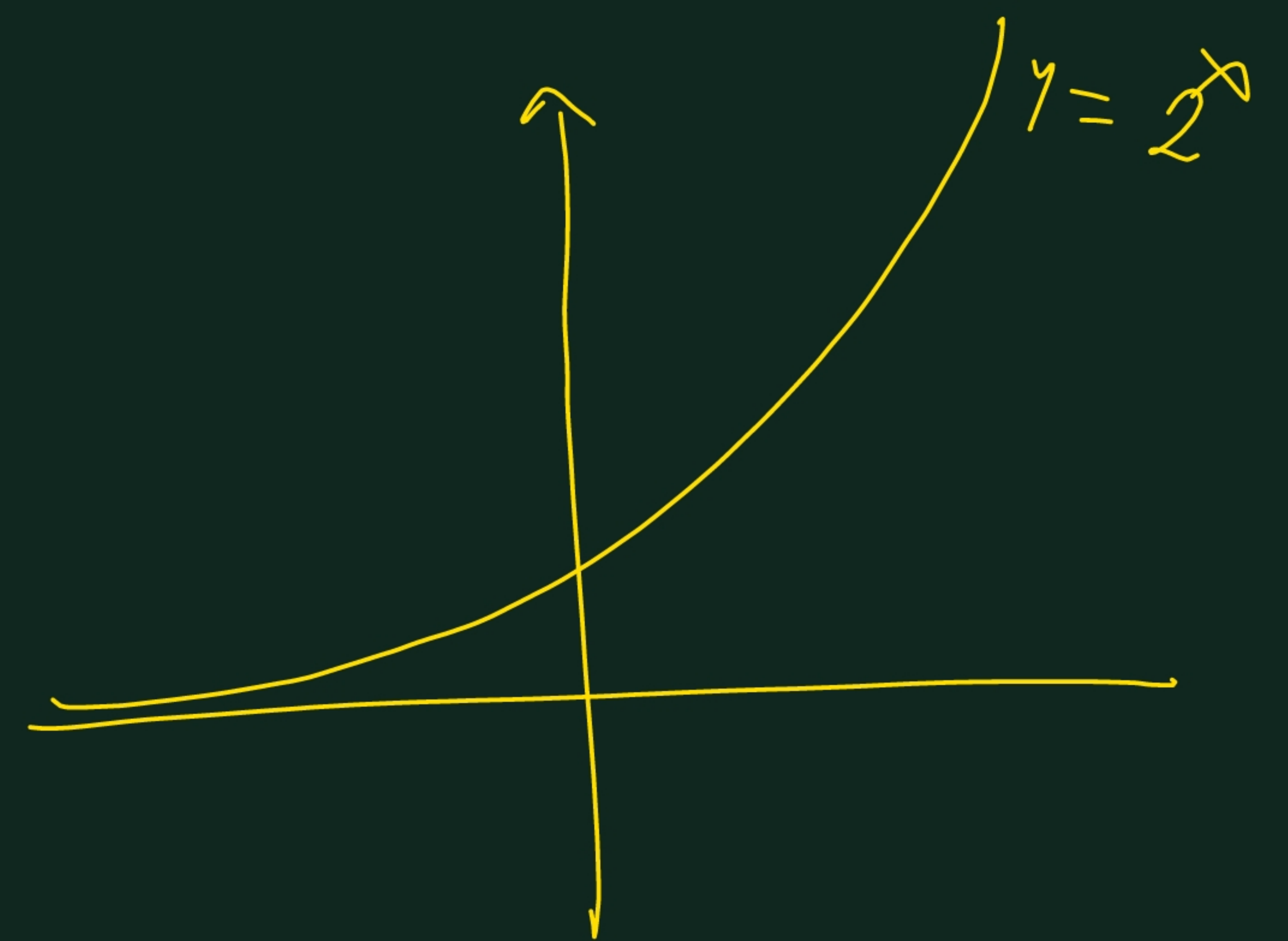
$$\text{Θέτω } 2^x = y$$

$$\begin{array}{c} 0 \qquad 2 \\ \hline + \phi - \phi + \end{array}$$

$$(1) \iff 0 < y < 2$$

$$0 < 2^x < 2$$

$$\text{το } 2^x > 0 \text{ πάντα.}$$



$$\begin{array}{c} 2^x < 2 \\ 2^x < 2^1 \quad (\iff) \\ x < 1 \end{array}$$

Να λυθεί η ανίσωση

$$\underline{-1 < 2^x < 8} \quad (1)$$

Επειδή $2^x > 0 > -1$
η αριθμητική ανίσωση
αλυσίζεται $\forall x \in \mathbb{R}$

$$(1) \Leftrightarrow 2^x < 8 \Leftrightarrow$$

$$2^x < 2^3 \Leftrightarrow$$

$$\underline{x < 3}$$

Να λυθεί η ανίσωση

$$2^x < -2 \quad \text{ή} \quad 2^x > 16 \Leftrightarrow$$

αδύνατη $2^x > 2^4 \Leftrightarrow x > 4$

$$\underline{2^{2x}} - 14 \cdot \underline{2^x} - 32 > 0$$

$$(2^x)^2 - 14 \cdot 2^x - 32 > 0 \quad (1)$$

$$\text{Θέτω } \underline{2^x = y}$$

$$(1) \Leftrightarrow y^2 - 14y - 32 > 0$$

$$y_{1,2} = \frac{16}{-2}$$

$$\begin{array}{c} -2 \quad 16 \\ \hline + \quad - \quad - \quad + \end{array}$$

$$y < -2 \quad \text{ή} \quad y > 16$$

$$2^x < -2 \quad \text{ή} \quad 2^x > 16$$

Αδύνατη

$$2^x > 2^4 \Leftrightarrow x > 4$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^4 \quad \left(\frac{1}{3}\right)^x$$

$$x > 4$$

Σημερινό μάθημα: εκθετικά συστήματα

$$26 \text{ k. 5} / \Sigma. 170$$

Υπάρχουν μόνο πολλαπλασιασμοί (in κλάσματα)
και δυνάμεις (εκθετικές συναρτήσεις)

