

Θέμα 1

A) Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο γραπτό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

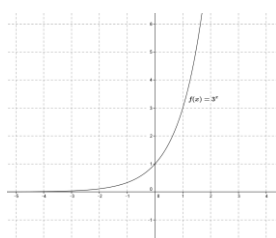
- i) Αν η μέγιστη τιμή μιας συνάρτησης f είναι ίση με 1, τότε η εξίσωση $f(x)=2$ είναι αδύνατη.
- ii) Αν το $\sin \omega = 0$, τότε υποχρεωτικά θα είναι $\eta \mu \omega = 1$.
- iii) Το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με το $x-\rho$ είναι ίσο με το $P(\rho)$.
- iv) Η συνάρτηση $f(x) = e^x$ είναι γνησίως φθίνουσα.
- v) Αν για μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού ένα σύνολο A ισχύει: για κάθε $x \in A$ $-x \in A$ και $f(-x) = -f(x)$ τότε η f άρτια.

(Μονάδες 2x5=10)

B) Αν $\alpha > 0$ με $\alpha \neq 1$, και $\theta_1, \theta_2 > 0$ να δείξετε ότι ισχύει $\log_{\alpha}(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_{\alpha} \theta_1 + \log_{\alpha} \theta_2$

(Μονάδες 15)**Θέμα 2**

Δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = 3^x$ με $x \in \mathbb{R}$.



A) Στο ίδιο σύστημα αξόνων να χαράξετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων $g(x) = 3^x + 1$ και $h(x) = 3^x - 1$, μετατοπίζοντας κατάλληλα τη γραφική παράσταση της συνάρτησης f . **(Μονάδες 12)**

B) Ποια είναι η ασύμπτωτη ευθεία της γραφικής παράστασης της συνάρτησης g και ποια της γραφικής παράστασης της συνάρτησης h ; **(Μονάδες 13)**

Θέμα 3

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = x^4 - 4x^3 - x^2 + 16x - \lambda$, το οποίο διαιρείται με το $x-1$.

A) Να δείξετε ότι $\lambda=12$. **(Μονάδες 9)**

B) Να βρείτε τις πιθανές ακέραιες ρίζες του $P(x)$. **(Μονάδες 8)**

Γ) Να λύσετε την εξίσωση $P(x)=0$. **(Μονάδες 8)**

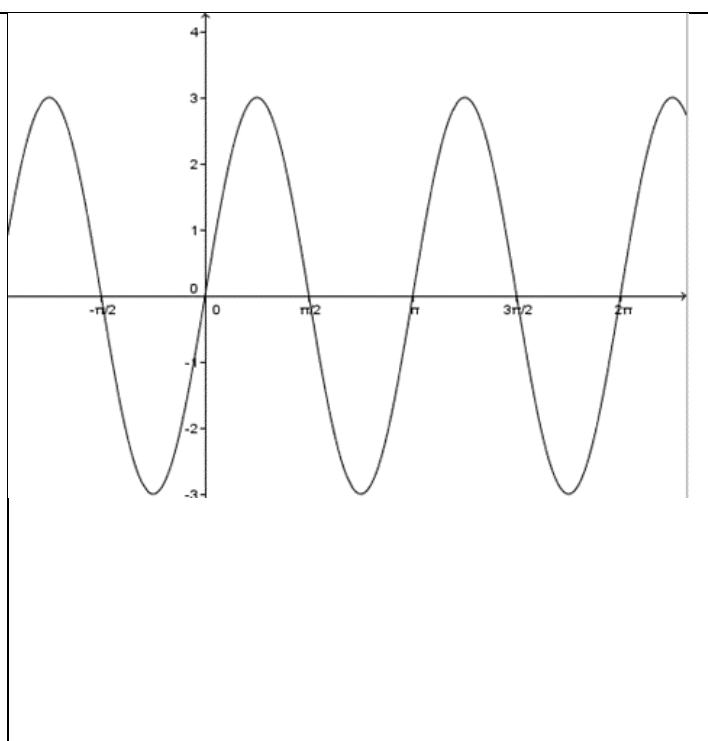
Θέμα 4

Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης f που είναι της μορφής

$$f(x) = \rho \eta \mu(\alpha x), \quad x \in \mathbb{R} \quad \text{και} \quad \alpha, \rho > 0$$

α) Να βρείτε, με βάση το σχήμα, την περίοδό της, την μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της.

(Μονάδες 6)



β) Με βάση τις απαντήσεις στο προηγούμενο ερώτημα, να βρείτε τους αριθμούς α και ρ .

(Μονάδες 6)

Έστω $\rho=3$ και $\alpha=2$. Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση $g(x) = x^4 - 2x^2 + 5, x \in \mathbb{R}$.

γ) Να αποδείξετε ότι η ελάχιστη τιμή της είναι ίση με 4.

(Μονάδες 7)

δ) Να αιτιολογήσετε γιατί οι γραφικές παραστάσεις των f, g δεν έχουν κοινό σημείο.

(Μονάδες 6)

Πετρούπολη 23/05/2022

Ο Διευθυντής

Αγαλιανός Ι.
Χημικός ΠΕ04.02

Οι εισηγητές

Βλάχος Σ.
Καλαμάτας Α.
Βυθούλκα Μ.
Γαλάνης Δ.