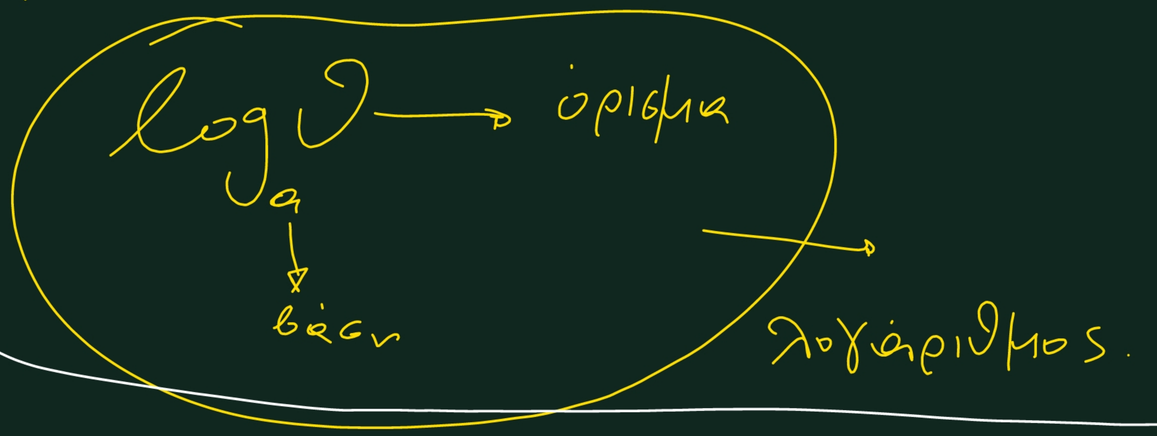
Ορισμός: Ονομάζουμε $\log_a \theta = x \Leftrightarrow a^x = \theta$

Πρέπει $\theta > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.



Παραδείγματα

1) $\log_2 8 = x \Leftrightarrow 2^x = 8 \Leftrightarrow 2^x = 2^3 \Leftrightarrow x = 3$. Άρα $\log_2 8 = 3$.

2) $\log_2 16 = x \Leftrightarrow 2^x = 16 \Leftrightarrow x = 4 \Leftrightarrow \log_2 16 = 4$

Σημείωση: οι περισσότεροι λογάριθμοι είναι άρρητοι αριθμοί

$\log_2 8 = 3$, $\log_2 16 = 4$. $\log_2 9$, $\log_2 10$, $\log_2 11$ ... είναι άρρητοι.

3) $\log_{10} 10.000 = x \iff 10^x = 10.000 \iff x = 4 \Rightarrow \log_{10} 10.000 = 4$

4) $\log_2 \sqrt[3]{2} = x \iff 2^x = \sqrt[3]{2} \iff 2^x = 2^{\frac{1}{3}} \iff x = \frac{1}{3}$

$\log_2 \sqrt[3]{2} = \frac{1}{3}$

Ιδιότητες Λογαρίθμων

1) Περιορισμοί: $\log_a \vartheta$

πρέπει $\vartheta > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$

2) $\log_a a = 1$, $\log_a 1 = 0$

3) $a^{\log_a \vartheta} = \vartheta$

(3) $\log_a \vartheta = x \iff$

$a^x = \vartheta \iff a^{\log_a \vartheta} = \vartheta$

$2^{\log_2 70} = 70$ $\quad 3^{\log_2 70} = \vartheta$

4) $\log_a(\vartheta_1 \cdot \vartheta_2) = \log_a \vartheta_1 + \log_a \vartheta_2$

$\vartheta_1, \vartheta_2 > 0, \quad a > 0, \quad a \neq 1$

5) $\log_a\left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2}\right) = \log_a \vartheta_1 - \log_a \vartheta_2$

6) $\log_a \vartheta^{\nu} = \nu \cdot \log_a \vartheta$ (jump)

7) $\log_a \sqrt[\nu]{\vartheta} = \frac{1}{\nu} \cdot \log_a \vartheta$

(4) $a^{\log_a(\vartheta_1 \cdot \vartheta_2)} = \vartheta_1 \cdot \vartheta_2 =$

$= a^{\log_a \vartheta_1} \cdot a^{\log_a \vartheta_2} =$

$= a^{\log_a \vartheta_1 + \log_a \vartheta_2}$ · Apply

$a^{\log_a(\vartheta_1 \cdot \vartheta_2)} = a^{\log_a \vartheta_1 + \log_a \vartheta_2}$

6) $\log_\alpha \vartheta^\nu = \nu \cdot \log_\alpha \vartheta$

Απόδειξη: $\alpha^{\log_\alpha \vartheta^\nu} = \vartheta^\nu = \left(\alpha^{\log_\alpha \vartheta}\right)^\nu =$

$= \alpha^{\nu \cdot \log_\alpha \vartheta}$. Αεν. $\alpha^{\log_\alpha \vartheta^\nu} = \alpha^{\nu \log_\alpha \vartheta}$

Απόδειξη της ιδιότητας 5 → εφαρμογή.

Παραδείγματα: 1) $\log_7 7^3 = 3 \log_7 7$.

/ Αβκ. 1, 4 / Σελ. 179.