

Επισημάνει μια ιδιότητα.

Ξέρουμε ότι για κάθε $x > 0$ ισχύει $\log x^2 = 2 \log x$ [jump]

Α, $x < 0$ τότε $x^2 > 0$, άρα $\log x^2$ ορίζεται,

όμως δεν ορίζεται $\sim 2 \log x$

Σε αυτήν περίπτωση ισχύει

$$\log x^2 = 2 \log |x|, \text{ για κάθε } x \neq 0$$

Απόδειξη: $\log x^2 = \log |x|^2 = 2 \log |x|$

Επιπλέον: $\log x^4 = 4 \log |x|$, $\log x^6 = 6 \log |x|$, $\forall x \neq 0$

Επίσης: $\log x^3 = 3 \log |x|$, για $x \neq 0$ | Αντίστροφα: δεν ισχύει διότι αν $x < 0$
τότε $x^3 < 0 \Rightarrow$ δεν ορίζεται $\log x^3$.

Γνωρίζουμε ότι $\forall a, b > 0$ ισχύει $\log(a \cdot b) = \log a + \log b$.

"για κάθε"

Αν $a < 0$ και $b < 0$ τότε $a \cdot b > 0 \Rightarrow \log(a \cdot b)$ ορίζεται

Ομως: $\log(a \cdot b) = \log(a) + \log b$ δεν ισχύει διότι δεν ορίζεται

Σε αυτή την περίπτωση ισχύει: $\log a, \log b$.

Αν a, b οποιονδήποτε, τότε $\log(a \cdot b) = \log|a| + \log|b|$

Απόδειξη: Αν a, b οποιονδήποτε, τότε $a \cdot b > 0 \Rightarrow |a \cdot b| = a \cdot b$

Τότε: $\log(a \cdot b) = \log|a \cdot b| = \log(|a| \cdot |b|) = \log|a| + \log|b|$

Άσκηση: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log(x^2 - 3x)$.

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού D_f .

β) Δίνεται η $g(x) = \log x + \log(x-3)$. Να βρείτε το D_g .

γ) Αν ρ μια ρίζα της εξίσωσης $x^2 - 3x - 100 = 0$, να

βρείτε την τιμή $f(\rho)$.

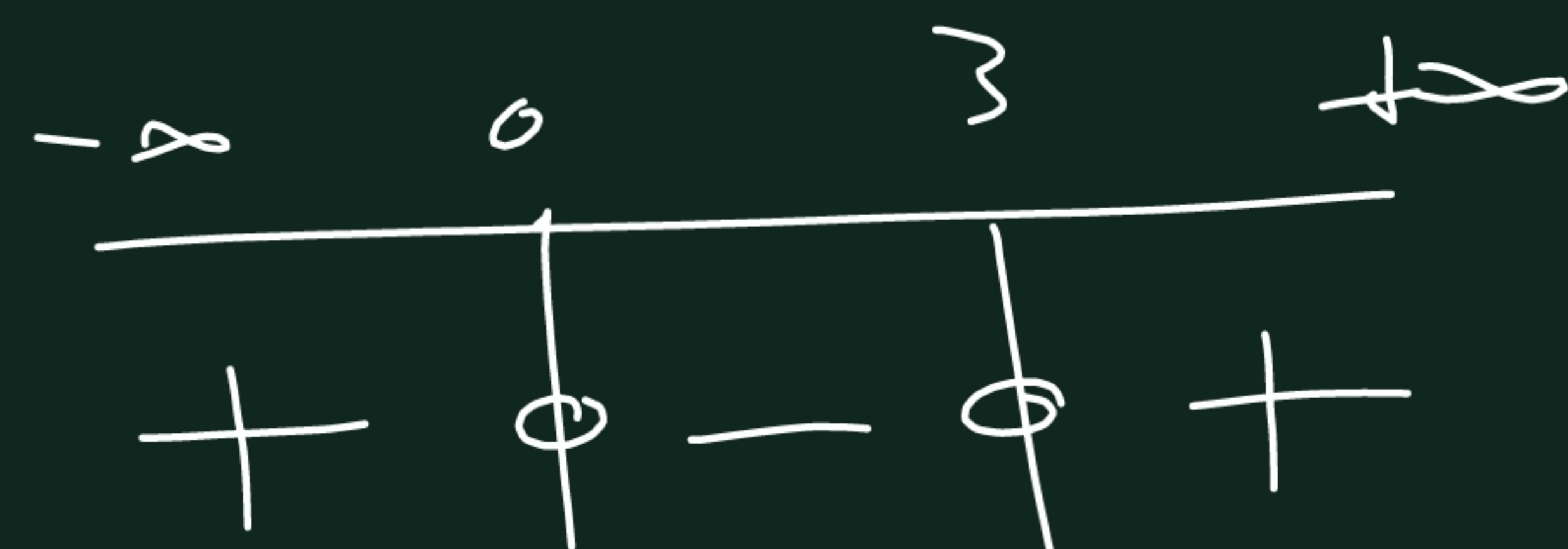
Λύση: (α) Αποδεικνύεται

$$x^2 - 3x > 0$$

βρίσκουμε τις ρίζες της εξίσωσης

$$x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x \cdot (x - 3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x = 0, x = 3$$



$$D_f = (-\infty, 0) \cup (3, +\infty)$$

(β) $x > 0$  $x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > 3$



$$x > 3 \Rightarrow D_g = (3, +\infty)$$

$$(γ) \Delta = 9 - 4 \cdot (-100) = 9 + 400 = 409$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{409}}{2} \quad f\left(\frac{3 + \sqrt{409}}{2}\right) = \log(\dots)$$

(8) Αν p πηλ. ms εξισώσεις

$$x^2 - 3x - 100 = 0.$$

Π. 1. $p^2 - 3p - 100 = 0 \Leftrightarrow$

$$p^2 - 3p = 100$$

$$f(p) = \log(p^2 - 3p) = \log 100$$

$$= \log 10^2 = 2 \cdot \log 10 = 2 \cdot 1 = 2.$$

Να λύσετε την εξίσωση:

$$\log x^4 = (\log x^2)^2,$$

$$\log(x-1)^4 = [\log(x-1)^2]^2$$

Να βρείτε το αέδιο ορισμού ms
συνάρτησης $f(x) = \log(x^2 - 5x)$.

Αν p μια πηλ. ms εξισώσεις $x^2 - 5x - 1000 = 0$
να βρείτε την τιμή $f(p)$.

Εξίσωση:

Προση

$$7x-9 \neq 0$$



$$3x-4 \neq 0$$

$$\log(7x-9)^2 + \log(3x-4)^2 = 2 \cdot 1$$

$$\log[(7x-9)^2 \cdot (3x-4)^2] = 2 \cdot \log 10 = \log 100$$

$$(7x-9)^2 \cdot (3x-4)^2 = 100 \Leftrightarrow$$

$$(7x-9)(3x-4) = 10 \quad \vee \quad (7x-9)(3x-4) = -10$$