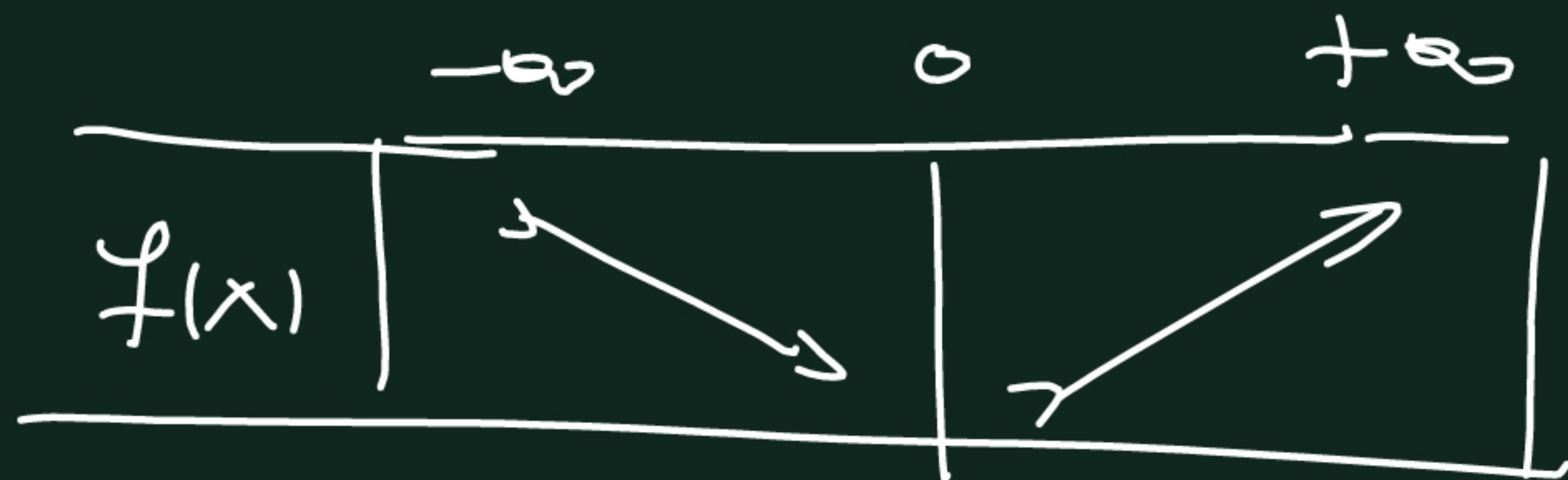


Πώς "εφαρμόζω" μια συνάρτηση για δείχνει τις αυξονίες:

Παράδ. $2 < 3$, $f(x) = e^x \uparrow$ $e^2 < e^3$

Παράδ. $-3 < -1$ $f(x) = x^2$ ~~$f(-3) < f(-1)$~~
 $\rightarrow (-3)^2 > (-1)^2$



Παράδ. $f(x) = e^x + x$ NJ μελετάμε ως προς τη μονοτονία.

Δίνον: $D_f = \mathbb{R}$ Για x_1, x_2 με $\underbrace{x_1 < x_2}_{\substack{e^x \uparrow \\ x_1 < x_2}} \rightarrow \left. \begin{matrix} e^{x_1} < e^{x_2} \\ e^{x_1} + x_1 < e^{x_2} + x_2 \\ f(x_1) < f(x_2) \end{matrix} \right\}$

$2 < 3 \xrightarrow{f \uparrow} e^2 + 2 < e^3 + 3$

'Αρα $f \uparrow$ στο $\mathbb{R}$.

Παραδ. $f(x) = \ln x + x^2$. Να μελετήσουμε ως προς το μονοτονία.

Πρέπει $x > 0 \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$

Για $x_1, x_2 > 0$ με $x_1 < x_2$ $\xrightarrow[\text{σε } (0, +\infty)]{\ln x \uparrow} \ln x_1 < \ln x_2$ $\left\{ \begin{array}{l} \ln x_1 + x_1^2 < \ln x_2 + x_2^2 \quad (=) \\ \underline{f(x_1) < f(x_2)} \end{array} \right.$

Άρα $f \uparrow$ σε D_f .

- Να δείξετε ότι $x^2 + 1 \geq 2x, \forall x \in \mathbb{R}$.

Απόδ. $x^2 + 1 - 2x \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 \geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 \geq 0$ το οποίο ισχύει

- Να ερευνήσετε αν f είναι αυξανόμενη $x^2 + 1 \geq 2x \xrightarrow{f \uparrow} f(x^2 + 1) \geq f(2x) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \ln(x^2 + 1) + (x^2 + 1)^2 \geq \ln 2x + (2x)^2$$

Παράδ. Να εφευρέσετε μια συνάρτηση $f(x) = e^x$ που αυξάνει
 $\ln(x+1) > 2$. $\xrightarrow[\text{on } \mathbb{R}]{f \uparrow}$ $x > -1$.

Λύση:

$$e^{\ln(x+1)} > e^2 \iff x+1 > e^2$$

$$\ln(x+1) = 2' \iff e^2 = x+1$$

$f(x) = \ln(e^x - 1)$ να βρείτε το π.ο.

$$e^x > 1 \xrightarrow[\ln \uparrow]{\ln} \ln e^x > \ln 1 \implies x \cdot \ln e > 0 \iff x > 0 \quad D_f = (0, +\infty)$$

$$(x-1) \cdot (-x^2 - 5x - 6) < 0$$

βρίσκω τις ρίζες κάθε παραγόμενου:

$$x-1=0$$

$$(x=1)$$

$$-x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \begin{cases} -2 \\ -3 \end{cases}$$

$-\infty \quad -3 \quad -2 \quad 1 \quad +\infty$

	$-\infty$	-3	-2	1	$+\infty$
$x-1$		-	-	-0+	+
$-x^2-5x-6$		-	0+	0-	-
$P(x)$		+	0-	0+	0-

$$P(x) < 0 \Leftrightarrow$$

$$x \in (-3, -2) \cup (1, +\infty)$$