(i) 1^ο είδος συστήματος

$$\begin{cases} 8^{2x+1} = 32 \cdot 4^{4y-1} \\ 5^1 \cdot 5^{x-y} = 5^{2y+1} \end{cases} \quad \left(2^3 \right)^{2x+1} = 2^5 \cdot \left(2^2 \right)^{4y-1} \quad (\Rightarrow) \quad 2^{6x+3} = 2^{8y-2} \quad (\Rightarrow) \quad 6x+3 = 8y-2 \quad (\Rightarrow) \quad 6x = 8y - 5 \quad \text{❌}$$

$$\Leftrightarrow 5^{x-y+1} = 5^{2y+1} \Leftrightarrow x-y+1 = 2y+1 \quad (\Rightarrow) \quad x = 3y \quad \textcircled{2}$$

$$\begin{cases} 6x = 8y \\ x = 3y \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 6 \cdot 3y = 8y \\ x = 3y \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 18y - 8y = 0 \\ x = 3y \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} 10y = 0 \\ x = 3y \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} y = 0 \\ x = 0 \end{cases}$$

2^ο είδος συστήσεων (Υπάρχουν προβλήματα - λύσεις)

ΔΕΛ5 / Σελ. 170

$$\text{ii)} \quad \begin{cases} 3^x + 2^y = 11 \\ 3^x - 2^y = 7 \end{cases}$$

Θέτουμε

$$\begin{cases} 3^x = a \\ 2^y = b \end{cases} \quad \begin{cases} a + b = 11 \\ a - b = 7 \end{cases}$$

$$2a = 18 \Rightarrow a = 9$$

$$9 - b = 7 \Rightarrow b = 2$$

$$3^x = 9$$

$$2^y = 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 2$$

$$y = 1$$

$$(x, y) = (2, 1)$$

Αγκίστρος:

$$A_{GK.6} - A'_{OM} / \Sigma \epsilon \lambda. 171$$

$$A_{GK.3} - B'_{OM} / \Sigma \epsilon \lambda. 171$$