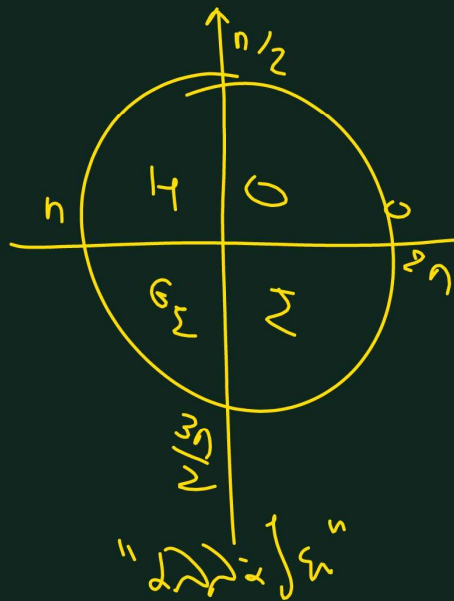


3. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) - 2\eta\mu(\frac{\pi}{2} - x)$.

α) Να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) = -\sigma\upsilon\nu x$. β) Να δείξετε ότι $f(x) = -4\sigma\upsilon\nu x$.

γ) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = -2$.

Αναγωγή στο 1° τεταρτημόριο



"Α' και Β' είναι"

2α άρτια πολλαπλασιαζόμενα με π

"Γ' και Δ' είναι"

$$\alpha) \sigma\upsilon\nu(13\pi + x) = \sigma\upsilon\nu(12\pi + \pi + x) =$$

$$= \sigma\upsilon\nu(\pi + x) = -\sigma\upsilon\nu x$$

$$\beta) \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = +\sigma\upsilon\nu x$$

$$f(x) = 2\sigma\upsilon\nu(13\pi + x) - 2\eta\mu\left(\frac{\pi}{2} - x\right) =$$

$$= 2 \cdot (-\sigma\upsilon\nu x) - 2 \cdot \sigma\upsilon\nu x =$$

$$= -2\sigma\upsilon\nu x - 2\sigma\upsilon\nu x = -4\sigma\upsilon\nu x \text{ ο.ε.δ.}$$

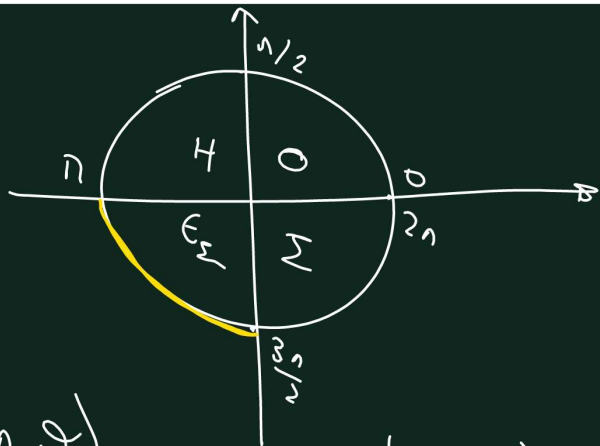
$$\gamma) f(x) = -2 \Leftrightarrow$$

$$\frac{-4\sigma\upsilon\nu x}{-4} = \frac{-2}{-4} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow$$

$$\sigma\upsilon\nu x = \sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow \boxed{x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}}$$

2. Έστω θ μια γωνία για την οποία ισχύει $\sin \theta = -\frac{2}{3}$ και $\theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$. α) Να βρείτε το $\eta\mu\theta$.

β) Αν $\eta\mu\theta = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = \sin(\pi - \theta)\sin(-\theta) - \eta\mu(\pi - \theta)\eta\mu(-\theta)$.



$$\cos(\pi - \theta) = -\cos \theta, \quad \eta\mu(\pi - \theta) = +\eta\mu \theta.$$

$$2) \quad \cos \theta = -\frac{2}{3}.$$

$$\eta\mu^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta \Leftrightarrow$$

$$\eta\mu^2 \theta = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \left(+\frac{4}{9}\right) = \frac{1}{1} - \frac{4}{9}$$

$$\eta\mu^2 \theta = \frac{5}{9} \Leftrightarrow \eta\mu \theta = \pm \frac{\sqrt{5}}{3} \left\{ \begin{array}{l} \eta\mu \theta = -\frac{\sqrt{5}}{3} \\ \theta \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right) \end{array} \right.$$

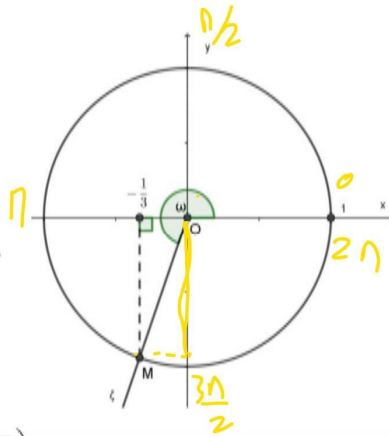
$$\begin{aligned} \text{b) } A &= \cos(\pi - \theta) \cdot \cos(-\theta) - \eta\mu(\pi - \theta) \cdot \eta\mu(-\theta) = \\ &= -\cos \theta \cdot \cos \theta - \eta\mu \theta \cdot (-\eta\mu \theta) = -\cos^2 \theta + \eta\mu^2 \theta = \\ &= -\left(-\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = -\frac{4}{9} + \frac{5}{9} = \frac{1}{9} \end{aligned}$$

1. Στο διπλανό σχήμα δίνεται γωνία $\chi\tilde{O}\zeta = \omega$ με $\pi < \omega < \frac{3\pi}{2}$.

α) Να αιτιολογήσετε ότι $\sin \omega = -\frac{1}{3}$.

β) Να υπολογίσετε το ημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας ω .

γ) Να υπολογίσετε το ημίτονο και το συνημίτονο της γωνίας $\pi - \omega$.



$$\delta) \sin(\pi - \omega) = +\sin \omega = -\frac{\sqrt{8}}{3}$$

$$\cos(\pi - \omega) = -\cos \omega = -\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

← 2) Παρατηρώ ότι η τετμημένη του σημείου M (αξονας x) είναι $-\frac{1}{3}$. Άρα $\cos \omega = -\frac{1}{3}$.

$$\beta) \sin^2 \omega + \cos^2 \omega = 1 \quad (=)$$

$$\sin^2 \omega = 1 - \cos^2 \omega = 1 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$$

$$\sin^2 \omega = \frac{8}{9} \Rightarrow \sin \omega = \pm \frac{\sqrt{8}}{3} \quad \left| \begin{array}{l} \omega \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right) \\ \sin \omega = -\frac{\sqrt{8}}{3} \end{array} \right.$$

$$\tan \omega = \frac{\sin \omega}{\cos \omega} =$$